



BKalan

Recueil de sujets de concours



INFSS

Institut National de Formation
en Sciences de la Santé

**Institut National de Formation en Sciences de la Santé
(INFSS)**

**Matière : Mathématiques Niveau : SB (série Sciences
biologiques)**

N°	Année	Sujet	Page
1	2011	Mathématiques, SB sujet et proposition de corrigé	2
2	2010	Mathématiques, SB sujet et proposition de corrigé	4

Les corrigés présentés sont des propositions de correction, non officielles.

Nombre de sujets : 2 | Version : V1 | Générée le 21 octobre 2026

Retrouvez d'autres documents sur :

<https://bkalan.ml/api/files/WhatsApp/CONCOURS/NATIONAUX/docs.html>

Vous avez des sujets ou des corrigés ? Envoyez-les-nous :

Partager mes documents 📁

CONCOURS : D'ENTRÉE A L'INFSS

SÉRIE :	SB		Session : 2011
EPREUVE :	Mathématiques	Durée	2heures

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x - e^{3x}$

1°/ Etudier les variations de f .

2°/ Construire la représentation graphique $(\mathcal{C})$ de f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(unité graphique : 3cm).

3°/ Calculer l'aire (en cm^2) de la partie du plan limitée par $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = -4$ et $x = -1$

Exercice 2

On considère l'équation différentielle : $f'' + 2f' = 0$

1°/ On pose $g = f'$.

Justifier que g est solution de l'équation différentielle: $g' + 2g = 0$

2°/ Résoudre l'équation différentielle: $g' + 2g = 0$

En déduire les solutions de l'équation différentielle: $f'' + 2f' = 0$

Exercice 3

Quelle est l'écriture complexe de la similitude directe d'angle orienté $-\frac{\pi}{6}$ de rapport 3 et de centre le point Ω d'affixe $2 - 3i$

EXO1

$$f(x) = x - e^{3x}$$

1/Étudions les variations de f(x)

Calculons la dérivée de f :

$$f'(x) = 1 - 3e^{3x} \text{ Posons } f'(x)=0$$

$$f'(x) = 0 :$$

$$1 - 3e^{3x} = 0 \Rightarrow e^{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}{3}$$

$$x_0 = \frac{\ln(1) - \ln(3)}{3} = -\frac{\ln(3)}{3}$$

Signe de $f'(x)$

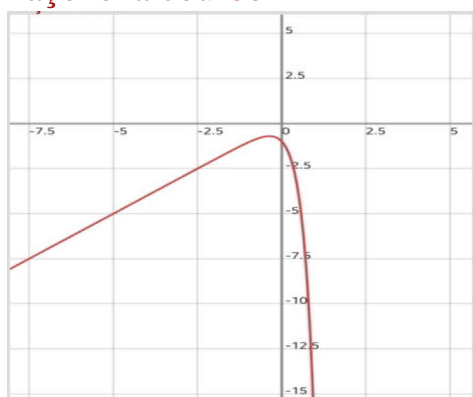
- Pour $x < -\frac{\ln(3)}{3}$: $f'(x) > 0$ (croissante)
- Pour $x = -\frac{\ln(3)}{3}$: $f'(x) = 0$
- Pour $x > -\frac{\ln(3)}{3}$: $f'(x) < 0$ (décroissante)
- f est croissante sur $(-\infty, -\frac{\ln(3)}{3})$
- f atteint un maximum en $x = -\frac{\ln(3)}{3}$
- f est décroissante sur $(-\frac{\ln(3)}{3}, +\infty)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Voici le tableau de variations :

x	$-\infty$	$-\frac{\ln(3)}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	max	$-\infty$

2/Traçons la courbe



3/Calcule d'aire

Pour calculer l'aire entre la courbe de f, l'axe des abscisses et les droites $x = -4$ et $x = -1$, nous devons intégrer $f(x)$ de -4 à -1 .

$$\text{Aire} = \int_{-4}^{-1} f(x) dx = \int_{-4}^{-1} (x - e^{3x}) dx$$

Calculons cette intégrale :

$$\int_{-4}^{-1} (x - e^{3x}) dx = \int_{-4}^{-1} x dx - \int_{-4}^{-1} e^{3x} dx$$

1. Intégrale de x

$$\int x dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\left[\frac{x^2}{2} \right]_{-4}^{-1} = \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-4)^2}{2} = \frac{1}{2} - \frac{16}{2} = -\frac{15}{2}$$

2. Intégrale de e^{3x}

$$\int e^{3x} dx = \frac{1}{3} e^{3x}$$

$$\left[\frac{1}{3} e^{3x} \right]_{-4}^{-1} = \frac{1}{3} (e^{-3} - e^{-12})$$

$$\text{Aire} = -\frac{15}{2} - \frac{1}{3} (e^{-3} - e^{-12})$$

Aire $\approx 7.51 \text{ cm}^2$ car l'aire n'est jamais négatif

EXO2

$$f'' + 2f' = 0$$

1. Justification que g est solution de l'équation $g' + 2g = 0$

On pose $g = f'$. Alors, la dérivée de g est :

$$g' = f''$$

En substituant dans l'équation initiale :

$$f'' + 2f' = 0 \Rightarrow g' + 2g = 0$$

Ainsi, g est bien une solution de l'équation $g' + 2g = 0$.

