

MATHS OLYMPIAD

COLLECTION D'ENTRAÎNEMENT / ADAPTATION FRANÇAISE

Statistiques

Moyennes, dispersion & distributions



149

problèmes • énoncés et réponses

Comprendre. Chercher. Progresser.

Lycée avancé • préparation au supérieur

Votre parcours d'entraînement

Ce livret reprend les **149 problèmes** du document transmis, dans leur ordre d'origine. Les consignes sont traduites en français ; les données, les notations et les choix de réponse sont conservés.

Les formules et les figures font partie intégrante des énoncés. Les lettres des choix de réponse restent A, B, C et D.

Conventions statistiques. La variance utilise le diviseur N (effectif total), et non $N - 1$. L'écart absolu moyen à une valeur c est la moyenne des distances $|x - c|$. Pour des données groupées, les calculs suivent les conventions de classes du document fourni.

Mode d'emploi. Cherchez d'abord sans consulter la grille. Justifiez votre réponse, puis comparez-la à la réponse fournie. Reprenez ensuite les questions qui vous ont résisté.

À la fin du livret. La grille reproduit les réponses du document fourni. Elle ne constitue pas un corrigé détaillé. Un tiret signale une réponse qui n'était pas précisée dans ce document.

Repères dans le livret

Questions à choix multiples · problèmes 1 à 111

Réponses numériques · problèmes 112 à 149

Questions à choix multiples

PROBLÈME 001

Une série de quatre observations a pour moyenne 1 et pour variance 13. Une autre série de six observations a pour moyenne 2 et pour variance 1. La variance de l'ensemble de ces 10 observations vaut :

- (A) 5.96 (B) 6.14 (C) 6.04 (D) 6.24

PROBLÈME 002

La moyenne et la variance des sept observations $2, 4, \alpha, 8, \beta, 12, 14$, $\alpha < \beta$ valent respectivement 8 et 16. Alors l'équation du second degré dont les racines sont $3\alpha + 2$ et $2\beta + 1$ est :

- (A) $x^2 - 35x + 306 = 0$ (B) $x^2 - 41x + 420 = 0$
 (C) $x^2 - 45x + 506 = 0$ (D) $x^2 - 37x + 342 = 0$

PROBLÈME 003

Une série comporte 20 observations $x_1, x_2, \dots, x_{20}$. Si $\sum_{i=1}^{20} (x_i + 5)^2 = 2500$ et $\sum_{i=1}^{20} (x_i - 5)^2 = 100$, alors le rapport de la moyenne à l'écart-type vaut :

- (A) 2 : 1 (B) 3 : 1 (C) 3 : 2 (D) 4 : 1

PROBLÈME 004

Une variable X prend les valeurs $0, 0, 2, 6, 12, 20, \dots, n(n-1)$ avec les effectifs ${}^nC_0, {}^nC_1, {}^nC_2, {}^nC_3, {}^nC_4, {}^nC_5, \dots, {}^nC_n$ respectivement. Si la moyenne vaut 60, alors la médiane vaut :

- (A) 56 (B) 42 (C) 72 (D) 90

PROBLÈME 005

L'écart absolu moyen à la moyenne de la série

Valeur	5	7	9	10	12	15
Effectif	8	6	2	2	2	6

vaut :

- (A) $\frac{40}{13}$ (B) $\frac{42}{13}$ (C) $\frac{44}{13}$ (D) $\frac{46}{13}$

PROBLÈME 006

Pour 10 observations $x_1, x_2, \dots, x_{10}$, si $\sum_{i=1}^{10} (x_i + 2)^2 = 180$ et $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 1)^2 = 90$, alors leur écart-type vaut :

- (A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3

PROBLÈME 007

La moyenne et la médiane des nombres non négatifs 21, 8, 17, a , 51, 103, b , 13, 67, ($a > b$) valent respectivement 40 et 21. Si l'écart absolu moyen à la médiane vaut 26, alors $2a$ vaut :

- (A) 109 (B) 117 (C) 161 (D) 131

PROBLÈME 008

La moyenne et la variance de n observations valent respectivement 8 et 16. La somme des $n - 1$ premières observations vaut 48, et la somme de leurs carrés vaut 496. Alors n vaut :

- (A) 21 (B) 16 (C) 13 (D) 7

PROBLÈME 009

La moyenne de la distribution

Classe	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
Effectif	2	k	28	54	$k + 1$	5

vaut 21. Alors k est une racine de l'équation :

- (A) $2x^2 - 23x - 10 = 0$ (B) $4x^2 - 35x + 24 = 0$
 (C) $2x^2 - 19x - 10 = 0$ (D) $2x^2 - 35x + 98 = 0$

PROBLÈME 010

La moyenne et la variance de 10 observations valent respectivement 9 et 34,2. Si 8 de ces observations sont 2, 3, 5, 10, 11, 13, 15, 21, alors l'écart absolu moyen à la médiane des 10 observations vaut :

- (A) 7 (B) 4 (C) 5 (D) 6

PROBLÈME 011

On considère $X = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 19\}$ et pour un certain $a, b \in \mathbb{R}$, $Y = \{ax + b : x \in X\}$. Si la moyenne et la variance des éléments de Y valent respectivement 30 et 750, alors la somme de toutes les valeurs possibles de b vaut :

- (A) 20 (B) 100 (C) 80 (D) 60

PROBLÈME 012

La moyenne et la variance de 10 observations valent respectivement 10 et 2. Si une observation α est remplacée par β , la moyenne et la variance deviennent respectivement 10,1 et 1,99. Alors $\alpha + \beta$ vaut :

- (A) 15 (B) 10 (C) 5 (D) 20

PROBLÈME 013

La moyenne et la variance de la distribution

Classe	4-8	8-12	12-16	16-20
Effectif	3	λ	4	7

valent respectivement μ et 19. Alors $\lambda + \mu$ vaut :

