

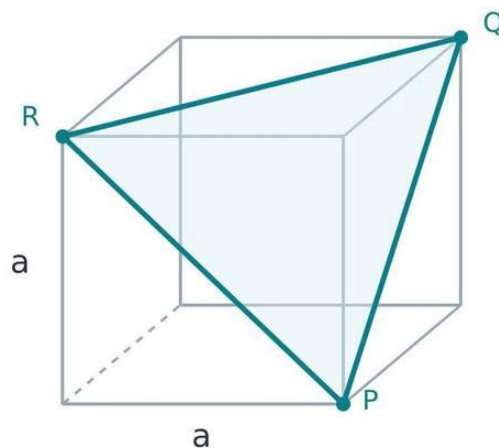
Problèmes et méthodes

FICHE 04

Algèbre • Arithmétique Combinatoire • Géométrie

10 problèmes entièrement corrigés

Des énoncés en français, des figures reconstruites, des démonstrations expliquées et les astuces à retenir.



Reconnaître une configuration avant de commencer les calculs.

Auteur : Maths Olympiad

Préparation aux olympiades : collège avancé et lycée. Les premiers problèmes sont accessibles avec des bases solides ; les derniers demandent davantage de recul.

Chercher • Justifier • Vérifier

Commencer par une représentation claire, choisir une méthode adaptée, puis vérifier que le résultat satisfait toutes les conditions.

ORGANISATION DU LIVRET

Comment utiliser cette fiche

Les énoncés sont rassemblés avant les corrigés pour permettre une recherche autonome.
Les notations et les raisonnements ont été réécrits à partir de la transcription fournie ; les figures sont des reconstructions géométriques.

Un parcours en trois temps

1. Chercher sans lire le corrigé.
2. Comparer sa démarche à la solution, même si le résultat est juste.
3. Refaire le problème quelques jours plus tard et expliquer l'astuce avec ses propres mots.

Problème	Thème	Méthode dominante
1 Triathlon	Rapports de temps	
2	Trois sommets d'un cube	Distances et diagonales de faces
3	Mots de sept lettres	Principe multiplicatif
4	Chiffres tous distincts	Optimisation et divisibilité par 8
5	Somme de fractions	Télescopage et encadrement
6	Milieus dans un trapèze	Triangles rectangles et similitude
7	Racines d'un polynôme	Relations de Viète
8	Écriture à coefficients larges	Regroupement en base 100
9	Drapeaux sur deux mâts	Méthode des intervalles
10	Deux cercles tangents	Bissectrices, similitude et Pythagore

Prérequis utiles

Fractions, proportionnalité, puissances, divisibilité, théorème de Pythagore, triangles semblables et calcul littéral. Les combinaisons, les relations de Viète et le théorème de la bissectrice sont rappelés au moment de leur utilisation.

Dans le problème 7, les racines peuvent être complexes. On utilise uniquement les coefficients du polynôme : il n'est pas nécessaire de calculer ces racines.

ÉNONCÉS · 1 À 3

Premiers raisonnements

01. Le temps passé à vélo

Algèbre : Mise en équation

Un triathlon comprend 0,5 mile de natation, 30 miles à vélo et 8 miles de course à pied. Tom avance à une vitesse constante dans chaque discipline. Sa vitesse de course est cinq fois sa vitesse de natation ; sa vitesse à vélo est deux fois sa vitesse de course.

Il termine l'épreuve en 4 h 15 min. Combien de minutes a-t-il passées à vélo ? On néglige les temps de transition.

02. Trois sommets d'un cube

Géométrie dans l'espace : Distances

Dans un repère orthonormé de l'espace, les points suivants sont trois sommets d'un même cube :

$$P(7, 12, 10), \quad Q(8, 8, 1), \quad R(11, 3, 9).$$

Déterminer l'aire totale de la surface du cube. Les coordonnées sont données dans une même unité de longueur.

03. Des mots sous contrainte

Combinatoire : Choix successifs

On forme des mots de sept lettres en utilisant uniquement A, B et C. Certaines de ces lettres peuvent ne pas apparaître. Les couples consécutifs AB, BC et CA sont interdits.

Combien de mots satisfont ces conditions ? Deux lettres identiques peuvent être consécutives.

