BACCALAURÉAT MALIEN 2è Partie SESSION DE JUIN 1978

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (connaissance)

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

EXERCICE I :

Calculer les intégrales suivantes : 1°) $\int_0^1 \frac{x+3}{(x+1)^4}dx$; 2°) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin^2 x \cos^2 x)dx$

EXERCICE II :

On considère un sac contenant 3 boules rouges et 6 boules vertes. On tire de ce sac une boule, on constate sa couleur, on le remet dans le sac et on tire de nouveau une boule. On désigne par x le nombre de boules rouges obtenues au bout des 2 tirages et par y le nombre de boules vertes obtenues.

1°) – Déterminer les lois de probabilité respective s de x, de y.

2°) – Déterminer l'espérance mathématique et la var iance de x et de y.

EXERCICE III :

$\mathbb{C}$ désignant le corps des nombres complexes, soit f l'application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par : $f(z) = z^3 - 3(1+i)z^2 + (3+10i)z + 3(1-3i)$

1°) Calculer les nombres complexes a, b, c pour que: $f(z) = (z-1-i)(az^2 + bz + c)$

2°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = 0$

3°) Montrer que les points images dans le plan co mplexe, des solutions de cette équation sont alignés.

EXERCICE IV :

Soit N un entier naturel tel que, en numération décimale, N s'écrive $\overline{abcd}$ et que l'entier qui s'écrit $\overline{bcda}$ soit divisible par 7.

1°) Montrer que si a = 7, alors $-10N \equiv 0 \pmod 7$; en déduire que pour cette valeur de a, N est divisible par 7.

2°) Montrer que 10N – 3a est divisible par 7 ; en déduire que si N est divisible par 7 alors a = 7.

EXERCICE V :

1°) Dresser le tableau des variations de la fonctio n numérique g définie par :

$g(x) = 1 - x e^{-x}$. En déduire que $g(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

On pose : $e^{1/2} = 1{,}65$ et $e^{3/4} = 2{,}12$.

2°) Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x + (x+1)e^{-x}$;

calculer : $f(-\frac{3}{4})$ et $f(-\frac{1}{2})$. En déduire qu'il existe $\alpha \in]-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}[$ tel que : $f(\alpha) = 0$. (On ne cherchera pas à calculer α).

Scanné avec CamScanner

On rappelle que l'ensemble F des fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, définies et dérivables en tout réel x , est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$; si $f \in$F, on note f' et f'' les fonctions dérivées premières et secondes de f quand f'' existe ; a et b étant deux nombres réels non nuls, on considère les fonctions f_1 et f_2 de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $\forall x \in \mathbb{R}$ $f_1(x) = e^{ax}\cos(bx)$ et $f_2(x) = e^{ax}\sin(bx)$.

Soit E le sous-espace de F engendré par f_1 et f_2.

1°) Montrer que $B = (f_1 ; f_2)$ est une base de E. Dans la suite du problème, on supposera que E est un espace vectoriel euclidien dont $\mathcal{B}$ est une base orthonormée.

2°) Soit α un réel donné ; si $f \in$E, montrer que la fonction g définie par : $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = f(x+\alpha)$ est un élément de E.

On pose $\varphi_\alpha(f) = g$; on définit ainsi une application φ_α de E dans E. Calculer $\varphi_\alpha(f_1)$ et $\varphi_\alpha(f_2)$ en fonction de f_1 et f_2.

a) Montrer que φ_α est linéaire et déterminer sa matrice M_α dans la base $\mathcal{B}$.

b) En déduire que φ_α est la composée d'une homothétie vectorielle et une rotation vectorielle dont on déterminera respectivement le rapport et l'angle.

c) Soit $(\alpha ; \beta) \in \mathbb{R}^2$; comparer $\varphi_{\alpha+\beta}(f_1)$ et $(\varphi_\alpha \circ \varphi_\beta)(f_1)$ ainsi que $\varphi_{\alpha+\beta}(f_2)$ et $(\varphi_\alpha \circ \varphi_\beta)(f_2)$. On pourra utiliser les matrices M_α et M_β. Montrer que $\varphi_{\alpha+\beta} = \varphi_\alpha \circ \varphi_\beta$.

3°) a) Montrer que si si $f \in$E, alors $f' \in$E. on note Φ l'application de E dans E qui à f associe f'. Montrer que Φ est une application linéaire et déterminer la matrice D dans la base $\mathcal{B}$.

b) Montrerque D est inversible et calculer D^{-1}.

Vérifier que $D^2 - 2aD + (a^2+b^2)I = O$ (où I désigne la matrice carrée d'ordre 2 et O la matrice de l'application identiquement nulle). En déduire que $\forall f \in$E, $\forall x \in \mathbb{R}$,

$$f''(x) - 2a f'(x) + (a^2+b^2) f(x) = 0 .$$

c) r étant un réel non nul, calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(rx)}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to 0} \frac{a^{rx} - 1}{x}$$

d) Montrer que : $\lim_{\alpha\to 0} \frac{e^{a\alpha}\cos(b\alpha) - 1}{\alpha} = \lim_{\alpha\to 0} \frac{e^{a\alpha} - 1}{\alpha}$. Calculer la matrice $\frac{1}{\alpha}(M_\alpha - I) - D$ et montrer que chacun de ses éléments tend vers 0 quand α tend vers 0.

4°) Soient $g = r_1 f_1 + r_2 f_2$ et $f = t_1 f_1 + t_2 f_2$ deux éléments de E. Calculer t_1 et t_2 en fonction de r_1 et r_2 pour qu'on ait $g = \Phi(f)$. Déterminer alors les primitives de f_1 et f_2 dans E.

5°) n étant un entier naturel, calculer $U_n = \int_0^\pi e^{ax}\cos(nx)\,dx$ et $V_n = \int_0^\pi e^{ax}\sin(nx)\,dx$.

Calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$ et $\lim_{n\to+\infty} V_n$.

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN 2è Partie SESSION DE JUIN 1979

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (connaissance)

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

EXERCICE I :

1°) a) Montrer en utilisant l'algorithme d'Euclide qu'il existe deux entiers relatifs u et v tels que : 324u + 245y = 1.

b) Déduire de ce qui précède une solution particulière $(x_0 ; y_0)$ dans $\mathbb{Z}^2$ de l'équation (E) : 324u – 245y = 7 et résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ cette équation.

2°) Montrer que pour toute solution (x ; y) de (E), x est multiple de 7.

3°) On considère la fraction $A(n) = \frac{n+16}{n-2}$ où n est un entier naturel strictement supérieure à 2.

a) Montrer que l'on peut écrire A(n) sous la forme : $a + \frac{b}{n-2}$ où a et b sont deux entiers naturels à déterminer.

b) Pour quelles valeurs de n, A(n) est-il un entier naturel ?

EXERCICE II :

Soit E_2 le plan affine euclidien rapporté au repère orthonormé directe $\mathcal{R} = (O ; \vec{i} ; \vec{j})$. Soit f l'application de E_2 dans E_2 telle que :

$$M(x ; y) \mapsto M'(x' ; y') \text{ et } \begin{cases} x' = x + \sqrt{3}(2 - y) \\ y' = (x-1)\sqrt{3} + y \end{cases}$$

Soient z et z' les affixes respectives de M et M'.