- (A) 21 (B) 19 (C) 18 (D) 20

PROBLÈME 014

La moyenne et la variance de 8 nombres $-10, -7, -1, x, y, 9, 2, 16$ valent $\frac{7}{2}$ et $\frac{293}{4}$ respectivement. Alors la moyenne des 4 nombres $x, y, x + y + 1, |x - y|$ vaut :

- (A) 11 (B) 9 (C) 10 (D) 12

PROBLÈME 015

Si l'écart absolu moyen à la médiane des nombres $k, 2k, 3k, \dots, 1000k$ vaut 500, alors k^2 vaut :

- (A) 1 (B) 16 (C) 9 (D) 4

PROBLÈME 016

Une variable aléatoire X prend les valeurs 0, 1, 2, 3 avec les probabilités $\frac{2a+1}{30}, \frac{8a-1}{30}, \frac{4a+1}{30}, b$, respectivement, où $a, b \in \mathbb{R}$. On note μ et σ la moyenne et l'écart-type de X , respectivement. Si $\sigma^2 + \mu^2 = 2$, alors $\frac{a}{b}$ vaut :

- (A) 12 (B) 60 (C) 30 (D) 3

PROBLÈME 017

La moyenne et l'écart-type de 100 observations valent respectivement 40 et 5,1. Une valeur a été saisie à tort comme 50 au lieu de 40. Si la moyenne et l'écart-type corrigés sont μ et σ respectivement, alors $10(\mu + \sigma)$ vaut :

- (A) 447 (B) 445 (C) 449 (D) 451

PROBLÈME 018

La moyenne et l'écart-type des observations 2, 3, 3, 4, 5, 7, a, b valent 4 et $\sqrt{2}$ respectivement. Alors l'écart absolu moyen au mode vaut :

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) 2

PROBLÈME 019

La moyenne et la variance des cinq observations $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = a, x_4 = 7$ et $x_5 = b, a > b$ valent respectivement 5 et 10. Alors la variance des observations $n + x_n, n = 1, 2, \dots, 5$ vaut :

- (A) 17 (B) 16 (C) 16.4 (D) 17.4

PROBLÈME 020

Si la moyenne et la variance de $6, 4, a, 8, b, 12, 10, 13$ valent respectivement 9 et 9,25, alors $a + b + ab$ vaut :

- (A) 103 (B) 106 (C) 100 (D) 105

PROBLÈME 021

On considère $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ dix observations telles que $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 2) = 30$, $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \beta)^2 = 98$, $\beta > 2$ et dont la variance vaut $\frac{4}{5}$. Si μ et σ^2 sont respectivement la moyenne et la variance de $2(x_1 - 1) + 4\beta, 2(x_2 - 1) + 4\beta, \dots, 2(x_{10} - 1) + 4\beta$, alors $\frac{\beta\mu}{\sigma^2}$ vaut :

- (A) 100 (B) 90 (C) 120 (D) 110

PROBLÈME 022

Pour une série statistique $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ de 10 valeurs, un élève a obtenu une moyenne de 5,5 et $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 371$. Il constate ensuite que deux valeurs, 6 et 8, ont été notées à tort 4 et 5. La variance de la série corrigée vaut :

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 4

PROBLÈME 023

Les notes des élèves de terminale sont regroupées en classes de même amplitude. La médiane de la série est 14; la classe médiane est 12-18 et son effectif est 12. Si 18 élèves ont une note inférieure à 12, alors l'effectif total vaut :

- (A) 52 (B) 44 (C) 40 (D) 48

PROBLÈME 024

La variance de la distribution

Valeur	c	2c	3c	4c	5c	6c
Effectif	2	1	1	1	1	1

vaut 160. Alors $c \in \mathbb{N}$ vaut :

- (A) 5 (B) 8 (C) 6 (D) 7

PROBLÈME 025

La répartition des âges des 40 élèves d'une classe est donnée ci-dessous.

Âge	15	16	17	18	19	20
Effectif	5	8	5	12	x	y

Si l'écart absolu moyen à la médiane vaut 1,25, alors $4x + 5y$ vaut :

- (A) 43 (B) 46 (C) 44 (D) 47

PROBLÈME 026

La moyenne et l'écart-type de 20 observations valent respectivement 10 et 2. Après vérification, une valeur a été saisie comme 8 au lieu de 12. L'écart-type corrigé vaut :

- (A) 1.94 (B) $\sqrt{3.96}$ (C) $\sqrt{3.86}$ (D) 1.8

PROBLÈME 027

On considère $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. La moyenne et la variance des 6 observations $-3, 4, 7, -6, \alpha, \beta$ valent respectivement 2 et 23. L'écart absolu moyen à la moyenne de ces 6 observations vaut :

- (A) $\frac{16}{3}$ (B) $\frac{11}{3}$ (C) $\frac{14}{3}$ (D) $\frac{13}{3}$

PROBLÈME 028

On considère 10 observations $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ telles que $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \alpha) = 2$ et $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \beta)^2 = 40$, où α, β sont des entiers strictement positifs. On note la moyenne et la variance de la série $\frac{6}{5}$ et $\frac{84}{25}$ respectivement. Alors $\frac{\beta}{\alpha}$ vaut :

- (A) 2 (B) 1 (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$

PROBLÈME 029

La médiane et l'écart absolu moyen à la médiane des 7 observations 170, 125, 230, 190, 210, a, b valent 170 et $\frac{205}{7}$ respectivement. Alors l'écart absolu moyen à la moyenne de ces 7 observations vaut :

- (A) 31 (B) 28 (C) 30 (D) 32

PROBLÈME 030

La moyenne et la variance des 6 observations $a, b, 68, 44, 48, 60$ valent 55 et 194 respectivement. Si $a > b$, alors $a + 3b$ vaut :

- (A) 180 (B) 210 (C) 190 (D) 200

PROBLÈME 031

On note M la médiane de la distribution

Classe	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
Effectif	3	9	10	8	6

Alors $20M$ vaut :

