



BKalan

Recueil de sujets de concours



**École Normale Supérieure de Bamako
(ENSup)**

Matière : Mathématiques

Niveau : PES

N°	Année	Sujet	Page
1	2014	Algèbre – PES	2
2	2013	Algèbre – PES	3
3	2013	Analyse – PES	4
4	2012	Algèbre – PES	6
5	2012	Analyse – PES	7

Nombre de sujets : 5 | Version : V1 | Générée le 21 octobre 2026

Retrouvez d'autres documents sur :

<https://bkalan.ml/api/files/WhatsApp/CONCOURS/NATIONAUX/docs.html>

Vous avez des sujets ou des corrigés ? Envoyez-les-nous :

Partager mes documents 📁

Concours d'Entrée / Août 2014

Formation - Professeur d'Enseignement Secondaire (PES)

Filière : *Mathématiques*

Date : 20 août 2014

Épreuve : *Algèbre*

Coef.: 1

Durée : 03 heures

Exercice 1:

1- a) Démontrer que, pour tout couple d'entiers naturels (a, b) tels que $a < b$ et de plus petit commun multiple M , on a : $\text{pgcd}(a + b, M) = \text{pgcd}(a, b)$

b) Trouver a et b sachant que
$$\begin{cases} a + b = 276 \\ M = 1440 \end{cases}$$

2 Soit le décimal $x = 321,3125$ écrit en base dix. Écrire x en binaire puis en octal

Exercice 2:

Soit $f : (Z, +) \rightarrow (Z, +)$ un homomorphisme de groupe. On pose $m = f(1)$

Calculer $f(2)$, $f(-1)$; Démontrer que f est complètement défini par la donnée de $f(1)$

Ecrire la forme générale des endomorphisme de $(Z, +)$

Exercice 3:

I- Soit A une matrice d'ordre 2. Donner la valeur de A dans les cas suivants :

1- A représente une rotation de 90° vers la droite à l'origine

2- A représente une symétrie d'axe d'équation $y = x$

II- On donne la matrice
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -10 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

1- Donner la matrice inverse A^{-1} et la matrice transposée ${}^tA$ de A

En déduire la résolution du système :
$$\begin{cases} 3x - 10y - z = 4 \\ -2x + 8y + 2z = 7 \\ 2x - 4y - 2z = 11 \end{cases}$$

2- Résoudre ce système par :

a) la méthode du déterminant

b) la méthode du pivot de Gauss

3- Calculer le déterminant de A par la méthode de sarrhus

Concours d'Entrée / Septembre 2013

Formation - Professeur d'Enseignement Secondaire (PES)

Filière : *Mathématiques*Date : *28 septembre 2013*Epreuve : *Algèbre*Coef.: *1*Durée : *03 heures*Exercice 1 : On donne les polynômes :

$$A = x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 3x + 2 \text{ et } B = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 7x + 6$$

- 1- Déterminer Δ le pgcd de A et de B
- 2- Peut-on trouver deux polynômes U et V tels que : $\Delta = AU + BV$ Justifier votre réponse.

Exercice 2 :

- 1- soient x , y , z trois réels ; montrer que :
 - a) $|x + y| \leq |x| + |y|$
 - b) $|x - y| < z \Leftrightarrow y - z < x < y + z$
- 2- soient a et b deux réels strictement positifs tels que $a \leq b$; Classer dans l'ordre croissant a, b, $\frac{a+b}{2}, \sqrt{ab}, \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Exercice 3:

- 1- En s'appuyant sur les propriétés des déterminants, calculer les déterminants suivants (sans poser les opérations et utiliser la machine) :

$$D_1 = \begin{vmatrix} 37578 & 36578 \\ 47978 & 46978 \end{vmatrix} \text{ et } D_2 = \begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix}$$

- 2- Trouver l'aire du parallélogramme dont les trois sommets sont les points (1,1), (2, -1), (4,6)

Exercice 4 : Soit A un anneau et pour tout x élément de A, $x^2 = x$

- 1- Démontrer que $\forall x \in A, x + x = 0$. En déduire que A est commutatif
- 2- Vérifier que : $\forall x, y \in A, xy(x + y) = 0$
- 3- Soit R la relation définie dans A par $xRY \Leftrightarrow xy = x$
Démontrer que R est une relation d'ordre

Exercice 5 : On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $B = (1 \ 1 \ 1 \ a^2)$

- 1- Calculer les produits AB et BA
- 2- Comment faut-il choisir a pour que AB soit symétrique
- 3- Sachant que BA= 5. Déterminer a.

Année académique 2013-2014

Concours d'Entrée / Septembre 2013

Formation - Professeur d'Enseignement Secondaire (PES)

Filière : *Mathématiques*

Date : *Septembre 2013*

Épreuve : *Analyse*

Coef.: 1

Durée : 3 heures

Exercice 1 :

Soit f une fonction numérique strictement croissante sur $\mathbb{R}$, vérifiant en outre $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 0$

La fonction g est définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{1 + (f(x))^2}$$

1. Existe-t-il $x_0 \in \mathbb{R}$ tel que $f(x_0) = 0$? justifiez votre réponse

2. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, 0 < g(x) < f(x)$

3. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, Démontrer que :

Si $\forall x \in I, f(x) \leq 1$ alors g est croissante sur I ,

Si $\forall x \in I, f(x) \geq 1$ alors g est décroissante sur I .