1°) Montrer que l'on peut déterminer deux nombres complexes uniques a et z_0 tel que : $z' - z_0 = a(z - z_0)$.

2°) En déduire la nature de f .

3°) Quelle est l'image par f du cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$.

T.S.V.P →

Scanné avec CamScanner

EXERCICE III :

On considère l'application f_1 de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f_1(x) = 1 + xe^x$.

1°) Étudier f_1 et construire sa courbe représentative ($\mathcal{C}_1$) dans un repère orthogonal $\mathcal{R} = \left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ où $\left\| \vec{i} \right\| = 1cm$ *et* $\left\| \vec{j} \right\| = 2\,cm$.

2°) On considère l'application f_2 de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f_2(x) = 1 - xe^{-x}$.

Trouver une relation simple entre $f_1(x)$ et $f_2(x)$. En déduire la construction de la courbe ($\mathcal{C}_2$), représentative de la fonction f_2 dans le repère $\mathcal{R}$.

EXERCICE IV :

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^4 (\ln x)^2$.

1°) Donner son ensemble de définition I.

2°) En utilisant une intégration par parties, montrer que :

$F(x) = \int_1^x t^4 (\ln t)^2 \, dt = ax^5 (\ln x)^2 - b\int_1^x t^4 \ln t \, dt$ où a et b sont deux réels à déterminer et x réel strictement supérieur à 0.

3°) En utilisant une intégration par parties calculer $\int_1^x t^4 \ln t \, dt$.

4°) En déduire une primitive de la fonction f sur I.

Scanné avec CamScanner

Partie I : $\mathcal{V}_2$ est le plan vectoriel euclidien rapporté à une base orthonormée directe $(\vec{i}\,;\vec{j})$. $\mathcal{E}_2$ est le plan affine euclidien associé à $\mathcal{V}_2$ et rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{i};\vec{j})$.

1°) Soit r la rotation vectorielle d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et S_Δ la symétrie vectorielle orthogonale par rapport à la droite vectorielle Δ engendrée par $\vec{u}=(2-\sqrt{3})\vec{i}+\vec{j}$. Trouver dans la base $(\vec{i}\,;\vec{j})$ les matrices de r et de S_Δ.

2°) On considère maintenant la rotation $R\left(A\,;\frac{\pi}{2}\right)$ associé à r telle que R(O) = O' avec $\overrightarrow{OO'}=\vec{i}+2\vec{j}$ et la symétrie affine orthogonale S_D associé à S_Δ telle que $S_D(O) = O''$ avec $\overrightarrow{OO''}=\vec{i}+(\sqrt{3}-2)\vec{j}$

a) Préciser le centre A de R et l'axe D de S_D.

b) Quelle est l'équation de la droite D' image de D par R ?

3°) M étant un point quelconque de $\mathcal{E}_2$ de coordonnées (x ;y), on pose $M_1=R(M)$ et $M_2=S_D(M)$. Soit alors l'application f de $\mathcal{E}_2$ dans lui-même qui à M associe le point M' de coordonnées (x' ; y') tel que M' soit le milieu du segment $[M_1M_2]$.

a) Calculer les coordonnées de M_1 et M_2 et en déduire l'expression analytique de f.

b) Déterminer l'image de $\mathcal{E}_2$ par f et donner une équation de cette variété affine.

4°) a) Montrer que f admet un point invariant unique I et déterminer l'ensemble des points de $\mathcal{E}_2$ admettant I comme image par f.

b) Définir l'image de $\mathcal{E}_2$ par $f\circ f$. Que constate-t-on ? pouvait-on prévoir ce résultat ?

Partie II : Soit $\mathcal{E}_2$ le plan affine muni du repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. soit f l'application de dans qui à tout point M (x ; y) associe le point M'(x' ; y') tel que : $\begin{cases} x'=x \\ y'=3y-1 \end{cases}$

1°) Montrer que f est bijective.

2°) Déterminer l'ensemble Δ des points invariants par f.

3°) Démontrer que quelque soit le point M de $\mathcal{E}_2$, le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est élément de la droite vectorielle.

4°) Soit M_1 la projection sur Δ dans la direction Δ'. Démontrer qu'il existe un réel k unique tel que $\forall M\in\mathcal{E}_2$, $\overrightarrow{MM'}=k\overrightarrow{M_1M}$.

5°) Indiquer sur une figure une construction simple de l'image par f.

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN 2è Partie **SESSION DE JUIN 1980**

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (connaissance)**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

On se place dans le plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$. On prendra pour unité de mesure 2cm pour les figures. Soit A(1 ; 1) un point du plan.

I/ 1- Soit α un réel non nul fixé et D la droite d'équation x = α .Déterminer l'application f_α telle que f_α (O) = A et $\forall M \in D$, $\overrightarrow{Mf_\alpha(M)} = \vec{i}$.

2- Soit f l'application qui à M(x ; y) associe le point M'(x' ; y') telles que : $\begin{cases} x' = x+1 \\ y' = x+y+1 \end{cases}$.

Montrer que f est une application f_α ($\alpha = 1$). Montrer que f est bijective.

f a- t – elle des points invariants ?

1- a) Vérifier que $\forall \lambda \in IR$, les vecteurs $(\vec{i} + \lambda \vec{j})$ et $\varphi(\vec{i} + \lambda \vec{j})$ forment une base du plan vectoriel associé au plan affine ; φ étant l'endomorphisme associé à f.

b) Soit Δ une droite affine du plan affine, donner une condition nécessaire et suffisante pour qu'elle soit parallèle à f(Δ).

4- Déterminer l'image f(Δ). de Δ dans les cas suivants :

a) Δ est la droite d'équation x = k ; montrer que si $M \in \Delta$, $\overrightarrow{Mf(M)}$ est un vecteur constant que l'on déterminera.

b) Δ est la droite d'équation : y = k'.

c) Δ a pour équation : y = tx. Quelles sont les coordonnées de $\Delta \cap f(\Delta)$.en fonction de t ? On note P le point de $\Delta \cap f(\Delta)$. Déterminer l'ensemble (π.) des points P quand t décrit IR. Représenter π.

Tracer les droites Δ et f(Δ) dans les cas où Δ a pour équation : x = 1 ; y = –1 ; y = –2x.

5 - On appelle M_0 l'origine du repère. Soit M_1 = f(M_0) et $\forall$ n$\in$ IN*, $M_n = f(M_{n-1})$; $(x_n ; y_n)$, les coordonnées de M_n Calculer $(x_1 ; y_1)$; $(x_2 ; y_2)$; $(x_3 ; y_3)$. Exprimer x_n et y_n en fonction de x_{n-1} et y_{n-1} puis en fonction de n. Vérifier que $\forall$ n$\in$ IN, Mn appartient à la courbe (C) d'équation :

y = $\dfrac{x(x+1)}{2}$. Tracer ($\mathcal{C}$) et les points M_0, M_1, M_2 et M_3..

6- a) Montrer que pour toute fonction g continue de IR dans IR, de primitive G :

$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} g(x)dx = \int_{\lambda_1+1}^{\lambda_2+1} g(x-1)dx$; λ_1 et λ_2 étant des réels.