Avant de commencer

Pour chaque problème, identifier ce qui est fixé, ce qui est inconnu et les conditions à respecter. Une réponse numérique doit être accompagnée d'un raisonnement.

ÉNONCÉS · 4 À 6

Nombres et configurations

04. Le plus grand multiple de 8

Arithmétique : Chiffres distincts

Soit N le plus grand entier positif divisible par 8 dont tous les chiffres sont distincts.
Déterminer le reste de la division de N par 1000.

05. L'entier le plus proche

Algèbre : Somme télescopique

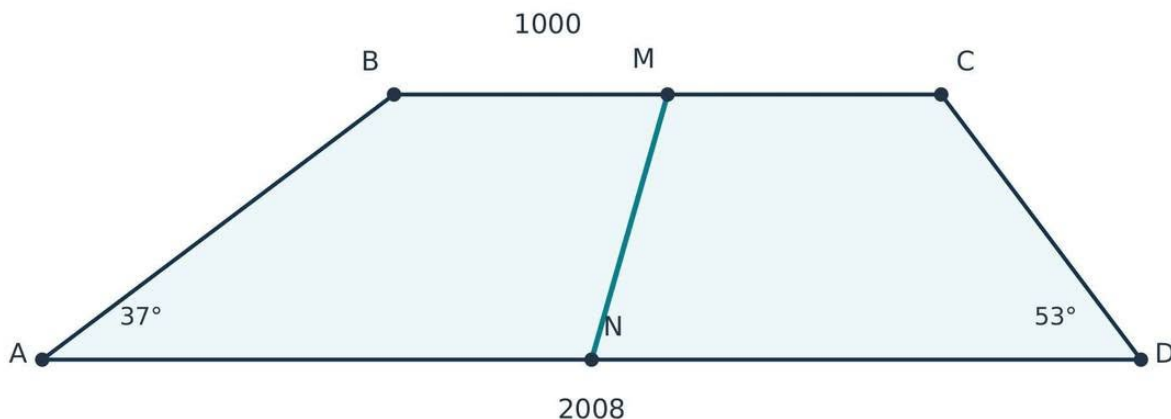
Déterminer l'entier le plus proche du nombre :

$$S = 1000 \sum_{n=3}^{10000} \frac{1}{n^2 - 4}.$$

06. Les milieux des bases

Géométrie plane : Trapèze

$ABCD$ est un trapèze convexe tel que BC est parallèle à AD , avec $BC = 1000$ et $AD = 2008$.
Les angles BAD et CDA mesurent respectivement 37° et 53° . Les points M et N sont les milieux respectifs de BC et AD . Calculer MN .



Les angles à la grande base sont complémentaires. Les longueurs indiquées sont exactes.

Attention aux données

Les angles 37° et 53° ne justifient aucune approximation par un triangle 3-4-5. Le raisonnement doit donner une longueur exacte.

ÉNONCÉS · 7 À 9

Structures cachées

07. Calculer sans trouver les racines

Algèbre : Relations de Viète

Soient r , s et t les trois racines, comptées avec leur multiplicité, du polynôme :

$$8x^3 + px + 2008,$$

où p est un réel fixé. Sa valeur n'est pas utile au calcul demandé. Déterminer :

$$E = (r + s)^3 + (s + t)^3 + (t + r)^3.$$

Cette formulation met en évidence que la réponse ne dépend pas du coefficient de x .

08. Des coefficients entre 0 et 99

Arithmétique et combinatoire : Écriture des nombres

Combien de quadruplets d'entiers (a_3, a_2, a_1, a_0) , avec $0 \leq a^i \leq 99$ pour chaque indice, satisfont :

$$1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 2010 ?$$

Le coefficient a_3 peut être nul. Par exemple, $(1, 3, 67, 40)$ convient.

09. Dix drapeaux bleus et neuf verts

Combinatoire · Mâts distincts et interdiction de voisinage

On dispose de deux mâts distincts, A et B, de 10 drapeaux bleus identiques entre eux et de 9 drapeaux verts identiques entre eux. Tous les drapeaux sont utilisés. L'ordre de haut en bas sur chaque mât compte.

Chaque mât doit porter au moins un drapeau, et deux drapeaux verts ne peuvent pas être consécutifs sur un même mât. Si F désigne le nombre de dispositions possibles, calculer le reste de F dans la division par 1000.