2. Résolution de l'équation

différentielle $g' + 2g = 0$

$$g' + 2g = 0 \Rightarrow g' = -2g \Rightarrow \frac{dg}{g} = -2 dx$$

Intégrons les deux côtés :

$$\int \frac{dg}{g} = \int -2 dx \Rightarrow \ln|g| = -2x + C \Rightarrow g = e^{-2x+C} = C e^{-2x}, \quad C \in \mathbb{R}$$

3. Solutions de l'équation

différentielle $f'' + 2f' = 0$

Nous avons trouvé $g = f' = C e^{-2x}$. Pour obtenir f, nous intégrons g :

$$f' = C e^{-2x}$$

Intégrons f' :

$$f = \int C e^{-2x} dx = -\frac{C}{2} e^{-2x} + D$$

où D est une constante d'intégration.

$$f(x) = -\frac{C}{2} e^{-2x} + D, \quad D, C \in \mathbb{R}$$

EXO3

Déterminons l'écriture complexe de la similitude directe

$$\Omega = 2 - 3i$$

$$k = 3$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \text{ (donc } e^{i\theta} = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i)$$

Une similitude directe a pour formule

$$z' = \Omega + k(z - \Omega)e^{i\theta}$$

$$z' = (2 - 3i) + 3(z - (2 - 3i))(-i)$$

$$z' = (2 - 3i) - 3i(z - 2 + 3i)$$

$$z' = (2 - 3i) - 3i(z - 2) + 9$$

$$z' = 11 - 3i - 3iz + 6i$$

$$z' = 11 + 3i - 3iz$$

CONCOURS : D'ENTRÉE A L'INFSS

SÉRIE :	SB		Session : 2010
EPREUVE :	Mathématiques	Durée	2heures

Exercice1

1°/ On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = -x^2 + 1 - \ln x$

a) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition

b) Etudier les variations de f . Calculer $f(1)$

2°/ g est la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{x}$

a) Montrer que $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$. En déduire les variations de g .

b) Démontrer que la droite d'équation $y = -x + 1$ est asymptote oblique à la courbe $(\mathcal{C})$ de g .

c) Construire $(\mathcal{C})$ dans un repère orthonormal.

Exercice2

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équations suivantes d'inconnue z :

$$2\bar{z} = i - 4 ; \quad -2z + i\bar{z} = 3 ; \quad (3z + i)(\bar{z} - 1 + 2i) = 0$$

Exercice3

On considère la suite (u) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = \frac{2}{3} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{n+2}{2\sqrt{2}} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

1°/ Calculer U_1 . U_2

2°/ (V) est une suite définie par $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n\sqrt{2} - n$. Démontrer que la suite (V)

Est une suite géométrique dont on précisera le premier terme V_0 et la raison.

Proposition de correction du concours d'entrée à l'INFSS 2010 Math

Exo1 : $Df =]0 ; +\infty[; f(x) = -x^2 + 1 - \ln x$

a/ Etudions les limite de f sur Df

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} -x^2 + 1 - \ln x = 0 + 1 - (-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \text{ donc Asymptote verticale d'équat}^\circ$$

$$x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -(+\infty)^2 + 1 - \ln(+\infty) = -\infty - \infty = -$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

b/ Etudions les variat[°] de f

$$f'(x) = -2x + 0 - \frac{1}{x} = -2x - \frac{1}{x}$$

$$\text{posons } f'(x) = 0$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -2x - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow -2x = \frac{1}{x} \Rightarrow 2x^2 = -1$$

$$x^2 = \frac{-1}{2} < 0 \text{ alors } f'(x) \text{ n'a pas de solut}^\circ \text{ dans}$$

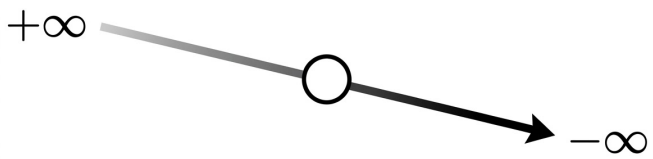
determination du signe de f'

$$f'(x) = -2x - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\left(2x + \frac{1}{x}\right)$$

or $2x + \frac{1}{x} > 0$ sur Df alors $f'(x) < 0$

TV :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x):$		-	
$f(x):$	$+\infty$		$-\infty$