Montrer que l'image d'une courbe (Γ) d'équation $y = h(x)$ est $f(\Gamma)$ d'équation : $x = h(x-1) + x$. Quelle est l'image de la courbe ($\mathcal{C}$) du 5°/ ?

II- Soit h_0 l'application de IR dans IR telle que $h_0(x) = e^{-x} - 1$ et Γ sa courbe. Montrer que $f(\Gamma)$ a pour équation y = $h_1(x) = e^{1-x} - 1 + x$. Etudier h_0 et h_1, représenter sur une même figure (Γ) et $f(\Gamma)$. Calculer en fonction de λ, réel supérieur à 1, l'aire A(λ) du domaine limité par les droites : x = 1 et x = λ, f(Γ) et son asymptote. Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN **SESSION DE JUIN 1983**

SÉRIE : S.E.T – MTI – MTGC **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (Composition)**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

A- On se place dans l'ensemble F des applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, muni de l'addition et de la multiplication par un réel.

I- Soient f_1 et f_2 les deux éléments de F définis par :

$\forall x \in \mathbb{R}$, $f_1(x) = e^x \cos(\frac{\pi}{2}x)$ et $f_2(x) = e^x \sin(\frac{\pi}{2}x)$.

Soit $E = \{ f \in F / \ f = af_1 + bf_2, \ (a, b) \in \mathbb{R}^2 \}$

1°) a) Démontrer que E est un sous espace vectoriel de F

b) Démontrer que $B = (f_1 ; f_2)$ est une base de E.

2°) a) Montrer que la dérivée de tout élément de E est un élément de E

b) Montrer alors que d, application de E dans E, qui, à tout élément f de E associe $d(f) = f'$ (sa fonction dérivée) est un endomorphisme de E.

Donner la matrice de f dans la base $(f_1 ; f_2)$.

c) Vérifier que d est une bijection de E dans E. Ecrire la matrice de d^{-1}, bijection réciproque de d dans la base B. En déduire une primitive d'un élément quelconque de E.

II- 1°) Soit φ l'application de $E \times E$ dans $\mathbb{R}$, telle que :

$\forall (f, g) \in E \times E$, $\varphi(f, g) = \int_0^2 e^{-2x} f(x).g(x) \, dx$

a) Calculer $\varphi (f_1 , f_1)$; $\varphi (f_2 , f_2)$;$\varphi (f_1 , f_2)$

b) Ecrire $\varphi (f, g)$ en fonction des coordonnées de f dans la base $\mathcal{B}$, ainsi que : $\varphi (f , f)$.

Dans la suite du problème on admet que φ définie un produit scalaire sur E et on note : $\varphi (f , g) = f. g$ (on lit f scalaire g).

c) Vérifier que $\mathcal{B}$ est une Base orthonormée de E.

2°) E muni de φ est un plan vectoriel euclidien et $\mathcal{B}$ est une base orthonormée directe. Démontrer qu'il existe une rotation r telle que $d = h \circ r = r \circ h$ où h est l'homothétie vectorielle de rapport $\sqrt{1+\frac{\pi^2}{4}}$ .Si α est une mesure en radians de l'angle de r, vérifier que $\alpha \in]-\frac{\pi}{2} ; 0[$.

3°) En déduire que pour toute application f de E, de coordonnées (a, b) dans la base B, $\forall x \in \mathbb{R}$; $f''(x) = \sqrt{1+\frac{\pi^2}{4}} . e^x [a.\cos(\frac{\pi}{2}x - \alpha) + b.\sin(\frac{\pi}{2}x - \alpha)]$ où α est une mesure de l'angle de r .

Scanné avec CamScanner

B- Etude de $f_1 : x \mapsto e^x \cos\frac{\pi}{2}x$.

Soit $(\mathcal{C})$ la courbe de f_1, (Γ) la courbe d'équation $y = e^x$ et (Γ') la courbe d'équation : $y = -e^x$.

I - 1°/c a) Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R} : -e^x \leq f_1(x) \leq e^x$.

b) Calculer les abscisses des points d'intersection de (Γ) et $(\mathcal{C})$. Vérifier qu'en chacun de ces points, (Γ) et $(\mathcal{C})$ ont la même tangente.

c) Faire la même étude pour (Γ') et $(\mathcal{C})$.

2°/ Calculer les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ avec l'axe $(O ; \vec{i})$.

II - 1°/ En utilisant le résultat de la partie A, II, 3°), montrer que :

$$f_1'(x) = \sqrt{1+\frac{\pi^2}{4}}.e^x \cos(\frac{\pi}{2}x-\alpha).$$

2℘ Etudier f_1 sur l'intervalle [-1, 3], pour cela :

a) Montrer qu'il existe deux valeurs de x (fonction de α) annulant f_1' dans l'intervalle [-1, 3]. Etudier le signe de f_1' sur [-1, 3].

On pourra par exemple utiliser des résultats connus sur le signe de cosx avec x appartenant à $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ ou $[\frac{3\pi}{2} ; \frac{5\pi}{2}]$, ou bien en utilisant la continuité de f_1', déduire son signe sur un intervalle convenablement choisi du signe de f_1' en un point de cet intervalle.

3℘ En utilisant un repère orthogonal non normé $(O ; \vec{i} , \vec{j})$: $(|| \vec{i} || = 4 || \vec{j} ||)$, représenter les courbes (Γ), (Γ') et $(\mathcal{C})$.

On placera les points calculés dans les questions I, II partie B] et calculera en outre les images par f_1 des autres valeurs entières de [-1, 3].

NB : $e = 2,7 ; e^2 = 7,4 ; \frac{2\alpha}{\pi} \approx -0,65 ; f(\frac{2\alpha}{\pi} + 1) \approx 1,2 ; f(\frac{2\alpha}{\pi} + 3) \approx -9$

On ne cherchera pas à expliciter α, utiliser les valeurs données.

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN **SESSION DE JUIN 1984**

SÉRIE : S.E.T – MTI – MTGC **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (Composition)**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

A/ Soit E l'ensemble des matrices de la forme $M_{a,,b} = \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ a & b-a \end{pmatrix}$ où a et b sont deux réels.

On pose $I = M_{0,1}$; $J = M_{1,0}$.

1°/ Montrer que E est un sous espace vectoriel de base (I ; J) de l'espace vectoriel sur IR des matrices carrées d'ordre deux.

2°/ Calculer J^2. En déduire que si M∈ E et M'∈ E alors M.M'∈ E. Montrer que (E ; + ; •) est un anneau commutatif unitaire.

3°/ Quelles sont les matrices $M_{a,,b}$ inversibles dans E ? Exprimer alors $M_{a,b}^{-1}$ dans la base (I ; J)

B/ Dans ce qui suit b = 0

Soit V un plan vectoriel euclidien de base orthonormée $(\vec{i};\vec{j})$. Soit P un plan affine euclidien d'espace vectoriel associé V ; P est rapporté au repère orthonormé (O ; $\vec{i};\vec{j}$). Soit f_a l'application de P dans P dont l'endomorphisme associé a pour matrice $M_{a,,0}$ dans la base $(\vec{i};\vec{j})$, et qui, au point O fait correspondre le point O'(0 ; a + 3).

1°/ Déterminer analytiquement f_a .

2°/ Pour quelles valeurs de a f_a est elle une bijection ? Déterminer analytiquement sa bijection réciproque lorsqu'elle existe.