ÉNONCÉ · 10

Deux cercles tangents

Le triangle ABC est isocèle en A, avec $AB = AC = 100$ et $BC = 56$. Un cercle de centre P et de rayon 16, situé dans le triangle, est tangent aux côtés AC et BC.

Un second cercle, de centre Q et de rayon r , est tangent aux côtés AB et BC ainsi qu'extérieurement au premier cercle. Aucun point de ce second cercle ne se trouve à l'extérieur du triangle.

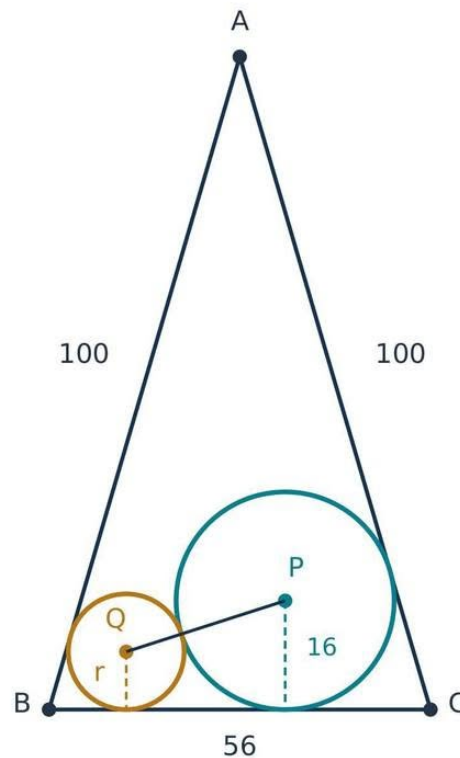


Figure à l'échelle. P et Q désignent les centres ; les segments en pointillés sont des rayons perpendiculaires à BC.

Le rayon r s'écrit sous la forme :

$$r = m - n\sqrt{k},$$

où m , n et k sont des entiers positifs et k n'a aucun diviseur carré strictement supérieur à 1. Déterminer $m + nk$.

Conseil de recherche

Relier les centres, abaisser leurs perpendiculaires sur BC et exploiter la symétrie du triangle isocèle. La tangence extérieure donne immédiatement $PQ = 16 + r$.

CORRIGÉ · 1

Le temps passé à vélo

L'idée est de comparer les temps sans chercher d'abord les trois vitesses. Dans chaque discipline, on utilise $\text{temps} = \text{distance} \div \text{vitesse}$.

1. Traduire les rapports de vitesse

Notons v la vitesse de natation, en miles par minute. Les vitesses de course et de vélo valent respectivement $5v$ et $10v$. Le temps total est $4 \times 60 + 15 = 255$ minutes.

Discipline	Distance	Vitesse	Temps
Natation	0,5 mile	v	$0,5/v$
Vélo	30 miles	$10v$	$3/v$
Course	8 miles	$5v$	$1,6/v$

2. Comparer les temps

$$t_{\text{natation}} : t_{\text{vélo}} : t_{\text{course}} = 0,5 : 3 : 1,6 = 5 : 30 : 16.$$

La durée totale correspond donc à $5 + 30 + 16 = 51$ parts. Une part vaut $255 \div 51 = 5$ minutes. Le vélo occupe 30 parts.

$$t_{\text{vélo}} = 30 \times 5 = 150 \text{ minutes.}$$

3. Contrôler le résultat

Les durées des trois disciplines sont 25, 150 et 80 minutes. Leur somme est bien 255 minutes. Les vitesses correspondantes sont 0,02, 0,2 et 0,1 mile par minute : la course est cinq fois plus rapide que la natation, et le vélo deux fois plus rapide que la course.

Astuce : Faire disparaître l'inconnue commune

Lorsque toutes les vitesses sont des multiples d'une même vitesse v , tous les temps contiennent le facteur $1/v$. Ce facteur disparaît dans les rapports.

Piège - Ne pas confondre vitesse et durée

Une vitesse deux fois plus grande ne donne un temps deux fois plus petit que si la distance parcourue est la même. Ici, les trois distances sont différentes.