- (A) 104 (B) 52 (C) 208 (D) 416

PROBLÈME 032

Si la moyenne et la variance de cinq observations valent $\frac{24}{5}$ et $\frac{194}{25}$ respectivement, et si la moyenne des quatre premières observations vaut $\frac{7}{2}$, alors la variance des quatre premières observations vaut :

- (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{105}{4}$ (D) $\frac{77}{12}$

PROBLÈME 033

On considère $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 10 observations telles que $\sum_{k=1}^{10} a_k = 50$ et $\sum_{\forall k < j} a_k \cdot a_j = 1100$. Alors l'écart-type de $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ vaut :

- (A) 5 (B) $\sqrt{115}$ (C) 10 (D) $\sqrt{5}$

PROBLÈME 034

La moyenne et l'écart-type de 10 observations valent respectivement 20 et 8. On constate qu'une valeur a été notée 50 au lieu de 40. La variance corrigée vaut :

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

PROBLÈME 035

La moyenne des 6 observations 1, 2, 4, 5, x et y vaut 5 et leur variance vaut 10. Alors leur écart absolu moyen à la moyenne vaut :

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) 3

PROBLÈME 036

Deux ensembles A et B contiennent chacun 5 éléments. Leurs moyennes valent respectivement 5 et 8, et leurs variances 12 et 20. On forme une série C de 10 valeurs en retranchant 3 à chaque élément de A et en ajoutant 2 à chaque élément de B. Alors la somme de la moyenne et de la variance de C vaut _____.

- (A) 36 (B) 40 (C) 38 (D) 32

PROBLÈME 037

On note μ la moyenne et σ l'écart-type de la distribution suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	$k+2$	$2k$	k^2-1	k^2-1	k^2+1	$k-3$

avec $\sum f_i = 62$. Si $[x]$ désigne le plus grand entier inférieur ou égal à x , alors $[\mu^2 + \sigma^2]$ vaut :

- (A) 9 (B) 8 (C) 6 (D) 7

PROBLÈME 038

La moyenne et la variance de 12 observations valent respectivement $\frac{9}{2}$ et 4. On constate ensuite que deux observations ont été notées 9 et 10 au lieu de 7 et 14. Si la variance corrigée vaut $\frac{m}{n}$, où m, n sont premiers entre eux, alors $m+n$ vaut :

- (A) 317 (B) 316 (C) 314 (D) 315

PROBLÈME 039

La moyenne et la variance d'un ensemble de 15 nombres valent respectivement 12 et 14. Celles d'un autre ensemble de 15 nombres valent 14 et σ^2 respectivement. Si la variance des 30 nombres réunis vaut 13, alors σ^2 vaut :

- (A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9

PROBLÈME 040

On considère $9 = x_1 < x_2 < \dots < x_7$ en progression arithmétique de raison d . Si l'écart-type de $x_1, x_2, \dots, x_7$ vaut 4 et la moyenne vaut $\bar{x}$, alors $\bar{x} + x_6$ vaut :

- (A) $2 \left(9 + \frac{8}{\sqrt{7}} \right)$ (B) 25
(C) $18 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ (D) 34

PROBLÈME 041

La moyenne et la variance de 5 observations valent respectivement 5 et 8. Trois observations sont 1, 3 et 5. La somme des cubes des deux autres vaut :

- (A) 1792 (B) 1216 (C) 1456 (D) 1072

PROBLÈME 042

La moyenne et l'écart-type des notes d'une classe A de 100 élèves valent respectivement 40 et $\alpha (> 0)$, et ceux d'une classe B de n élèves valent respectivement 55 et $30 - \alpha$. Si la moyenne et la variance des notes de l'ensemble des $100 + n$ élèves valent respectivement 50 et 350, alors la somme des variances des classes A et B vaut :

- (A) 450 (B) 900 (C) 650 (D) 500

PROBLÈME 043

On considère S l'ensemble de toutes les valeurs de a_1 pour lesquelles l'écart absolu moyen à la moyenne des 100 entiers strictement positifs consécutifs $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ vaut 25. Alors S est :

- (A) $\{9\}$ (B) ϕ (C) $\{99\}$ (D) $\mathbb{N}$

PROBLÈME 044

La moyenne et la variance des notes d'un contrôle valent respectivement 10 et 4. La note d'un élève passe ensuite de 8 à 12. Si la nouvelle moyenne est 10,2, alors la nouvelle variance vaut :

- (A) 3.92 (B) 4.08 (C) 3.96 (D) 4.04

PROBLÈME 045

Soient les six nombres $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ en progression arithmétique, avec $a_1 + a_3 = 10$. Si leur moyenne vaut $\frac{19}{2}$ et leur variance vaut σ^2 , alors $8\sigma^2$ vaut :

- (A) 220 (B) 210 (C) 105 (D) 200

PROBLÈME 046

Les nombres 3, 5, 7, $2k$, 12, 16, 21, 24 sont rangés dans l'ordre croissant. Si leur écart absolu moyen à la médiane vaut 6, alors la médiane vaut :

- (A) 11.5 (B) 10.5 (C) 12 (D) 11

PROBLÈME 047

Le nombre de valeurs de $a \in \mathbb{N}$ telles que la variance de 3, 7, 12, a , $43 - a$ soit un entier naturel vaut :

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 5
- (D) une infinité

PROBLÈME 048

La moyenne et la variance des 5 observations x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 valent $\frac{24}{5}$ et $\frac{194}{25}$ respectivement. Si la moyenne et la variance des quatre premières observations valent $\frac{7}{2}$ et a respectivement, alors $(4a + x_5)$ vaut :

- (A) 13
- (B) 15
- (C) 17
- (D) 18

PROBLÈME 049

La moyenne et la variance des données 4, 5, 6, 6, 7, 8, x , y , avec $x < y$, valent 6 et $\frac{9}{4}$ respectivement. Alors $x^4 + y^2$ vaut :

- (A) 162
- (B) 320
- (C) 674
- (D) 420

PROBLÈME 050

La moyenne et l'écart-type de 50 observations valent respectivement 15 et 2. Une observation est erronée; la somme de cette valeur erronée et de la valeur correcte vaut 70. Si la moyenne corrigée vaut 16, alors la variance corrigée vaut :