3°/ Déterminer suivant les valeurs de a l'ensemble D des points invariants par f_a.

4°/ Démontrer que seule l'application f_1 est une involution que l'on caractérisera.

5°/ f_a est - elle une isométrie ?

6°/ Soit α un réel strictement positif. Soit G le barycentre des points A(α ; α) ; B(α ; 2) ; C(α ; $-\frac{2\ln\alpha}{\alpha}$) affectés respectivement des coefficients 1, 2, –1. Trouver les coordonnées de G, en déduire la courbe décrite par G quand α varie.

7°/ Soient A_1, B_1, C_1 les images des points A, B, C par l'application f_1 (définie en B/4°).
Soit G_1 le barycentre du système {(A_1, 1) ; (B_1 ; 2) ; (C_1 ; -1)}.
Trouver une équation cartésienne de la courbe décrite par G_1 lorsque α varie.

C°/ Soit ($\mathcal{C}$) la courbe représentative dans le repère (O ; $\vec{i};\vec{j}$) de la fonction numérique g définie sur IR_+^* par : $g(x) = \frac{x}{2} + 2 + \frac{\ln x}{x}$.

1°/ On considère la fonction h : $IR_+^* \longrightarrow IR : x \mapsto h(x) = x^2 - 2\ln x + 2$.
Etudier les variations de h et préciser le signe de h(x). (On ne demande pas de tracer sa courbe)

2°/ Etudier les variations de la fonction g. Montrer que la courbe ($\mathcal{C}$) a deux asymptotes que l'on déterminera. Montrer que ($\mathcal{C}$) coupe l'une de ces asymptotes en un point que l'on précisera.
Tracer la courbe ($\mathcal{C}$).

3°/ Soit ($\mathcal{C}_1$) la transformation de ($\mathcal{C}$) par f_1 (définie en B-4°/)

a) Ecrire une équation de ($\mathcal{C}_1$).
b) Montrer que ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{C}_1$) ont les mêmes droites asymptotes. Tracer ($\mathcal{C}_1$) dans le même
c) repère (O ; $\vec{i};\vec{j}$). que ($\mathcal{C}$) sans étudier g_1.

4°/ Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la droite d'équation x = 1, la droite d'équation x = m (m>1) et les courbes ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{C}_1$).

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN **SESSION DE JUIN 1984**

SÉRIE : S.E.T – MTI – MTGC **EPREUVE DE : MATHEMATIQUES (Connaissance)**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique de Bamako

---

m étant un réel, soit f_m l'application de IR dans IR définie pour tout réel x par $f_m(x) = (x + m)e^{-x}$ et $(\mathcal{C}_m)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0 ; \vec{i}; \vec{j})$.

A/ 1) Etudier les variations de f_m. Préciser les points d'inflexion et les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C}_m)$.

2) Montrer que les valeurs qui annulent f_m., f'_m. et f''_m. forment une progression arithmétique. Soit H_m le point de $(\mathcal{C}_m)$ où la tangente est parallèle à la droite $(0 ; \vec{i})$. Déterminer une équation cartésienne de l'ensemble (Γ) des points H_m quand m décrit $\mathbb{R}$.

3) Ecrire une équation cartésienne D_m en un point quelconque $M_0(x_0 ; f_m(x_0))$ appartenant à $(\mathcal{C}_m)$. Montrer que pour x_0 fixé et m décrivant $\mathbb{R}$, toutes les droites D_m ont en commun un point T dont les coordonnées ne dépendent pas de m.

B/ 1) Etudier le signe de $f_{m+1}(x) - f_m(x)$. Préciser la position relative des courbes $(\mathcal{C}_0)$, $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$.
On pourra utiliser les valeurs numériques approchées suivantes.

x	-1	1/2	1	2
e^{-x}	2,72	0,60	0,37	0,14

Construire les tangentes les aux courbes $(\mathcal{C}_0)$, $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$.aux points d'abscisses 0 et 1.

2) Soit α un réel tel que $-m < \alpha$. Calculer l'aire $A(\alpha)$ de l'ensemble des points M(x ; y) du plan tels que : $\begin{cases} -m \le x \le \alpha \\ 0 \le y \le f_m(x) \end{cases}$ $A(\alpha)$ a-t-elle une limite lorsque α tend vers $+\infty$? Si oui calculer cette limite.

C/ 1) Démontrer par récurrence sur l'entier naturel non nul n que la dérivée d'ordre n de la fonction f existe et est donnée par la relation $f_m^{(n)}(x) = (-1)^n f_{m-1}(x)$

2) λ étant un réel fixé, on pose $U_0 = f_m(\lambda)$ et $\forall n \in IN^*$, $U_n = f_m^{(n)}(\lambda)$.

Montrer que $\forall n \in IN^*$, $U_{n-1} + U_n = (-1)^{n-1} e^{-\lambda}$.

Soit $p \in IN^*$, calculer en fonction de λ, la somme $S_{2p-1} = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_{2p-1}$.

En déduire la somme $S_{2p} = \sum_{i=0}^{2p} U_i$. Montrer que $S_{2p} = f_{m-p}(\lambda)$.

3) Calculer la somme $F_{2p} = U_0 + U_2 + ... + U_{2p} = \sum_{i=0}^{p} U_{2i}$. Montrer que $F_{2p} = (p + 1)S_{2p}$.

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN **SESSION DE JUIN 1985**
2è Partie

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (connaissance)**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

A/ Soit E un espace vectoriel de dimension deux sur $\mathbb{R}$. E_1et E_2 deux sous espaces vectoriels supplémentaires de E et soit a un réel. Pour tout vecteur $\vec{v}$ de E il existe $\vec{v_1}$ de E_1 et $\vec{v_2}$ de E_2 ; $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ uniques tels que $\vec{v} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$.

1℘ Soit f_a une application de E dans E telle que : $\forall \vec{v} \in E$; $\vec{v} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$. $\vec{v_1} \in E_1$, $\vec{v_2} \in V_2$ $f_a(\vec{v}) = \vec{v_1} + a\vec{v_2}$.

a) Montrer que f_a est linéaire.
b) Préciser la nature de f_0 et f_1.

2℘ On suppose a ≠ 0 et a ≠ 1.

a) Quels sont le noyau et l'image de f_a?

b) Quel est l'ensemble des points invariants par f_a ?

c) f_a est – elle bijective?

3℘ On suppose que E est muni de la base $(\vec{i};\vec{j})$. On prend pour E_1 la droite vectorielle d'équation y = x et E_2 la droite vectorielle d'équation y = –x.
Déterminer un vecteur directeur de E_1 et un vecteur directeur de E_2 puis calculer $f_a(\vec{i}+\vec{j})$.et $f_a(\vec{i}-\vec{j})$.

B/ E étant toujours muni de la base $(\vec{i};\vec{j})$, Soit *E* l'espace affine associé de repère (O ; $\vec{i};\vec{j}$). M(x ; y) étant un point de *E* ; on définit l'application g qui associe au point M le point M'(x ' ; y ') de *E* avec $\begin{cases} x' = 2x - y + 1 \\ y' = -x + 2y - 1 \end{cases}$.