CORRIGÉ · 2

Reconnaître les diagonales du cube

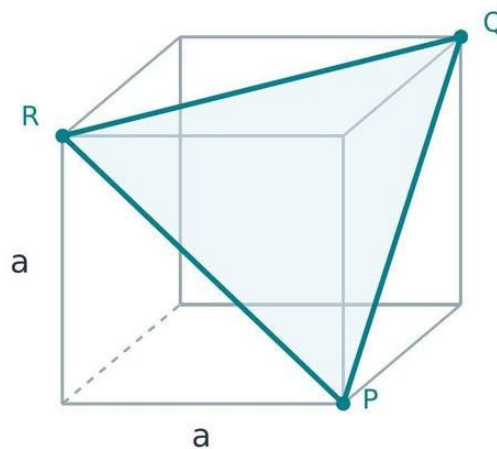
1. Calculer les trois distances

$$PQ^2 = (8 - 7)^2 + (8 - 12)^2 + (1 - 10)^2 = 98.$$

$$QR^2 = (11 - 8)^2 + (3 - 8)^2 + (9 - 1)^2 = 98.$$

$$PR^2 = (11 - 7)^2 + (3 - 12)^2 + (9 - 10)^2 = 98.$$

Ainsi, PQR est un triangle équilatéral. Il faut maintenant reconnaître quelles distances du cube forment ses côtés.



Un triangle équilatéral formé par trois sommets d'un cube. Chaque côté est une diagonale de face.

2. Identifier la distance commune

Si l'arête du cube vaut a , les distances entre sommets distincts sont a , $a\sqrt{2}$ et $a\sqrt{3}$. La distance commune ne peut pas être a : deux voisins d'un même sommet sont distants de $a\sqrt{2}$. Elle ne peut pas être $a\sqrt{3}$: chaque sommet n'a qu'un seul sommet opposé. Il reste donc $a\sqrt{2}$.

$$2a^2 = 98 \quad \implies \quad a^2 = 49 \quad \implies \quad 6a^2 = 294.$$

Réponse

L'aire totale du cube est 294 unités d'aire.

Piège - Longueur et carré d'une longueur

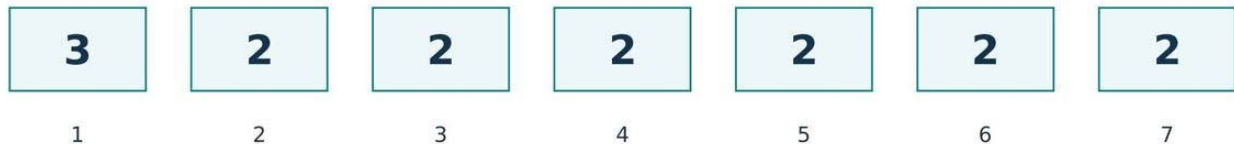
Une diagonale de face vaut $a\sqrt{2}$, et non $2a$. C'est son carré qui vaut $2a^2$. Un dessin plausible ne remplace pas la justification de la configuration.

CORRIGÉS · 3 ET 4

Compter puis optimiser

03. Des mots sous contrainte

La première lettre a trois possibilités. Ensuite, chaque lettre précédente interdit exactement une lettre : après A, on choisit A ou C ; après B, A ou B ; après C, B ou C. Il reste donc toujours deux choix.



Nombre de choix à chacune des sept positions.

$$3 \times 2^6 = 192.$$

Il y a 192 mots. Plus généralement, pour une longueur $n \geq 1$, le nombre de mots est $3 \times 2^{n-1}$. Les interdictions portent sur des couples ordonnés : AB est interdit, mais BA est autorisé.

04. Le plus grand multiple de 8

Un entier à chiffres distincts possède au plus dix chiffres. Pour obtenir le plus grand, on tente le préfixe décroissant 9876543, puis on teste les permutations de 0, 1 et 2. Un entier est divisible par 8 si et seulement si le nombre formé par ses trois derniers chiffres l'est, car 1000 est divisible par 8.

