

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2006 MATHÉMATIQUES	DUREE : 2 H Coef. : 1
OFFICE DU BACCALAUREAT	SERIE A4	

Session Normale

Exercice I (3,5 points)

1/ Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système : $\begin{cases} xy = -6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{cases}$ (2pts)

2/ En déduire les solutions du système : $(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\begin{cases} \ln a \times \ln b = -6 \\ \frac{1}{\ln a} + \frac{1}{\ln b} = \frac{5}{6} \end{cases}$ (1,5pt)

Exercice II (6,5 pts)

On considère la suite numérique (U_n) définie par $U_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n + n - 1$$

Soit (V_n) la suite numérique définie pour tout naturel n , par : $V_n = 3U_n - 6n + 18$.

1. a/ Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1,5pt)

b/ Exprimer V_n en fonction de n . (0,5 pt)

2. En déduire que pour tout entier naturel n , $U_n = \frac{1}{2^n} \times 7 + 2(n-3)$ (1pt)

3. Montrer que la suite (U_n) peut s'écrire sous la forme $U_n = t_n + w_n$ où (t_n) est une suite géométrique et (w_n) une suite arithmétique. (1,5pt)

4. Calculer : $T_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$ et $S'_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$ puis $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$. (0,75 x2 + 0,5 pt)

Problème (10 pts)

A. 1/ Etudier le signe du trinôme $t^2 - 5t + 4$ suivant les valeurs de t . (1pt)

2/ En déduire le signe de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{2x} - 5e^x + 4$, suivant les valeurs de x . (1pt)

B. f est la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 + \frac{1}{e^x - 2}$. (0,5 pt)

1/ Déterminer l'ensemble de définition Df de f . (1,5 pt)

2/ a. Déterminer les limites aux bornes de Df .

b. Calculer $f'(x)$ puis montrer que pour tout x appartenant à Df , $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2)^2}$. (1pt)

c. Déduire de la partie A. le signe de $f'(x)$ sur Df . (0,5pt)

d. Donner le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation. (1pt)

3/ a. Montrer que la droite $(\Delta_1): y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote oblique pour la courbe de f à $-\infty$. (1pt)

b. Montrer que la droite $(\Delta_2): y = x + 1$ est asymptote oblique pour la courbe de f à $+\infty$. (1pt)

4/ Tracer dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (C) de f puis (Δ_1) et (Δ_2) . (1,5 pt)