- (A) 10
- (B) 36
- (C) 43
- (D) 60

PROBLÈME 051

La moyenne des nombres $a, b, 8, 5, 10$ vaut 6 et leur variance vaut 6,8. Si M est leur écart absolu moyen à la moyenne, alors $25M$ vaut :

- (A) 60
- (B) 55
- (C) 50
- (D) 45

PROBLÈME 052

La moyenne et la variance de 7 observations valent respectivement 8 et 16. Deux observations sont 6 et 8. Alors la variance des 5 autres vaut :

- (A) $\frac{92}{5}$
- (B) $\frac{134}{5}$
- (C) $\frac{536}{25}$
- (D) $\frac{112}{5}$

PROBLÈME 053

La moyenne et l'écart-type de 20 observations ont été calculés comme valant 10 et 2,5. Une valeur a été notée 25 au lieu de 35. Si α et $\sqrt{\beta}$ sont respectivement la moyenne et l'écart-type corrigés, alors (α, β) vaut :

- (A) (11, 26)
- (B) (10.5, 25)
- (C) (11, 25)
- (D) (10.5, 26)

PROBLÈME 054

La moyenne et la variance de la distribution

Valeur	$x_1 = 2$	$x_2 = 6$	$x_3 = 8$	$x_4 = 9$
Effectif	4	4	α	β

valent respectivement 6 et 6,8. Si x_3 passe de 8 à 7, la nouvelle moyenne vaut :

- (A) 4 (B) 5 (C) $\frac{17}{3}$ (D) $\frac{16}{3}$

PROBLÈME 055

Si la moyenne et la variance des données 6, 10, 7, 13, a, 12, b, 12 valent 9 et $\frac{37}{4}$ respectivement, alors $(a - b)^2$ vaut :

- (A) 24 (B) 12 (C) 32 (D) 16

PROBLÈME 056

Le premier de deux échantillons comprend 100 valeurs de moyenne 15 et d'écart-type 3. Le groupe total comprend 250 valeurs de moyenne 15,6 et d'écart-type $\sqrt{13.44}$. Alors l'écart-type du second échantillon vaut :

- (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 5

PROBLÈME 057

Si la moyenne et la variance des six observations 7, 10, 11, 15, a, b valent 10 et $\frac{20}{3}$ respectivement, alors $|a - b|$ vaut :

- (A) 9 (B) 11 (C) 7 (D) 1

PROBLÈME 058

La moyenne de 6 observations distinctes vaut 6,5 et leur variance vaut 10,25. Quatre d'entre elles sont 2, 4, 5 et 7. Les deux autres sont :

- (A) 10, 11 (B) 3, 18 (C) 8, 13 (D) 1, 20

PROBLÈME 059

Dans une série de $2n$ observations, la moitié vaut a et l'autre moitié vaut $-a$. En ajoutant une constante b à chaque observation, la moyenne et l'écart-type deviennent respectivement 5 et 20. Alors $a^2 + b^2$ vaut :

- (A) 425 (B) 250 (C) 925 (D) 650

PROBLÈME 060

On considère trois observations a, b, c telles que $b = a + c$. Si l'écart-type de a + 2, b + 2, c + 2 vaut d, quelle relation est vraie ?

- (A) $b^2 = 3(a^2 + c^2) + 9d^2$ (B) $b^2 = 3(a^2 + c^2) - 9d^2$
 (C) $b^2 = 3(a^2 + c^2 + d^2)$ (D) $b^2 = a^2 + c^2 + 3d^2$

PROBLÈME 061

Si $\sum_{i=1}^n (x_i - a) = n$ et $\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 = na$ ($n, a > 1$), alors l'écart-type des n observations $x_1, x_2, \dots, x_n$ est :

- (A) $a - 1$ (B) $n\sqrt{a - 1}$ (C) $\sqrt{n(a - 1)}$ (D) $\sqrt{a - 1}$

PROBLÈME 062

Si la moyenne et l'écart-type des données 3, 5, 7, a , b valent respectivement 5 et 2, alors a et b sont les racines de l'équation :

- (A) $x^2 - 20x + 18 = 0$ (B) $2x^2 - 20x + 19 = 0$
 (C) $x^2 - 10x + 18 = 0$ (D) $x^2 - 10x + 19 = 0$

PROBLÈME 063

La moyenne et la variance de 7 observations valent respectivement 8 et 16. Cinq d'entre elles sont 2, 4, 10, 12, 14. La valeur absolue de la différence des deux autres vaut :

- (A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 4

PROBLÈME 064

La moyenne et la variance de 8 observations valent respectivement 10 et 13,5. Six d'entre elles sont 5, 7, 10, 12, 14, 15. La valeur absolue de la différence des deux autres vaut :

- (A) 5 (B) 3 (C) 7 (D) 9

PROBLÈME 065

Soient x_i , pour $1 \leq i \leq 10$, dix observations d'une variable aléatoire X . Si $\sum_{i=1}^{10} (x_i - p) = 3$ et $\sum_{i=1}^{10} (x_i - p)^2 = 9$, avec $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, alors leur écart-type vaut :

- (A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{9}{10}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\sqrt{\frac{3}{5}}$

PROBLÈME 066

On considère la distribution

Valeur	x_1	x_2	x_3	...	x_{15}
Effectif	f_1	f_2	f_3	...	f_{15}

où $0 < x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_{15} = 10$ et $\sum_{i=1}^{15} f_i > 0$. L'écart-type ne peut pas valoir :

- (A) 6 (B) 1 (C) 4 (D) 2

PROBLÈME 067

Soient $X = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 17\}$ et $Y = \{ax + b : x \in X \text{ et } a, b \in \mathbb{R}, a > 0\}$. Si la moyenne et la variance des éléments de Y valent respectivement 17 et 216, alors $a + b$ vaut :