1℘ a) Montrer que g est une application affine et indiquer l'application linéaire associée.
b) Montrer que g est bijective.
c) Quel est l'ensemble des points invariants par g ?
d) Montrer que l'application f est de la forme des applications de la partie A. Quelle est la valeur de a ?

Scanné avec CamScanner

2℘ Soit M un point du plan, H le projeté de M sur la droite d_1 d'équation y = x + 1 parallèlement à la droite d_2 d'équation y = –x.

Soit M' le point tel que $\overrightarrow{HM'} = 3\overrightarrow{HM}$. Trouver les coordonnées de M' en fonction des coordonnées de M.

3℘ Soit d une droite ; l'image d'une droite par un e application affine est une droite, donc g(d) = d' est une droite. Montrer que d, d' et d_1 sont concourantes si d n'est pas parallèle à d_1.

4℘

a) Dessiner dans le repère $(O ; \vec{i}; \vec{j})$ les ensembles d_1, d_2 et le O' = g(O).

b) Quelle est l'image du triangle (A, O, B)?

c) Soit O_1le centre de gravité de cet triangle, quelle est l'image de O_1. Vérifier que $g(O_1)$ est bien le centre de gravité du triangle image. Placer O_1 sur le dessin.

d) Soit I le barycentre des points A, O, B affectés des coefficients 1, –1 et 1, quelles sont les coordonnées de I ?. Vérifier que g(I) = I' est le barycentre des points images de ces points affectés des mêmes coefficients.

Placer les points I et I' sur le dessin.

C/ L'espace vectoriel est supposé euclidien et la base $(\vec{i}; \vec{j})$ est orthonormée.

1℘ Montrer que les droites (AB) et (O I) sont perpendiculaires.

2℘ L'application g est elle une isométrie ?

3℘ Soit ($\mathcal{C}$) le cercle passant par les points A, O et B.

a) Ecrire son équation.

b) Ecrire l'équation de la courbe ($\mathcal{C}$') transformée de ($\mathcal{C}$) par g.

c) Déterminer les éléments remarquables de ($\mathcal{C}$') et la tracer sur un dessin avec les points O, A, B et I et leurs images.

Barème : A (6 points) ; B(8 points) C(6points)

Scanné avec CamScanner

Dans ce problème on étudie la famille de fonctions f_λ définies par :

$f_\lambda(x) = 1 + \ln(1+\lambda x)$ où λ est un nombre réel non nul.

I- On recherche le nombre de points d'intersection de la courbe représentative C_λ de f_λ dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ avec la droite (D) d'équation y= x .

1-Donner l'ensemble de définition de f_λ (on distinguera les deux cas : $\lambda \geq 0$ et $\lambda < 0$)

2-On pose $\varphi_\lambda(x) = f_\lambda(x) - x$.

a) On suppose $\lambda < 0$. Etudier les variations de φ_λ ainsi que ses limites aux bornes de l'ensemble de définition .

En déduire le nombre de points d'intersection de C_λ et (D) .

b) On suppose $\lambda \succ 0$. Etudier les variations de φ_λ

ainsi que les limites aux bornes de l'ensemble de définition (on pourra par exemple mettre x en facteur dans l'expression de $\varphi_\lambda(x)$ pour déterminer les limites à l'infini).

Etablir que la plus grande valeur prise par $\varphi_\lambda(x)$ quand x décrit l'ensemble de définition de φ_λ est $m(\lambda) = \frac{1}{\lambda} + \ln\lambda$.

c) Etudier quand λ décrit $]0,+\infty[$ les variations de $m(\lambda)$; en déduire son signe .

d) Combien , lorsque $\lambda > 0$, C_λ et (D) ont- telles de points communs ?

1-a) Comparez $f_\lambda(x)$ et $f_\lambda(-x)$.

Existe-il un lien entre les deux courbes $C_\lambda et C_{-\lambda}$?.

b)Soit Γ la représentation graphique de la fonction logarithme népérien.

Trouver , lorsque $\lambda \succ 0$ une translation qui transforme Γ en C_λ.

c) Représenter dans un même repère orthonormé (on prendra comme unité 3cm) les courbes $(\Gamma), C_2, C_{-2} et (D)$.

II- Calcul d'une valeur approchée de l'abscisse des points d'intersection de la courbe C_λ avec la droite (D) dans le cas particulier $\lambda = 1$.

Scanné avec CamScanner

Soit le plan affine euclidien P muni du repère orthonormé R= $\{o,(i,j)\}$et soit $\vec{P}$ le plan vectoriel associé muni de la base orthonormée directe B= $\{i,j\}$ (avec $\left\|\vec{i}\right\| = \left\|\vec{j}\right\| = 1$cm) .

I –Soit le point $\Omega(1,1)$ du plan $\mathcal{P}$ et les vecteurs :

$\vec{I} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{J} = \vec{j}$ du plan $\vec{P}$. Soit le repère r = (Ω , $\vec{I}$, $\vec{J}$) du plan .Un point M sera repéré par ses coordonnées x et y dans R et X et Y dans r . Soit ($\mathcal{C}$) la courbe d'équation XY= $\frac{3}{4}$ dans le repère r .

1-Reconnaître la nature de ($\mathcal{C}$) .

2- Etablir les relations entre x, y ,X et Y. Montrer qu'une équation de ($\mathcal{C}$) dans le repère R est :

$$(x-1)(4y-3x-1) = 12.$$

Mettre cette équation sous la forme y =f(x) où f est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ à déterminer .

3- Etudier les variations de la fonction f et construire ($\mathcal{C}$) .

4- Calculer l'aire en cm^2 de la partie (D) du plan P définie dans le repère r par :

$$\left\{M(X,Y)/\frac{1}{2} \le X \le 1 \ \ et \ \ 0 \le Y \le \frac{3}{4X}\right\}$$ on donne $\ln 2 \cong 0{,}69$.

II- Soit h l'application affine de P dans P qui au point M(x, y) associe le point M'(x', y') dans le repère R par les relations :

$$\begin{cases} 5x' = 3x - 4y + 6 \\ 5y' = -4x - 3y + 12 \end{cases}$$

1-Déterminer la matrice dans la base $\mathcal{B}$ de l'endomorphisme associé φ de h .

Quelle est la nature de φ ?

2- Montrer que l'ensemble des points invariants par h est une droite (d) dont on donnera une équation.

Déduire des résultats précédents la nature de h dans R .

3- Déterminer l'image du point Ω par h puis exprimer φ ($\vec{I}$) et φ ($\vec{J}$) en fonction de $\vec{I}$ et $\vec{J}$.

En déduire l'expression de h dans le repère r sous la forme :

$$\begin{cases} X' = aX + bY + c \\ Y' = a'X + b'Y + c' \end{cases}$$ où a , b , c , a' , b', c' sont des réels à déterminer .

Retrouver ce résultat d'une autre manière .Quelle est la nature de h dans le repère r ?

4-a) Montrer que la droite (Δ) d'équation Y =5X dans le repère r est globalement invariante par h .

b) Montrer que la courbe ($\mathcal{C}$) est globalement invariante par h .

III/ 1-Déterminer dans R un vecteur unitaire $\vec{k}$ de (Δ) dont les coordonnées seront positives Soit ρ la rotation vectorielle du plan vectorielle $\vec{P}$ tel que $\rho(\vec{k}) = \vec{i}$ et soit g la rotation du plan affine P de centre Ω et d'endomorphisme associé ρ .