4. Démontrer que si :

$\exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0) = 1$ alors g admet un maximum et calculer ce maximum

Exercice 2 :

Soit f une fonction numérique, et D_1 son ensemble de définition. On construit $f_2 = f \circ f_1$, qui a pour ensemble de définition D_2 et par récurrence : $f_n = f \circ f_{n-1}$ d'ensemble de définition D_n

1. Montrer que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N}^*, D_n \subset D_{n+1}$

2. On suppose qu'il existe un entier N , vérifiant : $D_N = D_{N+1}$

Montrer que $\forall p \in \mathbb{N}, D_{N+p} = D_N$

3. Montrer que si : $D_1 = \mathbb{R}$ alors $\forall n \in \mathbb{N}^*, D_n = \mathbb{R}$

4. Application : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\alpha - x}}$ ($\alpha > 0$)

Trouver D_1, D_2 et D_3

TSVP $\Rightarrow$

Exercice 3 :

I) Soient (U_n) une suite numérique divergente et (V_n) une suite numérique convergente.

1. Etudiez la convergence des suites $(U_n + V_n)$ et $(U_n - V_n)$. Justifiez vos réponses.

2. Un de vos camarades est persuadé que l'énoncé suivant est vrai : « *Si deux suites réelles sont toutes deux divergentes, alors leur somme est divergente* ». Pouvez-vous lui prouver le contraire ? Donnez votre preuve de façon claire.

II) 1. Ecrire sous forme mathématique, à l'aide des quantificateurs, les propriétés suivantes :

a. la suite (U_n) ne converge pas vers la limite l

b. la suite (U_n) n'est pas convergente.

2. Traduire en texte les propriétés suivantes :

a. $\forall A \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N}, U_n \geq A$

b. $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, |U_n - l| \leq \varepsilon$

Exercice 4 :

I)

Soit E un ensemble non vide et d une application de $E \times E$ dans $(0,1)$ tel que :

$$d(x,y)=0 \text{ si } x=y$$

$$d(x,y)=1 \text{ si } x \neq y$$

1. Montrer que d est une distance sur E

2. Montrer que $\forall x \in E (x)$ est un ensemble ouvert dans (E, d)

II)

Soit $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^1 sur $[a; b]$ telle que $f(a)=f(b)=0$, et

$$\int_a^b f^2(x) dx = 1$$

$$\text{Calculer } \int_a^b x f(x) f'(x) dx$$

Année académique 2012-2013

Concours d'Entrée / Octobre 2012

Formation - Professeur d'Enseignement Secondaire (PES)

Filière : *Mathématiques*

Date : *Octobre 2012*

Épreuve : *Algèbre*

Coef.: *1*

Durée : *03 heures*

Exercice 1 :

- 1- Déterminer l'ensemble des entiers naturels diviseurs de 400. Justifier la méthode
- 2- soit a et b deux entiers naturels strictement positifs, d leur pgcd. Peut-on trouver une condition nécessaire et suffisante liant les nombres $\frac{a}{d}$ et $\frac{b}{d}$ pour que d soit égal à $a-b$
- 3- Si oui trouver les paires d'entiers strictement positifs dont le pgcd est la différence des deux entiers et dont le ppcm est 400.

Exercice 2:

On désigne par E l'ensemble des réels strictement positifs. On définit dans E les lois (T) et $(.)$ par :

$$\forall (x, y) \in E^2, xTy = xy \text{ (produit habituel)}, \forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall x, y \in E, \alpha.x = x^\alpha$$

Montrer que $(E, T, .)$ est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$

Exercice 3:

- 1- Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base $B = (e_1, e_2, e_3)$ est

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Montrer que $A^3 - A^2 - A + I = 0$ En déduire A^{-1} l'inverse de A .

- 2- Soit $M = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

Calculer A^2, A^3 . Peut-on conjecturer l'expression de $M^n, n \in \mathbb{N}$

Si oui démontrer cette conjecture

Année académique 2012-2013

Concours d'Entrée / Octobre 2012

Formation - Professeur d'Enseignement Secondaire (PES)

Filière : *Mathématiques*

Date : *Octobre 2012*

Épreuve : *Analyse*

Coef.: *1*

Durée : *3 heures*

Exercice 1 :

1. Soit la suite de terme général $U_n = \frac{(1 + (-1)^n)}{n}$ pour $n \geq 1$

- a. Etudier le signe de U_n .
- b. Etudier le sens de variation de U_n .
- c. Etudier la convergence de U_n .

2. Etudier la série $\sum_{n \geq 0} \frac{\cos nx}{2^n}$

Exercice 2 :

On considère le théorème suivant :

1. Une fonction est continue en un point $a \in D_f$ si, et seulement si :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in D_f, |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon.$$

Peut-on changer l'un ou l'autre, ou les deux derniers symboles $<$ en $\leq$ sans modifier le théorème ?

Justifier votre réponse par une démonstration mathématique.

2. Soit $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$; on sait $D_f = [-1, 1]$.

Pouvez-vous appliquer votre démonstration faite ci-dessus à cette fonction en tout point a de D_f ?
Justifier votre réponse par une preuve mathématique.

Qu'en est-il lorsque :

- $a = -1$?
- $a = 1$?

Justifiez à chaque fois votre réponse.

Exercice 3 :

Soit $f \in C^{+\infty}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ on lui associe $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par : $g(x, y) = x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$

On suppose f harmonique c'est-à-dire $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$.

1. Montrer que g est harmonique et qu'il existe $h \in C^{+\infty}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ telle que

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial y} \quad \text{et} \quad \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{\partial g}{\partial x}$$

2. On suppose g harmonique f est-elle harmonique ?

Exercice 4 :

Soit $p \geq 1$ et $q \geq 1$ $r \in \mathbb{R}^+$ tel que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{r}$, soit $f \in L^p$ et $g \in L^q$

Démontrer que $fg \in L^r$ et $\|fg\|_r \leq \|f\|_p \|g\|_q$