- (A) 7 (B) 9 (C) -7 (D) -27

PROBLÈME 068

Soient les observations x_i ($1 \leq i \leq 10$) vérifiant les équations $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 5) = 10$ et $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2 = 40$. Si μ et λ sont la moyenne et la variance des observations, $x_1 - 3, x_2 - 3, \dots, x_{10} - 3$, alors le couple (μ, λ) vaut :

- (A) (6, 6) (B) (3, 3) (C) (3, 6) (D) (6, 3)

PROBLÈME 069

La moyenne et la variance de 20 observations valent respectivement 10 et 4. Une observation, saisie comme 9, vaut en réalité 11. La variance corrigée vaut :

- (A) 3.98 (B) 3.99 (C) 4.01 (D) 4.02

PROBLÈME 070

La moyenne et l'écart-type de 10 observations valent respectivement 20 et 2. Chaque observation est multipliée par p , puis diminuée de q , avec $p \neq 0$ et $q \neq 0$. Si la nouvelle moyenne et le nouvel écart-type valent la moitié de leurs valeurs initiales, alors q vaut :

- (A) 10 (B) -20 (C) -10 (D) -5

PROBLÈME 071

Si les données $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ sont telles que la moyenne des quatre premières vaut 11, celle des six autres vaut 16 et la somme des carrés de toutes les valeurs vaut 2000, alors l'écart-type vaut :

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $2\sqrt{2}$ (D) 4

PROBLÈME 072

Si la moyenne et l'écart-type des 50 observations $x_1, x_2, \dots, x_{50}$ valent tous deux 16, alors la moyenne de $(x_1 - 4)^2, (x_2 - 4)^2, \dots, (x_{50} - 4)^2$ vaut :

- (A) 400 (B) 480 (C) 380 (D) 525

PROBLÈME 073

Pour un certain $x \in \mathbb{R}$, les notes de 20 élèves sont réparties comme suit.

Note	2	3	5	7
Effectif	$(x + 1)^2$	$2x - 5$	$x^2 - 3x$	x

Alors la moyenne des notes vaut :

- (A) 3.0 (B) 2.8 (C) 2.5 (D) 3.2

PROBLÈME 074

La moyenne et la médiane des dix nombres rangés dans l'ordre croissant 10, 22, 26, 29, 34, x , 42, 67, 70, y valent respectivement 42 et 35. Alors $\frac{y}{x}$ vaut :

- (A) $\frac{7}{2}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{7}{3}$

PROBLÈME 075

Si l'écart-type des nombres $-1, 0, 1, k$ vaut $\sqrt{5}$ avec $k > 0$, alors k vaut :

- (A) $2\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $2\sqrt{\frac{5}{6}}$ (D) $2\sqrt{\frac{10}{3}}$

PROBLÈME 076

Un élève obtient aux cinq premiers contrôles les notes 45, 54, 41, 57, 43. Sa sixième note est inconnue. Si la moyenne des six notes est 48, alors leur écart-type vaut :

- (A) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{10}{3}$ (D) $\frac{100}{3}$

PROBLÈME 077

La moyenne et la variance de sept observations valent respectivement 8 et 16. Cinq d'entre elles sont 2, 4, 10, 12, 14. Le produit des deux autres vaut :

- (A) 40 (B) 48 (C) 49 (D) 45

PROBLÈME 078

La moyenne et la variance de cinq observations valent respectivement 4 et 5,20. Trois d'entre elles sont 3, 4 et 4. La valeur absolue de la différence des deux autres vaut :

- (A) 1 (B) 7 (C) 3 (D) 5

PROBLÈME 079

Si la somme des écarts de 50 observations à 30 vaut 50, alors la moyenne de ces observations vaut :

- (A) 31 (B) 50 (C) 51 (D) 30

PROBLÈME 080

On observe 30 valeurs: 10 valent chacune $\frac{1}{2} - d$, 10 valeurs valent $\frac{1}{2}$ chacune et les 10 autres valent $\frac{1}{2} + d$. Si la variance de cette série vaut $\frac{4}{3}$ alors $|d|$ vaut :

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

PROBLÈME 081

Si la moyenne et l'écart-type des 5 observations x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 valent respectivement 10 et 3, alors la variance des 6 observations $x_1, x_2, \dots, x_5$ et -50 vaut :

- (A) 582.5 (B) 507.5 (C) 586.5 (D) 509.5

PROBLÈME 082

La moyenne de cinq observations vaut 5 et leur variance vaut 9,20. Trois d'entre elles sont 1, 3 et 8. Un rapport des deux autres vaut :

- (A) 6 : 7 (B) 10 : 3 (C) 4 : 9 (D) 5 : 8

PROBLÈME 083

Une série comporte n observations : $x_1, x_2, \dots, x_n$. Si $\sum_{i=1}^n (x_i + 1)^2 = 9n$ et $\sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 = 5n$, alors son écart-type vaut :

- (A) 2 (B) $\sqrt{5}$ (C) 5 (D) $\sqrt{7}$

PROBLÈME 084

La taille moyenne de 5 élèves est 150 cm et la variance de leurs tailles est 18 cm^2 . Un nouvel élève de taille 156 cm les rejoint. La variance, en cm^2 , des tailles de ces six élèves vaut :

- (A) 16 (B) 22 (C) 20 (D) 18

PROBLÈME 085

La moyenne et l'écart-type de cinq observations valent respectivement 9 et 0. Une observation est modifiée et la moyenne devient 10. Le nouvel écart-type vaut :

- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 4

PROBLÈME 086

Si $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5) = 9$ et $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5)^2 = 45$, alors l'écart-type des 9 valeurs $x_1, x_2, \dots, x_9$ vaut :

- (A) 3 (B) 9 (C) 4 (D) 2

PROBLÈME 087

Si la moyenne des données 7, 8, 9, 7, 8, 7, λ , 8 vaut 8, alors leur variance vaut :

- (A) $\frac{7}{8}$ (B) 1 (C) $\frac{9}{8}$ (D) 2

PROBLÈME 088

La moyenne de 30 observations vaut 75. Chaque observation est multipliée par le nombre non nul λ puis diminuée de 25; la moyenne reste inchangée. Alors λ vaut :