2- Déterminer la matrice de ρ dans la base $\mathcal{B}$.

3- Soit M (x,y) et M' (x',y')deux points dans le repère R tels que g(M) = M' . Déterminer x' et y' en fonction de x et y . En déduire X et Y en fonction X'et Y'.

4- Déterminer par son équation dans R l'image ($\mathcal{C}$') de la courbe ($\mathcal{C}$) par g (on aura intérêt à passer par l'intermédiaire du repère r).

a) Quelle est la nature de la courbe ($\mathcal{C}$ ') , en donner les éléments caractéristiques .

b) Retrouver les éléments caractéristiques de la courbe ($\mathcal{C}$).

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN **SESSION DE JUIN 1988**
2è Partie

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

- *Le candidat traitera les deux exercices et le problème.*
- *Les exercices et le problème sont indépendants les uns des autres.*
- *L'usage de la calculatrice électronique(y compris celle programmable) est autorisé.*
- *Les représentations graphiques se feront sur du papier millimétré (fourni).*
- *La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice 1 (4 points)

Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), on considère la transformation T qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = (\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{i}{4})z + \frac{5-\sqrt{3}}{4} + i\frac{3-\sqrt{3}}{4}$

1℘ Montrer que T est une similitude directe dont o n précisera le centre Ω, le rapport et une mesure de l'angle.

2℘ Déterminer l'ensemble des points M dont les ima ges par T sont les points de l'axes (O ; $\vec{u}$).

3℘ On définit une suite de points de la manière su ivante: A_0 = O et, pour tout entier naturel n, $A_{n+1} = T(A_n)$.

Montrer que la suite de terme général $U_n = \left\| \overrightarrow{\Omega A_n} \right\|$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. Quelle est la limite de cette suite (U_n) ?

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 : (6 points)

Soit (E) l'équation différentielle : y'' – 5y' + 6y = 0.

1℘ Déterminer la solution f de (E) qui vérifie : f(0) = 3 et f'(0) = 5

2℘ a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $X^3 - 4X^2 + 3 = 0$.

b)En déduire les solutions de l'équation f(x) = 3.

3℘ Etudier les variations de f sur l'intervalle [- $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}$]. Dresser un tableau des valeurs numériques à 10^{-2} près par défaut données par la calculatrice, de f(x) pour les valeurs suivantes de x : $-\frac{3}{2}$; -1 ; $-\frac{1}{2}$; 0 ;1 ; 1,1 ; 1,2 ; 1, 3 ; 1,4 ; 1,5.

Tracer la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthogonal (O ; $\vec{i};\vec{j}$) avec 5cm sur l'axe des abscisses et 1cm sur l'axe des ordonnées.

Problème : (10 points)

A/ Soit f la fonction numérique à variable réelle t définie par f(t) = $\frac{1}{t(t+1)^2}$.

1℘ Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

2℘ Déterminer les réels a, b, c tels que, quel que soit le réel t appartenant à l'ensemble de définition de f : f(t) = $\frac{a}{(t+1)^2} + \frac{b}{t+1} + \frac{c}{t}$.

Montrer l'existence du réel A(x , y) = $\int_x^y f(t)dt$ pour tous x et y tels que :

$$0 < x < y.$$

Donner une interprétation de ce réel et le calculer.

B/ Soit g la fonction numérique de la variable réelle t définie par :

$$g(t) = -\frac{1}{t^2(t+1)}.$$

1℘ Montrer que la fonction : $IR_+^* \to IR$: $t \mapsto g(t) - f(t)$ admet des primitives.

Les calculer.

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN — SESSION DE JUIN 1989
2è Partie

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C — EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (connaissance)

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

EXERCICE I : (3 points)

Soit **a** un nombre réel vérifiant $0 < \mathbf{a} < \pi$. On considère l'équation en z :

$$(E) : z^2 \sin^2 a - 4z \sin a + 4(1 + \cos^2 a) = 0 .$$

1°) Résoudre dans le corps $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E) .

2°) On désigne M' et M'' les images des racines z' et z'' de (E) dans le plan complexe. Montrer que lorsque **a** vari dans $]0, \pi[$ M' et M'' est une branche d'une hyperbole ($\mathcal{H}$) dont on précisera les sommets les asymptotes et dont on donnera une représentation graphique.

EXERCICE II : (3points)

Un jouer dispose de 3 dés qu'il lance simultanément. Leurs faces numérotées de 1 à 6. il ne les lance qu'une fois. Son gain est ainsi attribué.

- Si les trois chiffres sortis sont égaux il gagne 5F
- Si parmi les trois chiffres il y a deux « 1 » et deux seulement il gagne 2F.
- Si les trois chiffres sont consécutifs alors il gagne 1F.
- Dans tous les autres cas son gain est nul.

1°) Etablir la loi de probabilité de x.

2°) Déterminer et représenter graphiquement la fonc tion de répartition de x.

3°) Calculer l'espérance mathématique de x.

Scanné avec CamScanner

EXERCICE III : (5points)

$\mathcal{P}$ est un plan affine orienté rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L point de coordonnées (x ; y) admet pour affixe le nombre complexe $z = x + iy$. On considère l'application f du plan dans lui-même qui au point M d'affixe z associe le point M'= f (M) dont l'affixe z' est défini par :

$Z' = (1-i\sqrt{3})(\frac{1}{2}\bar{z}-1)$ et $Z = \frac{1}{2}(1-i\sqrt{3})\bar{z} - i(1-\sqrt{3})$.

1°) quelle est la nature de l'application f ?

2°) Déterminer l'application $f \circ f$. En déduire l'application réciproque f^{-1}.

3°) Montrer que f est la composée d'une symétrie orthogonale (dont on précisera l'axe) et d'une translation (dont on précisera le vecteur).

EXERCICE IV : (4points)

Etudier les variations de la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$g(x) = 2x + \sqrt{|x^2 - 1|}$$

Trouver les asymptotes, construire la courbe $(\mathcal{C})$ de g et les tangentes aux points particuliers.

EXERCICE V : (3points)

On considère une suite de terme général U_n, à valeurs réelles, définie par son premier terme U_0 et pour tout n de $\mathbb{N}^*$, par la relation : $U_n = 3U_{n-1} + 2$

Soit a un nombre réel ; pour tout n de $\mathbb{N}$, on pose $V_n = U_n + a$.

1°) Calculer a pour que la suite de terme général V_n soit une suite géométrique de raison q. En déduire U_n en fonction de U_0 et n. Peut-on choisir U_0 de façon que pour

tout n de $\mathbb{N}$ on ait : $U_n = V_0$?

2°) On suppose **a = 1** et $U_0 = 1$. Calculer, en fonction de n la somme

$S_n = V_0 + V_1 + \text{------} + V_n$

Quel est le plus petit entier n tel que S_n soit supérieur à 10^4 ?

EXERCICE VI : (2points)

Calculer : $\int_0^{2\pi} |\cos x| dx$.

Scanné avec CamScanner

BACCALAURÉAT MALIEN **SESSION DE JUIN 1989**
2è Partie

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (composition)**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique de Bamako – Mali

On considère un plan affine $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Dans les représentations graphiques on prendra 2cm pour unité de longueur. On désigne par (E_m) l'ensemble des points M du plan P dont les coordonnées (x ; y) vérifient la relation :

$y^2 = m(x^2 - 1) + 2x$, où m est un paramètre réel.