Calculons $f(1)$

$$f(1) = -1 + 1 - \ln(1) = 0 \quad \text{alors } f \text{ s'annule en } 1$$

2/ g est la fonction définie sur $]0; +\infty[$; $g(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{x}$

a/ Montrons que $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$

$$\frac{f(x)}{x^2} = \frac{-x^2 + 1 - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2} - 1$$

$$g'(x) = -1 + \left(\frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x}{x^2} \right) = -1 + \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} - 1 \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x^2} = g'(x) \quad \text{Vraie}$$

deduisons les variation de g

$$g'(x) = \frac{f(x)}{x^2} \quad \left| \begin{array}{l} f(x) \text{ s'annule en } 1 \\ x^2 \text{ s'annule en } 0 \end{array} \right.$$

⇒ En deduison le TV

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \quad \left| \begin{array}{l} g(1) \end{array} \right.$$

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$		+	−
x^2		+	+
$g'(x)$		+	−
$g(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

donc $\left\{ \begin{array}{l}]0; 1] \text{ } g(x) \text{ croissante} \\ x = 1 \text{ } g(x) = \max \\ [1; +\infty[\text{ } g(x) \text{ décroissante} \end{array} \right.$

b/ Montrons que la droite $y = -x + 1$ est asymptote oblique à la courbe de g

y est AO à g ssi $g(x) = y$

$$g(x) = y \Leftrightarrow -x + 1 + \frac{\ln x}{x} = -x + 1 \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow x = 1$$