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{10}{3}$

PROBLÈME 089

La somme de 100 observations et la somme de leurs carrés valent respectivement 400 et 2475. Trois observations, 3, 4 et 5, sont erronées. Si on les supprime, la variance des observations restantes vaut :

- (A) 8.25 (B) 8.50 (C) 8.00 (D) 9.00

PROBLÈME 090

L'âge moyen de 25 enseignants est 40 ans. Un enseignant de 60 ans part à la retraite et est remplacé. La moyenne d'âge devient 39 ans. L'âge du nouvel enseignant vaut :

- (A) 25 (B) 30 (C) 35 (D) 40

PROBLÈME 091

La moyenne de 5 observations vaut 5 et leur variance vaut 12,4. Trois observations sont 1, 2 et 6. Leur écart absolu moyen à la moyenne vaut :

- (A) 2.4 (B) 2.8 (C) 2.5 (D) 2.6

PROBLÈME 092

Si l'écart absolu moyen à la moyenne des nombres $1, 1 + d, \dots, 1 + 100d$ vaut 255, alors une valeur de d est :

- (A) 10.1 (B) 20.2 (C) 10 (D) 5.05

PROBLÈME 093

Si l'écart-type des nombres 2, 3, a et 11 vaut 3,5, quelle proposition est vraie ?

- (A) $3a^2 - 26a + 55 = 0$ (B) $3a^2 - 32a + 84 = 0$
(C) $3a^2 - 34a + 91 = 0$ (D) $3a^2 - 23a + 44 = 0$

PROBLÈME 094

La moyenne d'une série de 16 observations vaut 16. On supprime une observation égale à 16 et on ajoute trois valeurs: 3, 4, 5. La nouvelle moyenne vaut :

- (A) 15.8 (B) 14.0 (C) 16.8 (D) 16.0

PROBLÈME 095

La variance des 50 premiers entiers naturels pairs strictement positifs vaut :

- (A) 833 (B) 437 (C) $\frac{437}{4}$ (D) $\frac{833}{4}$

PROBLÈME 096

Tous les élèves ont obtenu de faibles notes en mathématiques. Le professeur ajoute 10 points à chaque note. Quel indicateur reste inchangé ?

- (A) la médiane
(B) le mode
(C) la variance
(D) la moyenne

PROBLÈME 097

Soient $x_1, x_2, \dots, x_n$ des observations de moyenne $\bar{x}$ et de variance σ^2 . Affirmation 1 : la variance de $2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n$ vaut $4\sigma^2$. Affirmation 2 : la moyenne de $2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n$ vaut $4\bar{x}$.

- (A) 1 est fausse, 2 est vraie.
(B) Les deux sont vraies et 2 explique correctement 1.
(C) Les deux sont vraies, mais 2 n'explique pas correctement 1.
(D) 1 est vraie, 2 est fausse.

PROBLÈME 098

Si l'écart absolu moyen à la médiane des nombres $a, 2a, \dots, 50a$ vaut 50, alors $|a|$ vaut :

- (A) 4 (B) 5 (C) 2 (D) 3

PROBLÈME 099

Deux séries de 5 valeurs ont pour variances 4 et 5 et pour moyennes respectives 2 et 4. La variance de la série réunissant les dix valeurs vaut :

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{11}{2}$ (C) 6 (D) $\frac{13}{2}$

PROBLÈME 100

Si l'écart absolu moyen à la moyenne des nombres $1, 1 + d, 1 + 2d, \dots, 1 + 100d$ vaut 255, alors d vaut :

- (A) 20.0 (B) 10.1 (C) 20.2 (D) 10.0

PROBLÈME 101

Affirmation 1: la variance des n premiers entiers pairs strictement positifs vaut $\frac{n^2-1}{4}$ Affirmation 2: la somme des n premiers entiers naturels strictement positifs vaut $\frac{n(n+1)}{2}$ et la somme de leurs carrés vaut $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

- (A) Les deux sont vraies et 2 explique correctement 1.
(B) Les deux sont vraies, mais 2 n'explique pas correctement 1.
(C) 1 est vraie, 2 est fausse.
(D) 1 est fausse, 2 est vraie.

PROBLÈME 102

La moyenne des nombres $a, b, 8, 5, 10$ vaut 6 et leur variance vaut 6,80. Quelles valeurs de a et b sont possibles ?

- (A) $a = 0, b = 7$ (B) $a = 5, b = 2$ (C) $a = 1, b = 6$ (D) $a = 3, b = 4$

PROBLÈME 103

La moyenne des garçons est 52, celle des filles est 42 et la moyenne de la classe est 50. Le pourcentage de garçons vaut :

- (A) 80 (B) 60 (C) 40 (D) 20

PROBLÈME 104

Une population A comprend les 100 observations $101, 102, \dots, 200$; une population B comprend les 100 observations $151, 152, \dots, 250$. Si V_A et V_B désignent respectivement leurs variances, alors $\frac{V_A}{V_B}$ vaut :

- (A) 1 (B) $\frac{9}{4}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{2}{3}$

PROBLÈME 105

Si la moyenne et la médiane d'une distribution valent respectivement 21 et 22, alors son mode vaut approximativement:

- (A) 20.5 (B) 22.0 (C) 24.0 (D) 25.5

PROBLÈME 106

On considère $x_1, x_2, \dots, x_n$ n observations telles que $\sum x_i^2 = 400$ et $\sum x_i = 80$. Une valeur possible de n est :

- (A) 18 (B) 15 (C) 12 (D) 9

PROBLÈME 107

On considère les affirmations: (a) le mode peut être déterminé à partir d'un histogramme; (b) la médiane dépend d'un changement d'échelle; (c) la variance est indépendante des changements d'origine et d'échelle. Lesquelles sont vraies ?