Terminaison	012	021	102	120	201	210
Reste modulo 8	4	5	6	0	1	2

La terminaison 120 convient. On obtient $N = 9\,876\,543\,120$. Ce candidat possède dix chiffres ; tout entier à moins de dix chiffres est plus petit. Son préfixe de sept chiffres est le plus grand possible, et il existe une terminaison admissible : cela prouve sa maximalité.

$$N \equiv 120 \pmod{1000}.$$

Astuce · Maximiser de gauche à droite

Pour comparer des nombres de même longueur, le premier chiffre différent décide. On fixe donc les grands chiffres à gauche, puis on vérifie que la fin peut encore satisfaire la contrainte.

CORRIGÉ · 5

Faire apparaître le télescope

1. Décomposer le terme général

On factorise $n^2 - 4 = (n - 2)(n + 2)$. La différence entre les deux facteurs vaut 4, d'où :

$$\frac{1}{n^2 - 4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n - 2} - \frac{1}{n + 2} \right).$$

Pour vérifier cette égalité, réduire le membre de droite au même dénominateur : son numérateur devient $(n + 2) - (n - 2) = 4$.

2. Garder seulement les termes de bord

Les premiers couples de termes sont $1 - 1/5$, $1/2 - 1/6$, $1/3 - 1/7$, $1/4 - 1/8$, puis $1/5 - 1/9$, etc. Les termes intermédiaires se compensent.

$$S = 250 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9999} - \frac{1}{10000} - \frac{1}{10001} - \frac{1}{10002} \right).$$

On écrit donc $S = 3125/6 - R$, où :

$$R = 250 \left(\frac{1}{9999} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{10001} + \frac{1}{10002} \right).$$

3. Justifier l'arrondi

$$0 < R < \frac{1000}{9999} < \frac{1}{3}.$$

Ainsi $S > 3125/6 - 1/3 = 520,5$. D'autre part, $S < 3125/6 < 521,5$. Le nombre S appartient donc strictement à l'intervalle des nombres dont l'entier le plus proche est 521.

521

À titre de contrôle, $S \approx 520,7333$. Les quatre fractions finales retirent environ 0,1 au total.

Astuce : Encadrer au lieu de tout calculer

Pour trouver l'entier le plus proche, il suffit de situer le résultat entre deux demi-entiers consécutifs. Un encadrement rigoureux évite une longue division décimale.

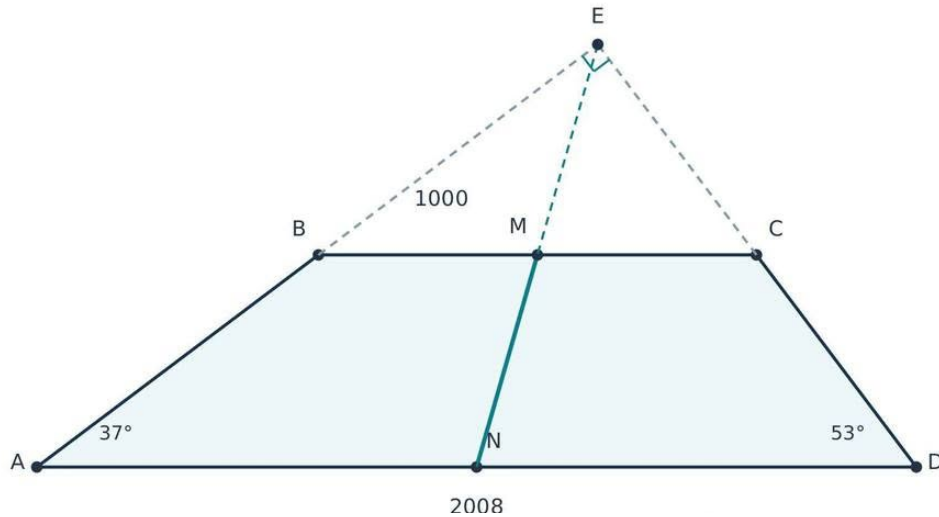
Piège - Oublier les derniers termes

Dans cette somme, quatre termes restent au début et quatre à la fin. Supprimer les termes finaux sans contrôler leur taille ne justifie pas l'arrondi.

CORRIGÉ · 6

Prolonger les côtés du trapèze

Prolongeons AB et DC jusqu'à leur intersection E, au-dessus de BC. Les angles à A et D totalisent 90° , donc le triangle EAD est rectangle en E. Le triangle EBC l'est également.



Les triangles EBC et EAD sont rectangles en E et semblables. Les points E, M et N sont alignés le long de la médiane commune.

