



Recueil de sujets de concours



École Militaire Interarmes (EMIA)

Matière : Mathématiques

N°	Année	Sujet	Page
1	2013	Mathématiques et analyse de processus	2
2	2011	Mathématiques	5

Nombre de sujets : 2 | Version : V1 | Générée le 21 octobre 2026

Retrouvez d'autres documents sur :

<https://bkalan.ml/api/files/WhatsApp/CONCOURS/NATIONAUX/docs.html>

Vous avez des sujets ou des corrigés ? Envoyez-les-nous :

Partager mes documents 📁

**CONCOURS D'ADMISSION
À
L'ÉCOLE MILITAIRE INTERARMES
EN 2013**

CONCOURS SCIENCES

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

&

D'ANALYSE DE PROCESSUS

Durée : 4 heures – Coefficient 14

Mercredi 23 janvier 2013 de 08h00 à 12h00

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés pour cette épreuve.

L'attention des candidats est attirée sur l'importance d'une bonne rédaction. Les copies satisfaisantes dans ce domaine seront valorisées.

L'usage de la calculatrice est interdit.

Les exercices 1, 2, 3 et 4 sont indépendants.

Papier millimétré obligatoire pour l'exercice 3-

Exercice 1.

Un sac contient 100 pièces d'apparence identique. 25 de ces pièces sont équilibrées, les 75 autres sont fausses et la probabilités d'obtenir PILE pour l'une de ces pièces est égale à $\frac{3}{5}$.

On tire au hasard une pièce du sac. On considère les événements suivants :

A : "la pièce tirée est équilibrée";

B : " la pièce tirée est fausse".

1. Donner les probabilités des événements A et B .
2. On lance la pièce précédemment tirée. Calculer la probabilité d'obtenir PILE.
3. Sachant que le résultat du lancer est PILE, quelle est la probabilité pour que la pièce tirée soit équilibrée?
4. On décide de déclarer fausse toute pièce tirée dont le résultat du lancer est PILE. Calculer la probabilité de déclarer fausse une pièce équilibrée.

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Exercice 2.

On considère le nombre complexe :

$$z = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$$

1. Ecrire z^2 sous forme algébrique.
2. Déterminer le module et un argument de z^2 . En déduire le module et un argument de z .
3. Déduire de ce qui précède les valeurs exactes de

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \text{ et } \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(\sqrt{3} + 1) \cos x + (\sqrt{3} - 1) \sin x = \sqrt{2}$$

Exercice 3.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{10}{1 + e^{2 - \frac{1}{2}x}}$.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

- 1- Calculer les deux limites suivantes $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 2- Calculer la dérivée de f .
- 3- Étudier le sens de variation de f , puis dresser son tableau de variations.
- 4- Tracer la courbe représentative de $f : C_f$.
- 5- Démontrer que f vérifie une équation différentielle que l'on précisera.

Exercice 4.

1. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & b \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & c \end{pmatrix}$

Déterminer les réels a, b et c pour que la matrice M^2 soit la matrice nulle.

2. On considère les matrices:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } A = P + I$$

a. Montrer que P^2 est la matrice nulle.

b. Exprimer les matrices A^2 et A^3 en fonction des matrices P et I

3. Démontrer par récurrence que, pour tout entier $n \geq 1$, $A^n = nP + I$.

4. Démontrer que, pour tout entier $n \geq 2$, $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$.

5. On pose, pour n un entier supérieur ou égal à 2, $S_n = \sum_{k=1}^n A^k$.

Exprimer S_n en fonction de P, I et n

Analyse de processus

Une technique de programmation très classique est d'appliquer une procédure donnée à chaque élément d'une liste.