- (A) (a) seule
(B) (b) seule
(C) (a) et (b) seulement
(D) (a), (b) et (c)

PROBLÈME 108

Dans une série de $2n$ observations, la moitié vaut a et l'autre moitié vaut $-a$. Si l'écart-type vaut 2, alors $|a|$ vaut :

- (A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{1}{n}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{n}$

PROBLÈME 109

Dans une expérience comportant 15 observations de x , on dispose des résultats: $\sum x^2 = 2830$, $\sum x = 170$. Une observation notée 20 était erronée; elle est remplacée par 30. La variance corrigée vaut :

- (A) 188.66 (B) 177.33 (C) 8.33 (D) 78.00

PROBLÈME 110

La médiane de 9 observations distinctes vaut 20,5. On ajoute 2 à chacune des quatre plus grandes valeurs. La nouvelle médiane:

- (A) augmente de 2 ;
(B) diminue de 2 ;
(C) est doublée ;
(D) reste inchangée.

PROBLÈME 111

Une classe de 100 élèves comprend 70 garçons dont la moyenne dans une matière est 75. La moyenne de la classe est 72. Quelle est la moyenne des filles ?

- (A) 73 (B) 65 (C) 68 (D) 74

Réponses numériques

PROBLÈME 112

La variance des nombres $8, 21, 34, 47, \dots, 320$ vaut _____.

PROBLÈME 113

On considère $a, b, c \in \mathbb{N}$ et $a < b < c$. La moyenne, l'écart absolu moyen à la moyenne et la variance des 5 observations $9, 25, a, b, c$ valent 18, 4 et $\frac{136}{5}$ respectivement. Alors $2a + b - c$ vaut _____.

PROBLÈME 114

On note μ la moyenne et σ l'écart-type de la loi de probabilité suivante :

X	α	1	0	-3
$P(X)$	$\frac{1}{3}$	K	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

Si $\sigma - \mu = 2$, calculer $\sigma + \mu$.

PROBLÈME 115

Calculer la variance σ^2 de la distribution suivante :

x_i	0	1	5	6	10	12	17
f_i	3	2	3	2	6	3	3

PROBLÈME 116

Si la moyenne et la variance des données $65, 68, 58, 44, 48, 45, 60, \alpha, \beta, 60$ où $\alpha > \beta$ valent respectivement 56 et 66,2, alors $\alpha^2 + \beta^2$ vaut _____.

PROBLÈME 117

La moyenne et l'écart-type de 15 observations valent respectivement 12 et 3. Une observation a été lue comme 10 au lieu de 12. Si μ et σ^2 désignent respectivement la moyenne et la variance corrigées, alors $15(\mu + \mu^2 + \sigma^2)$ vaut _____.

PROBLÈME 118

La moyenne et l'écart-type des notes de 10 élèves valent respectivement 50 et 12. Deux notes, 20 et 25, ont été lues à tort comme 45 et 50. Alors la variance corrigée vaut _____.

PROBLÈME 119

La moyenne de la distribution

Valeur	1	3	5	7	9
Effectif	4	24	28	α	8

vaut 5. Si m et σ^2 désignent respectivement l'écart absolu moyen à la moyenne et la variance de cette série, alors $\frac{3\alpha}{m + \sigma^2}$ vaut _____.

PROBLÈME 120

Soient a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 cinq nombres strictement positifs en progression géométrique. Leur moyenne vaut $\frac{31}{10}$ et leur variance vaut $\frac{m}{n}$, où m, n sont premiers entre eux. Si la moyenne de leurs inverses vaut $\frac{31}{40}$ et si $a_3 + a_4 + a_5 = 14$, calculer $m + n$.

PROBLÈME 121

La moyenne de la distribution

Classe	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Effectif	2	3	x	5	4

vaut 28. Alors sa variance vaut _____.

PROBLÈME 122

La moyenne et la variance de 8 nombres $x, y, 10, 12, 6, 12, 4, 8$ valent 9 et 9.25 respectivement. Si $x > y$, alors $3x - 2y$ vaut _____.

PROBLÈME 123

La moyenne et la variance de la distribution

Valeur	2	4	6	8	10	12	14	16
Effectif	4	4	α	15	8	β	4	5

valent respectivement 9 et 15,08. Alors $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ vaut _____.

PROBLÈME 124

La variance de la distribution

Valeur	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	3	6	16	α	9	5	6

vaut 3. Alors α vaut _____.

PROBLÈME 125

La moyenne et la variance de 7 observations valent respectivement 8 et 16. On supprime l'observation 14. Si a et b désignent respectivement la moyenne et la variance des 6 observations restantes, alors $a + 3b - 5$ vaut _____.

PROBLÈME 126

On considère $X = \{11, 12, 13, \dots, 40, 41\}$ et $Y = \{61, 62, 63, \dots, 90, 91\}$ deux séries d'observations. Si $\bar{x}$ et $\bar{y}$ sont leurs moyennes respectives et σ^2 est la variance de toutes les observations de $X \cup Y$, alors $|\bar{x} + \bar{y} - \sigma^2|$ vaut _____.

PROBLÈME 127

La moyenne et la variance des 20 observations $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ valent respectivement 15 et 9. Pour $\alpha \in \mathbf{R}$, si la moyenne de $(x_1 + \alpha)^2, (x_2 + \alpha)^2, \dots, (x_{20} + \alpha)^2$ vaut 178, alors le carré de la valeur maximale de α vaut _____.

PROBLÈME 128

On considère $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ en progression géométrique, avec $x_1 = 3$ et pour raison $\frac{1}{2}$. On construit une nouvelle série en remplaçant chaque x_i par $(x_i - i)^2$. Si $\bar{x}$ est la moyenne de la nouvelle série, alors la partie entière de $\bar{x}$ est _____.

PROBLÈME 129

Un élève calcule une moyenne et une variance égales à 15 pour 10 observations, mais il a noté 25 au lieu de 15 pour une valeur. L'écart-type corrigé vaut _____.

PROBLÈME 130

La moyenne et l'écart-type de 40 observations valent respectivement 30 et 5. Deux observations, 12 et 10, sont erronées. Si σ est l'écart-type après suppression de ces deux observations, alors $38\sigma^2$ vaut _____.