1°/ a) Soit f la fonction qui, au réel x, associe lorsqu'il existe, le réel $y = \sqrt{x^2 + 2x - 1}$.
Etudier la fonction f et construire sa courbe représentative $(\mathcal{C})$ dans le plan $\mathcal{P}$.
Vérifier que la droite d'équation $x = -1$ est un axe de symétrie de $(\mathcal{C})$.

b) Montrer que l'ensemble (E_1) correspondant à $m = 1$ est la réunion de $(\mathcal{C})$ et d'une courbe $(\mathcal{C}')$ dont on donnera l'équation dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
Construire (E_1) et montrer que le pont I (–1 ; 0) est un centre de symétrie pour (E_1).

2°/ a) On considère l'ensemble (E_{-1}) correspondant à $m = -1$.
Quelle est la nature de cet ensemble ? La construire dans le plan $\mathcal{P}$.

b) On associe aux points M(x ;y) et M'(x' ; y') les nombres complexes z= x+iy et z'= x' +iy', appelés affixes de M et de M'. On considère l'application T de $\mathcal{P}$ dans lui-même qui à tout point M (x ;y) associe le point M'(x' ; y') défini par z' = az+b, où a et b sont deux nombres complexes que l'on déterminera sachant que le point I (0 , 1) est invariant par T et que l'ensemble E_1 précédent est transformé par T en le cercle de centre O et de rayon 1.
On caractérisera alors l'application T.

c) a et b ayant les valeurs précédemment trouvées, calculer x' et y' en fonction de x et de y. En déduire l'équation de E'_1 transformée de E_1 par l'application T. Préciser la nature de E'_1. Démontrer qu'aucun point de E'_1 n'a pour coordonnées un couple d'entiers relatifs.

3°/ a) Montrer que quelque soit le réel m, l'ensemble (E_m) passe par deux points fixes, A et B dont on donnera les coordonnées. Ecrire les équations des tangentes à E_m en ces points A et B.

b) Démontrer que l'ensemble E_0 correspondant à m=0 , et lui seul, admet en A et B des tangentes dont les coefficients directeurs valent respectivement $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Construire E_0.
Calculer l'aire de la portion du plan $\mathcal{P}$ limitée par E_0 et la droite d'équation x = 1.

c) Sur la droite D d'équation $x = -\frac{1}{2}$, on prend un point N d'ordonnée λ ($\lambda \in \mathbb{R}$).Soit (Δ) la droite passant par le point $N(-\frac{1}{2} ; \lambda)$ et de coefficient directeur t, (t réel donné). Quelle relation nécessaire et suffisante doit-elle exister entre t et λ pour que (Δ) soit tangente à E_0 ?
En déduire que par tout point N de D, on peut mener deux tangentes à E_0 qui sont perpendiculaires.

4°/ Montrer que quel que soit le réel non nul m, l'ensemble E_m admet le point $(-\frac{1}{4} ; 0)$ pour centre de symétrie. Quel est l'ensemble (R_1) des valeurs de m pour les quelles l'ensemble (E_m) est une éllipse? Exprimer alors, en fonction du réel m de R_1, la longueur de axes de l'ellipse (E_m) et préciser les supports du grand axe et du petit axe.

Barème : 1° / 4pts ; 2°/ 6pts ; 3°/ 6pts ; 4°/ 4pts.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juin. 1990*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF:** *5*

A– Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1°/ A un point M on associe le point M_1 image de M par la symétrie orthogonale d'axe la droite d'équation $y = x$, puis le point M'image de M_1 par la symétrie orthogonale d'axe $(O ; \vec{i})$.

a) Calculer les coordonnées x' et y' de M'en fonction des coordonnées x et y de M.
b) Caractériser la transformation qui fait passer de M à M'.
c) Au point M on associe maintenant le pont N de coordonnées X et Y définies par :

$$(I) \begin{cases} X = 1 + y \\ Y = 1 - x \end{cases}$$

Montrer que cette transformation est une rotation dont on précisera le centre Ω et l'angle θ.

2°/ Le point M décrivant la droite d'équation $y = x$, déterminer l'ensemble décrit par N
Quel est l'ensemble décrit par le milieu du bipoint (M, N) ?

3°/ Au point M on associe le point N' de coordonnées X' et Y' définies par

$$(II) \begin{cases} X' = 1 + 3y \\ Y' = 1 - 2x \end{cases} :$$

a) Quelle est la nature de l'ensemble E des points N'lorsque M décrit le cercle unité de centre O ?
b) Caractériser le transformé de E dans la transformation (I).

B– Dans tout ce qui suit on suppose qu'on associe au point M(x, y) le point M'(x', y') dont les coordonnées sont définies par :

$$(III) \begin{cases} x' = a + x\sin\theta + y\cos\vartheta \\ y' = a - x\cos\theta + y\sin\theta \end{cases} \quad \text{où } a \in \mathbb{R} \text{ et } \theta \in \mathbb{R}.$$

1°/ Montrer que si $\sin\theta \neq 1$, la transformation (III) admet un point invariant w dont on calculera les coordonnées x_0 et y_0 en fonction de a et θ.

2°/ a) Calculer en fonction de a la somme $x_0 + y_0$ et en fonction de θ le quotient $\frac{x_0}{y_0}$.

b) En déduire que l'ensemble décrit par w quand θ varie, a restant fixe sur une droite D, et que l'ensemble décrit par w quand a varie, θ restant fixe sur une droite D'.

c) En s'appuyant sur ce qui précède, indiquer une construction géométrique du point w, a et θ étant connus.

Scanné avec CamScanner

d) Démontrer que la transformation définie par (III) est une isométrie dont on déterminera la nature. Montrer que (I) est un cas particulier de (III).

C– Soit la fonction numérique f : $x \mapsto (2x-1)\sqrt{\frac{x+1}{2}}$

1°/ Etudier *f* et tracer sa courbe $\mathcal{C}$ dans un repère orthonormé (O $\vec{i}$; $\vec{j}$).

Préciser les tangentes à $\mathcal{C}$ aux points $x_0 = -1$ et $x_1 = -\frac{1}{2}$.

2°/ Soit $\mathcal{C}$' la courbe symétrique de $\mathcal{C}$ par rapport à (O ; $\vec{i}$). On pose $\Gamma = \mathcal{C} \cup \mathcal{C}$'. Tracer$\Gamma$.

3°/ On considère le point A(–1 ; 0) et la droite Δ : $x = -2$.

Soit m$\in$ IR* ; on considère la droite $\mathcal{D}$: y = mx et la droite $\mathcal{D}$' orthogonale à $\mathcal{D}$ en *O (0;0)*.

Les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}$' coupent Δ en *B* et *B*' respectivement Soit K le milieu de du bipoint (B ; B'),
la droite (AK) coupe D et D' en M et M' respectivement.

a) Déterminer les coordonnées de M et M' en fonction de m.

b) On appelle Γ_1l'ensemble des points M lorsque *m*$\in$ IR* et Γ_1'celui des points M ' lorsque *m*$\in$ IR* Trouver une relation entre Γ_1 et Γ_1'.