1. Utiliser les milieux des hypoténuses

Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est à égale distance des trois sommets. Comme M est le milieu de BC et N celui de AD :

$$EM = \frac{BC}{2} = 500, \quad EN = \frac{AD}{2} = 1004.$$

Les triangles EBC et EAD sont homothétiques de centre E, puisque BC est parallèle à AD. Le milieu M est donc envoyé sur le milieu N : E, M et N sont alignés, avec M entre E et N.

$$MN = EN - EM = 1004 - 500 = 504.$$

2. Retrouver le calcul par les projections

Si les projections des deux côtés obliques sur AD ont pour longueurs u et v, alors $u + v = 2008 - 1000 = 1008$. Les deux triangles rectangles latéraux sont semblables, car les angles à la base sont complémentaires : leur hauteur h vérifie $h^2 = uv$. Le décalage horizontal entre M et N vaut $|u - v|/2$.

$$MN^2 = h^2 + \frac{(u - v)^2}{4} = \frac{(u + v)^2}{4} = 504^2.$$

CORRIGÉ · 7

Utiliser les coefficients du polynôme

1. Lire les relations de Viète

Puisque r , s et t sont les racines, on peut factoriser le polynôme sous la forme $8(x - r)(x - s)(x - t)$. En développant puis en comparant les coefficients, on obtient :

$$r + s + t = 0, \quad rs + st + tr = \frac{p}{8}, \quad rst = \frac{-2008}{8} = -251.$$

Théorème : Relations de Viète pour un cubique

Si $ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - r)(x - s)(x - t)$, alors $r + s + t = -b/a$, $rs + st + tr = c/a$ et $rst = -d/a$.

2. Simplifier avant de développer

La somme $r + s + t$ étant nulle, on a $s + t = -r$ et $t + r = -s$. On conserve le premier cube sous sa forme initiale :

$$E = (r + s)^3 - r^3 - s^3.$$

L'identité $(r + s)^3 = r^3 + s^3 + 3rs(r + s)$ donne alors :

$$E = 3rs(r + s) = 3rs(-t) = -3rst.$$

$$E = -3(-251) = 753.$$

3. Pourquoi la valeur de p disparaît

Le calcul utilise seulement l'absence de terme en x^2 et le terme constant 2008. La relation portant sur $rs + st + tr$ n'intervient jamais. C'est pourquoi on peut laisser p indéterminé dans l'énoncé.

Astuce : Ne pas résoudre une équation inutilement

Une expression symétrique des racines se calcule souvent directement à partir des coefficients. Chercher r , s et t séparément serait beaucoup plus long.

Piège - Supposer les racines réelles

Un polynôme cubique à coefficients réels possède toujours une racine réelle, mais pas nécessairement trois. Les identités utilisées ici restent valables pour les racines complexes.

CORRIGÉ · 8

Regrouper deux coefficients à la fois

Les coefficients peuvent aller jusqu'à 99. Ils ne sont donc pas les chiffres ordinaires d'une écriture décimale. Le bon regroupement consiste à séparer les puissances de 10 de rang pair et de rang impair.

1. Réduire quatre inconnues à deux

$$A = 100a_3 + a_1, \quad B = 100a_2 + a_0.$$

Chacun des nombres A et B peut prendre toutes les valeurs entières de 0 à 9999, une seule fois. En effet, la division euclidienne par 100 retrouve de façon unique le quotient et le reste, tous deux entre 0 et 99.

$$1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 10A + B.$$

2. Compter les valeurs possibles

$$10A + B = 2010 \implies B = 2010 - 10A.$$

La condition $B \geq 0$ impose $A \leq 201$. Inversement, pour chaque entier A entre 0 et 201, on obtient un B entre 0 et 2010, donc autorisé. Il y a ainsi autant de quadruplets que de valeurs de A.

$$201 - 0 + 1 = 202.$$

A	B	(a_3, a_2, a_1, a_0)
0	2010	(0, 20, 0, 10)
1	2000	(0, 20, 1, 0)
167	340	(1, 3, 67, 40)
201	0	(2, 0, 1, 0)

Réponse

Il existe exactement 202 quadruplets. Aucun n'est compté deux fois, car les deux divisions euclidiennes par 100 permettent de revenir au quadruplet initial.