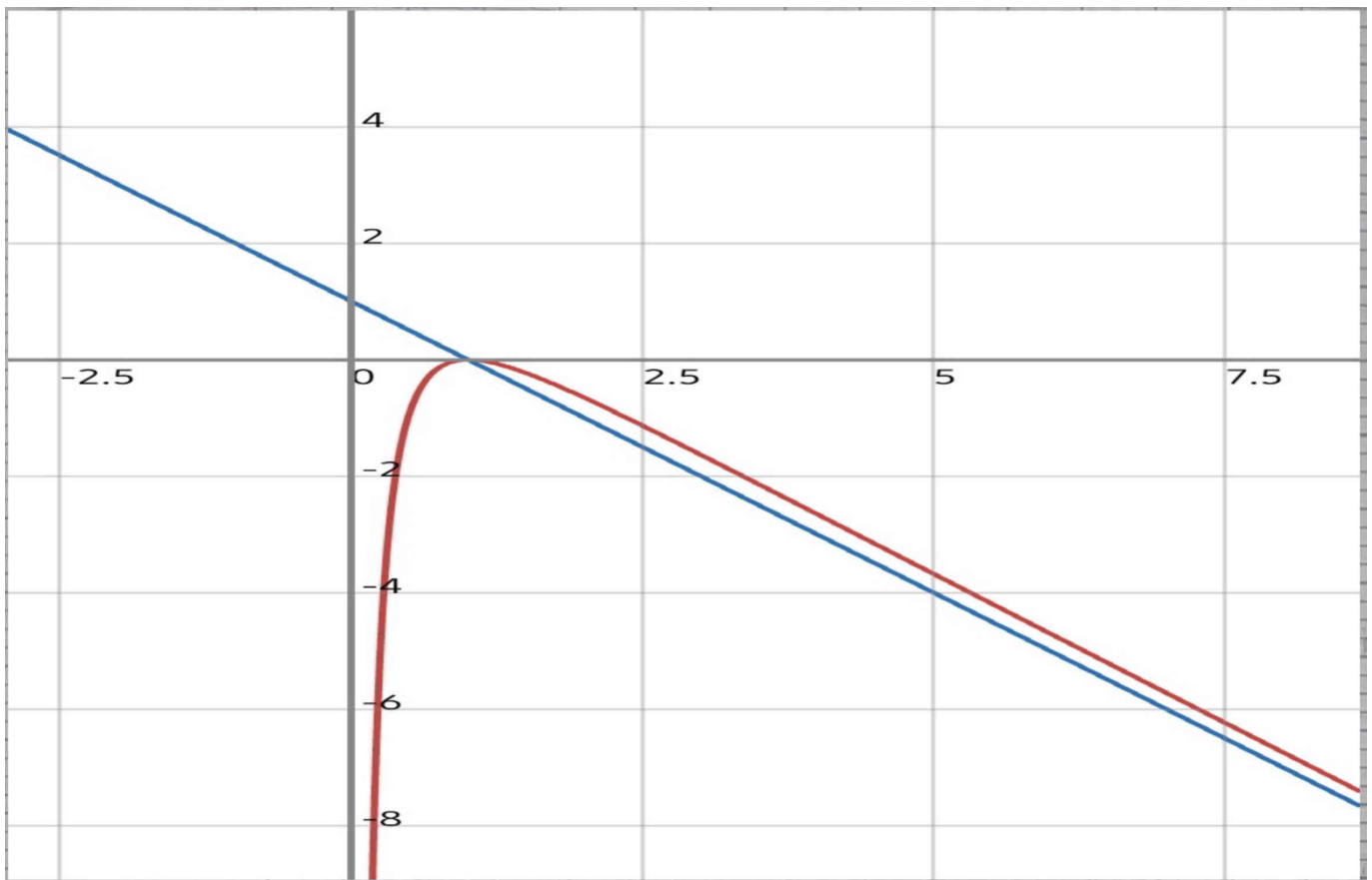
alors $\ln x \geq 0$ ssi $x \geq 1$

$]0; 1]$ C_g est en dessous de y

C_g et y coïncide à $x = 1$

$[1; +\infty[$ C_g est en dessus de y

c/ Construisons la courbe :



Exo2 : Résolvons dans $\mathbb{C}$ les équations

$$2\bar{z} = i - 4 \quad ; \quad z = x + iy \quad ; \quad \bar{z} = x - iy$$

$$2(x - iy) = i - 4 \Rightarrow \quad 2x - 2iy = i - 4$$

Par identification $2x = -4 \Rightarrow x = -2$

$$-2y = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

alors $\boxed{z = -2 - \frac{1}{2}i} \quad ; \quad \boxed{\bar{z} = -2 + \frac{i}{2}}$

$$-2z + i\bar{z} = 3 \Rightarrow -2(x + iy) + i(x - iy) = 3$$

$$-2x - 2iy + ix + y = 3 \quad \text{par identification}$$

$$\begin{cases} -2x + y = 3 \\ -2y + x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - 2x = 3 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow y - 2(2y) = 3$$

$$y - 4y = 3 \Rightarrow y = -1$$

$$\boxed{z = -2 - iy} ; \boxed{\bar{z} = -2 + iy} \Rightarrow x = -2$$

$$(3z + i)(\bar{z} - 1 + 2i) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3z + i = 0 \Rightarrow z = \frac{-i}{3} \\ \bar{z} - 1 + 2i \Rightarrow 0 \Rightarrow \bar{z} = 1 - 2i \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + iy &= \frac{-i}{3} \\ x - iy &= 1 - 2i \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 ; y = \frac{-1}{3} \\ x = 1 ; y = 2 \end{cases} \quad \text{donc } \underline{z = \frac{-i}{3} \text{ ou } z = 1 + 2i}$$

Exercice 3

$$\begin{cases} u_0 = \frac{2}{3} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{n+2}{2\sqrt{2}} \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1/ Calculons $u_1 ; u_2$

$$u_1 = \frac{1}{2}u_0 + \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$u_2 = \frac{1}{6} + \sqrt{2}$$

$2/ V_n = U_n\sqrt{2} - n$; Montrons que V_n est une suite géométrique

$$V_n = V_0 \times q^n \quad \text{avec} \quad V_0 \text{ premier terme}$$

$$q^n \text{ raison}$$

$$V_0 = U_0\sqrt{2} - 0 = \frac{2}{3}\sqrt{2} \quad \text{donc} \quad V_0 = \frac{2}{3}\sqrt{2}$$

$$\text{or on sait que } \frac{V_{n+1}}{V_n} = q$$

$$V_{n+1} = U_{n+1}\sqrt{2} - n - 1 = \left(\frac{1}{2}U_n + \frac{n+2}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{2} - n - 1$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{n+1}}{V_n} &= \frac{\frac{\sqrt{2}U_n}{2} + \frac{n+2}{2} - n - 1}{U_n\sqrt{2} - n} = \frac{\frac{\sqrt{2}U_n}{2}}{2(U_n\sqrt{2} - n)} - \frac{n}{2(U_n\sqrt{2} - n)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2}U_n - n}{2}}{2(\sqrt{2}U_n - n)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{alors } q = \frac{1}{2} \text{ alors}$$

$$V_n = \frac{2}{3}\sqrt{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{3} \times 2^{1-n} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \times 2^{1-n}}{3} = \frac{2^{\frac{3}{2}-n}}{3}$$

$$\boxed{V_n = \frac{2^{\frac{3}{2}-n}}{3}}$$