PROBLÈME 131

Une classe compte 7 élèves. La moyenne des notes de mathématiques vaut 62 et leur variance vaut 20. Un élève échoue s'il obtient une note inférieure à 50. Le nombre maximal d'élèves pouvant échouer vaut _____.

PROBLÈME 132

La moyenne et l'écart-type de 15 observations valent respectivement 8 et 3. On constate que 20 a été lu comme 5. La variance corrigée vaut _____.

PROBLÈME 133

L'écart absolu moyen à la moyenne des nombres $1, 2, 3, \dots, n$, avec n impair, vaut $\frac{5(n+1)}{n}$. Déterminer n .

PROBLÈME 134

La moyenne des 10 nombres 7×8 , 10×10 , 13×12 , 16×14 ,... vaut _____.

PROBLÈME 135

Un examen en ligne rassemble 50 candidats, dont 20 garçons. La moyenne des garçons vaut 12 et leur variance vaut 2. La variance des notes des 30 filles vaut également 2. La moyenne des 50 candidats vaut 15. Si μ est la moyenne des filles et σ^2 la variance des notes des 50 candidats, calculer $\mu + \sigma^2$.

PROBLÈME 136

On considère n un entier naturel impair tel que la variance de 1, 2, 3,..., n vaille 14. Alors n vaut _____.

PROBLÈME 137

La moyenne et la variance des quatre nombres 3, 7, x , y ($x > y$) valent respectivement 5 et 10. Alors la moyenne des quatre nombres $3 + 2x$, $7 + 2y$, $x + y$ et $x - y$ vaut _____.

PROBLÈME 138

On considère la distribution

Classe	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Effectif	α	110	54	30	β

Si l'effectif total vaut 584 et la médiane vaut 45, alors $|\alpha - \beta|$ vaut _____.

PROBLÈME 139

On considère la distribution

Classe	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30
Effectif	a	b	12	9	5

Si la moyenne vaut $\frac{309}{22}$ et la médiane vaut 14, alors $(a - b)^2$ vaut _____.

PROBLÈME 140

L'âge moyen de 25 enseignants est 40 ans. Un enseignant de 60 ans part à la retraite et est remplacé. La moyenne d'âge devient 39 ans. L'âge du nouvel enseignant vaut _____ ans.

PROBLÈME 141

Une série de $3n$ nombres a pour variance 4. La moyenne des $2n$ premiers vaut 6 et celle des n autres vaut 3. On ajoute 1 aux $2n$ premiers nombres et on retranche 1 aux n autres. Si la variance de la nouvelle série vaut k , alors $9k$ vaut _____.

PROBLÈME 142

Deux séries ont les caractéristiques suivantes.

Série	Effectif	Moyenne	Variance
I	10	2	2
II	n	3	1

Si la variance de la série réunissant toutes leurs observations vaut $\frac{17}{9}$, alors n vaut _____.

PROBLÈME 143

On considère $X_1, X_2, \dots, X_{18}$ dix-huit observations telles que $\sum_{i=1}^{18} (X_i - \alpha) = 36$ et $\sum_{i=1}^{18} (X_i - \beta)^2 = 90$, où α et β sont des réels distincts. Si l'écart-type de ces observations vaut 1, alors $|\alpha - \beta|$ vaut _____.

PROBLÈME 144

Si la variance des 10 entiers naturels 1, 1, 1, ..., 1, k est inférieure à 10, alors la plus grande valeur possible de k vaut _____.

PROBLÈME 145

Une variable X prend les valeurs 0, 2, 4, 8, ..., 2^n avec les effectifs respectifs $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n}$. Si la moyenne vaut $\frac{728}{2^n}$, alors n vaut _____.

PROBLÈME 146

La variance de la distribution

Classe	10-20	20-30	30-40
Effectif	2	x	2

vaut 50. Alors x vaut _____.

PROBLÈME 147

Si la variance des termes de la progression arithmétique croissante $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{11}$ vaut 90, alors sa raison vaut _____.

PROBLÈME 148

Si la moyenne et la variance des huit nombres 3, 7, 9, 12, 13, 20, x, y valent respectivement 10 et 25, alors xy vaut _____.

PROBLÈME 149

Si la variance des n premiers entiers naturels strictement positifs vaut 10 et celle des m premiers entiers pairs strictement positifs vaut 16, alors $m + n$ vaut _____.

Grille des réponses

Réponses reprises du document fourni. « — » : réponse non précisée.

1	C	31	C	61	D	91	B	121	151
2	B	32	A	62	D	92	A	122	25
3	B	33	D	63	A	93	B	123	25
4	A	34	C	64	C	94	B	124	5
5	C	35	B	65	B	95	A	125	37
6	D	36	C	66	A	96	C	126	603
7	D	37	B	67	C	97	D	127	4
8	D	38	A	68	B	98	A	128	142
9	C	39	C	69	B	99	B	129	2
10	C	40	D	70	B	100	B	130	238
11	D	41	D	71	B	101	D	131	0
12	D	42	D	72	A	102	D	132	17
13	B	43	D	73	B	103	A	133	21
14	A	44	C	74	D	104	A	134	398
15	D	45	B	75	A	105	C	135	25
16	B	46	D	76	B	106	A	136	13
17	C	47	A	77	B	107	C	137	12
18	C	48	B	78	B	108	A	138	164
19	B	49	B	79	A	109	D	139	4
20	A	50	C	80	C	110	D	140	35
21	A	51	A	81	B	111	B	141	68
22	B	52	C	82	C	112	8788	142	5
23	B	53	D	83	B	113	33	143	4
24	D	54	C	84	C	114	5	144	11
25	C	55	D	85	C	115	29	145	6
26	B	56	C	86	D	116	6344	146	4
27	D	57	D	87	B	117	2521	147	3
28	A	58	A	88	C	118	269	148	54
29	C	59	A	89	D	119	8	149	18
30	A	60	B	90	C	120	211		