Piège - Ce n'est pas une écriture en base 100 à quatre chiffres

Dans l'expression initiale, les poids sont 1, 10, 100 et 1000. Ce sont seulement les deux regroupements $100a_3 + a_1$ et $100a_2 + a_0$ qui deviennent des écritures en base 100.

CORRIGÉ · 9

Placer les verts dans les intervalles

1. Répartir les dix drapeaux bleus

Fixons x , le nombre de drapeaux bleus sur le mât A. Le mât B en porte $10 - x$. Il y a 11 choix pour x , de 0 à 10. On autorise temporairement un mât vide.

Une rangée de x drapeaux bleus offre $x + 1$ places pour insérer des verts : avant, entre et après les bleus. Le second mât en offre $11 - x$. Il y a donc toujours 12 places, quel que soit x .

Mât A : 4 bleus, 5 places



Mât B : 6 bleus, 7 places



Exemple pour $x = 4$: $5 + 7 = 12$ places. Les cercles représentent les places possibles pour les verts.

2. Choisir neuf places parmi douze

Chaque place contient au plus un vert, sinon deux verts seraient voisins. Les verts étant identiques, on choisit seulement neuf places. Le nombre de choix est la combinaison « 9 parmi 12 » :

$$\binom{12}{9} = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220.$$

$$11 \binom{12}{9} = 2420.$$

3. Retirer les dispositions avec un mat vide

Si le mât A est vide, le mât B porte les dix bleus. Ses onze places accueillent neuf verts de 9 parmi 11 façons, soit 55. Le même nombre vaut pour le mât B vide. Ces deux situations sont disjointes.

$$F = 2420 - 2 \binom{11}{9} = 2420 - 110 = 2310.$$

$$F \bmod 1000 = 310$$

Piège - Zéro bleu ne signifie pas mât vide

Quand $x = 0$, le mât A peut encore porter un unique drapeau vert. Cette disposition est autorisée. On retire seulement les cas où le mât ne porte aucun drapeau, et non

tous les cas $x = 0$ ou $x = 10$.

CORRIGÉ · 10 · PREMIÈRE PARTIE

Transformer la figure en longueurs

1. Calculer la hauteur du triangle

Soit D le milieu de BC. Dans ce triangle isocèle, AD est perpendiculaire à BC et $BD = DC = 28$. Le théorème de Pythagore donne :

$$AD = \sqrt{100^2 - 28^2} = \sqrt{9216} = 96.$$

2. Trouver un rapport sur les bissectrices

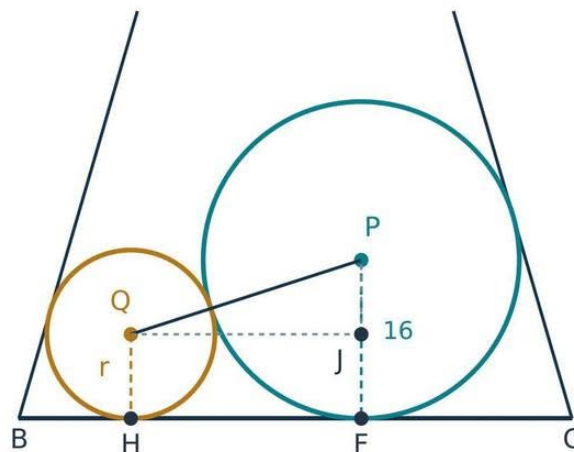
Le centre d'un cercle tangent aux deux côtés d'un angle et situé dans cet angle appartient à sa bissectrice. Ainsi BQ et CP sont les bissectrices des angles en B et C.

La bissectrice issue de B rencontre AD en I. Dans le triangle ABD, le théorème de la bissectrice donne $AI/ID = AB/BD = 100/28 = 25/7$. Comme $AI + ID = 96$, on obtient $ID = 21$.

$$\frac{ID}{BD} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}.$$

Soient H et F les pieds des perpendiculaires issues de Q et P sur BC. Les triangles BQH et BID sont semblables ; de même, par symétrie, les triangles CPF et CID le sont. Comme $QH = r$ et $PF = 16$:

$$BH = \frac{4}{3}r, \quad CF = \frac{4}{3} \times 16 = \frac{64}{3}.$$



Vue agrandie de la partie basse. La ligne QJ est parallèle à BC et PJ lui est perpendiculaire.

