

Composition de la 2^{ème} période 2024-2025

Série: TAL.

Épreuve de: Mathématiques.

Durée: 2h.

Coeff: 1.

Exercice 1 : ----- (6points)

On considère les fonctions numériques f et g définies par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x-1}{x+1}.$$

1-/ Déterminez l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions. **(2pts)**

2-/ Calculez la fonction dérivée de chacune d'elles. **(2pts)**

3-/ a-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point A
d'abscisse $x_0 = 1$ **(1pt)**

b-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de g au point B
d'abscisse $x_1 = 0$ **(1pt)**

Exercice 2 :(5points)

Calculer les limites suivantes

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x + 1}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 4}{1 - 2x}$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 3x + 2}$; e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 + 4x^2 + 5x - 1$

PROBLEME..... (9points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 1}{x - 3}$; On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal (o i j).

Unité 1 cm

1°) a°) Détermine l'ensemble de définition Df de f . **(1pt)**

b°) Calcule les limites de f aux bornes de Df . En déduis les asymptotes à (C) **(1pt)**

c°) Vérifie que $\forall x \in Df, f(x) = x - 1 - \frac{4}{x-3}$. **(1pt)**

2°) a°) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C). **(1pt)**

b°) Etudie la position relative de (C) par rapport à (Δ) **(1pt)**

3°) a) Prouve que $\forall x \in Df, f'(x) = \frac{(x-3)^2 + 4}{(x-3)^2}$. **(1pt)**

b°) Etudie les variations de f sur ensemble de définition. **(1pt)**

4°) Dresse le tableau de variation de f **(1pt)**

5°) Trace la courbe (C) de f et (Δ). **(1pt)**