1. Ecrire un algorithme qui à partir d'une liste de nombres retourne une liste de carrés de ces nombres :

$$(1 \ 2 \ 3 \ 5) \rightarrow (1 \ 4 \ 9 \ 25)$$

2. On dispose d'une fonction, notée **cons**, de concaténation de deux listes et d'une fonction, notée **premier-liste**, qui retourne le premier élément d'une liste sous forme d'une liste :

Exemple

Si $l_1 = (1 \ 2 \ 3 \ 5)$ et $l_2 = (1 \ 3 \ 7 \ a)$ alors

$$\mathbf{cons}(l_1, l_2) = (1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 1 \ 3 \ 7 \ a)$$

$$\mathbf{premier-liste}(l_1) = (1)$$

En utilisant les fonctions **cons** et **premier-liste**, écrire une procédure récursive qu'on note **carré-liste** qui à partir d'une liste de nombres retourne une liste de carrés de ces nombres.

CONCOURS EMIA – Sciences
CONCOURS 2011 - EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice n°1

On note $p_B(A)$ ou $p(A/B)$ la probabilité conditionnelle de A sachant B .

- 1) Soit A, B et C trois événements vérifiant $p(A \cap B) \neq 0$. Montrer que $p(A \cap B \cap C) = p(A) p_A(B) p_{A \cap B}(C)$.
- 2) Une urne contient 5 boules rouges, 3 jaunes et 2 vertes, indiscernables au toucher. On réalise trois tirages successifs sans remise. Quelle est la probabilité d'obtenir 3 rouges ?

Exercice n°2

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{(\ln x)^2} - \frac{1}{\ln x}$, pour tout $x \in]1; +\infty[$.

- 1) Montrer que la dérivée de f est la fonction définie par : $f'(x) = \frac{\ln x - 2}{x(\ln x)^3}$, pour tout $x \in]1; +\infty[$.
- 2) Déterminer les limites de f en 1 et en $+\infty$.
- 3) Déterminer le tableau de variations de f .
- 4) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{x}{\ln x}$, pour tout $x \in]1; +\infty[$.
 - a) Calculer la dérivée g' de g .
 - b) Déterminer une primitive F de f sur $]1; +\infty[$
- 5) On désigne par u_n la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[e^n; e^{n+1}]$ où n est un entier naturel non nul :

$$u_n = \frac{1}{e^{n+1} - e^n} \int_{e^n}^{e^{n+1}} f(x) dx$$

- a) Calculer u_n , pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
- b) Quelle est la limite de u_n , quand n tend vers l'infini ?

Exercice n°3

Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $a = -1$ et $b = 3i$.

Soit la fonction f de (P) privé du point A dans (P) qui, à tout point M d'affixe z , associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = i \left(\frac{z - 3i}{z + 1} \right)$

- 1) Soit C le point d'affixe $c = 2 - i$. Démontrer qu'il existe un seul point D tel que $f(D) = C$.
- 2) Déterminer la nature du triangle ABC .
- 3) Démontrer que, pour tout point M distinct de A et de B , on a : $OM' = \frac{BM}{AM}$.
- 4) Quels sont les points M tels que l'image M' soit située sur le cercle de centre O et de rayon 1 ?

Exercice n°4

On considère $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites définies, $\forall n \in \mathbb{N}$, par (S) $\begin{cases} a_{n+1} = 8a_n + 1b_n \\ b_{n+1} = 2a_n + 9b_n \end{cases}$.

- 1) Démontrer qu'on peut écrire (S) sous la forme : $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ où A est une matrice 2×2 qu'on précisera.
- 2) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \geq 1$, on a : $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$.

3) On pose $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Démontrer que $P^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4) Calculer le produit de matrices suivant : $B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5) Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $B^n = P \begin{pmatrix} 7^n & 0 \\ 0 & 10^n \end{pmatrix} P^{-1}$.

6) En déduire a_n et b_n en fonction de n lorsque $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$.

Analyse de processus

Exercice n°1

n est un entier naturel et i une variable initialisée à la valeur 0.

Quel est l'effet de l'instruction suivante :

tant que $(i^2 \leq n)$ faire $i \leftarrow i+1$ fin tant que ?

Donner la valeur de la variable i après l'exécution de cette instruction.

Exécuter « à la main » cette instruction pour $n = 7$ et $n = 9$.

Exercice n°2

Ecrire un algorithme ou un organigramme permettant de résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{R}$.