3. Préparer le théorème de Pythagore

Dans le repère d'origine B et d'axe horizontal BC : $Q(4r/3, r)$ et $P(104/3, 16)$. Les écarts sont $|104 - 4r|/3$ horizontalement et $|16 - r|$ verticalement. La tangence extérieure impose $PQ = 16 + r$.

CORRIGÉ · 10 - SECONDE PARTIE

Résoudre et choisir le rayon

4. Écrire l'équation de tangence

$$\left(\frac{104-4r}{3}\right)^2 + (16-r)^2 = (16+r)^2.$$

En utilisant $(16+r)^2 - (16-r)^2 = 64r$, on obtient successivement :

$$\frac{16(26-r)^2}{9} = 64r \implies (26-r)^2 = 36r.$$

$$r^2 - 88r + 676 = 0.$$

Le discriminant est $88^2 - 4 \times 676 = 5040 = 144 \times 35$. Les deux solutions algébriques sont :

$$r = \frac{88 \pm 12\sqrt{35}}{2} = 44 \pm 6\sqrt{35}.$$

5. Utiliser la condition géométrique

Le triangle est entièrement situé entre la droite BC et la parallèle passant par A, distantes de 96. Un cercle situé dans le triangle a donc un diamètre au plus égal à 96, soit $r \leq 48$.

La valeur $44 + 6\sqrt{35} \approx 79,50$ est impossible.

$$r = 44 - 6\sqrt{35} \approx 8,50.$$

6. Vérifier que la petite valeur convient

Dans le même repère, AB a pour équation $24x - 7y = 0$, et AC a pour équation $24x + 7y = 1344$. Pour $Q(4r/3, r)$, les distances à BC et AB valent r . Sa distance à AC est $(1344 - 39r)/25$. Elle est au moins égale à r dès que $r \leq 21$, ce qui est vrai pour la valeur obtenue.

Le disque est donc bien contenu dans le triangle. L'équation de distance assure aussi la tangence extérieure au cercle de centre P.

On lit enfin $m = 44$, $n = 6$ et $k = 35$. Le nombre $35 = 5 \times 7$ est sans facteur carré non trivial.

$$m + nk = 44 + 6 \times 35 = 254$$

Astuce : Valider les solutions après le calcul

Une équation peut produire plusieurs candidats. Les contraintes de position, de taille et de tangence permettent de conserver uniquement ceux qui correspondent à la figure.

FICHE DE RÉVISION

Les méthodes à retenir

Situation	Réflexe utile
Vitesses proportionnelles	Écrire les durées, puis comparer leurs rapports.
Sommets d'un cube	Distinguer arête, diagonale de face et diagonale de l'espace.
Choix successifs	Compter les possibilités à chaque position ; vérifier que ce nombre reste valable.
Plus grand nombre à chiffres distincts	Optimiser de gauche à droite tout en gardant une fin admissible.
Somme de fractions	Décomposer en différences et conserver tous les termes de bord.
Entier le plus proche	Encadrer entre deux demi-entiers ; ne pas multiplier les décimales.
Trapèze et angles complémentaires	Prolonger les côtés obliques pour créer un triangle rectangle.
Expression en fonction des racines	Lire les coefficients avant de chercher les racines.
Coefficients plus grands que des chiffres	Regrouper les puissances et chercher une correspondance bijective.
Objets identiques sans voisinage	Placer d'abord les séparateurs, puis choisir les intervalles.
Cercles tangents	Utiliser les rayons perpendiculaires, les bissectrices et la distance entre les centres.

Réponses pour un contrôle rapide

1	2	3	4	5
150 min	294	192	120	521
6	7	8	9	10
504	753	202	310	254

Les trois vérifications finales

Exhaustivité : ai-je oublié un cas ?

Validité : toutes les contraintes sont-elles satisfaites ?

Unité et question : ai-je donné la quantité exacte demandée, avec la bonne unité ?

Pour progresser : refaire les problèmes 5, 8 et 9 sans consulter le corrigé, puis expliquer à voix haute pourquoi chaque dénombrement ou transformation est réversible.