Barèmes : A =10 pts ; B = 6pts ; C = 4 pts

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juin. 1991*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

A/ L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes est considéré comme un espace vectoriel euclidien sur IR. Soit B = (1 ; i) la base constituée des nombres complexes 1 et i.
On dira que le complexe z = x + yi est le vecteur de coordonnées (x ; y) dans la base (1 ; i).Si les couples (x ; y) et (x' ;y') sont les coordonnées de deux vecteurs de cet espace, le produit scalaire sera xx' + yy'. Soit a un réel donné et f_a l'application linéaire de C dans C de matrice.

$$M = \begin{pmatrix} 2a & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$ dans la base B.

On pose $f_a(z) = Z = X + Yi$ avec z = x +yi ; (x, y, X et Y' réels).

I/-

1℘ Quelles sont les coordonnées de Z dans la base B ?

2℘ Exprimer en fonction de x et y puis en fonction de z et $\bar{z}$ où $\bar{z}$ = x – yi.

3℘ Quels sont les éléments de $\mathbb{C}$ invariants par f_a ? Vérifier que l'ensemble de ces éléments est dans tous les cas un sous espace vectoriel de $\mathbb{C}$.

4℘ Pour quelles valeurs de a f_a est elle une rotation vectorielle ?

II/

1℘ Montrer que $\forall a \in$ IR, f_a est une bijection de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$. Soit f_a^{-1} l'application réciproque de f_a. On pose $f_a^{-1}(z) = Z' = X'+Y'i$.
2℘ Déterminer dans la base B la matrice de f_a^{-1}.
3℘ Soit z = x + yi un élément de $\mathbb{C}$. Exprimer Z' = $f_a^{-1}(z)$ en fonction de x et y puis en fonction de z et $\bar{z}$. Déterminer une relation entre Z, Z' et z.
En déduire que $f_a + f_a^{-1} = 2aI_C$ où I_C est l'application identique de $\mathbb{C}$. $f_a – f_0$.
4℘ Si a ≠ 0, déterminer le noyau et l'image de

Scanné avec CamScanner

B/ Soit $\mathcal{P}$ un plan affine associé au plan vectoriel $\mathbb{C}$ et rapporté à un repère orthonormé d'origine O et de base B. On désigne par φ_a l'application affine de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui au point O associe le point A(1 ; a) où a est un réel et dont l'application linéaire associée est fa. L'image par φ_a d'un point N est alors φ_a (N) = N'.

I/-1°) Déterminer les coordonnées x' et y' de N' en fonction des coordonnées x et y de N.
2°) Démontrer que si a ≠ 1 alors admet un unique point invariant Ω_a dont on déterminera les coordonnées. Si a = 1, quel est l'ensemble des points invariants ?
3°) Etablir que φ_a est la composée d'une application affine de point invariant O et d'une translation.
4°) Quelle est l'image par de la droite d'équation x = 0 et de la droite affine d'équation y = 2ax.

II/ On pose a = 0. Montrer que φ_0 est une rotation dont on déterminera le centre et l'angle.
Quelle est l'image par φ_0 du cercle de centre O et de rayon 1 ? Quelles sont les images par φ_0 des bissectrices des axes du repère ?

III/ On pose a = 1.

1°) Exprimer y' – x' en fonction de y – x. En dédui re qu'il existe une famille de droites de même direction globalement invariantes par φ_1

2°) On considère la fonction numérique f définie de IR vers IR par $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

Etudier la fonction f, construire sa courbe représentative ($\mathcal{C}$) dans le plan muni du repère (O ; B). Déterminer une équation de ($\mathcal{C}$') transformée de ($\mathcal{C}$) par φ_1.
Vérifier que cette équation peut s'écrire sous la forme $x = y - \frac{1}{y}$. Construire ($\mathcal{C}$') sur le même repère que ($\mathcal{C}$) (On pourra au préalable étudier et représenter la fonction g : $x \mapsto y = x - \frac{1}{x}$. on déduira la courbe ($\mathcal{C}$') de la courbe de la fonction g

IV/ 1°) On pose a ≠ 0, soit T_1 l'application de P dans P qui au point O associe le point A(1, a) et dont l'endomorphisme associé est $f_a + f_a^{-1} = u$. Démontrer que T_1 est une homothétie T_{-1} une translation.

2°) On suppose que $a \neq \frac{1}{2}$ Soit T_2 l'application affine de P dans P d'endomorphisme associé $f_a - f_0$. telle que $T_2(O) = A(1 ; 0)$.
Démontrer que T_2 est la composée d'une homothétie, d'une projection sur une droite et d'une translation.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique

C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juin. 1993*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

Exercice1 :

On considère l'équation :

$$z \in C, z^3 - (3+2i)z^2 + (1+5i)z + 2 - 2i = 0 \qquad (1)$$

1-Vérifier que i est une solution de l'équation (1) ,puis résoudre cette équation .
2-Montrer que les solutions de l'équation (1), sont les trois premiers termes d'une suite géométrique $(z_n)\ n \in IN$,de premier terme i .Déterminer le 15è terme de cette suite .
3- Déterminer n pour que z_n soit un élément de IN .

Exercice2 :

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = 4x^3 + x^2 + x - 3$$

1-Montrer en étudiant les variations de f , que l'équation $f(x) = 0$,admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique élément de $]0;1[$.

2-Montrer que si l'équation $x \in IR, f(x) = 0$ admet une solution rationnelle $\frac{p}{q}$,où p et q sont premiers entre eux ,alors p divise 3 et q divise 4 .
Quels sont les rationnels vérifiant cette dernière condition ?

3-Trouver une solution rationnelle de l'équation $f(x) = 0$ et achever la résolution de cette équation dans $\mathbb{C}$.

PROBLEME :

Le plan affine euclidien E est rapporté à un repère orthonormé (O ;i ; j) ,d'unité graphique 2cm.
I – Soit f_m la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f_m(x) = mx + e^x \text{ où } m \text{ est un paramètre réel.}$$

On désigne par C_m la courbe de f_m dans (O i ; j) .

Scanné avec CamScanner

1)a) Montrer que toutes les courbes C_m passent par un point fixe que l'on déterminera .

b)En discutant suivant les valeurs de m , étudier les variations de la fonction f_m.

2) On suppose $m \succ 0$.

a) Montrer que f_m est une bijection.

b) Montrer que f_m^{-1} est dérivable sur $\mathbb{R}$, puis calculer son nombre dérivé au point 1.

3) On suppose $m = -1$ et on désigne par D l'asymptote à C_{-1}.

a) Tracer C_{-1}. Calculer l'aire $A(\lambda)$ du domaine plan limité par la courbe C_{-1} , D et les droites d'équations x = λ et x = 0 où λ est un réel négatif.

b) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} A(\lambda)$.

II- On considère, l'application affine f de E dans E qui à tout point P(p ;q) associe le point P' (p' ; q') tel que $\begin{cases} p' = p\ln x - q\ln y \\ q' = p\ln y + q\ln x \end{cases}$

x et y sont deux paramètres réels strictement positifs et ln désigne le logarithme népérien .

1) Pour quelle valeur du couple (x ; y) f n'est pas bijective ?

2) On suppose que x et y sont les coordonnées dans (O ; i j), d'un point M de E.

a) Déterminer l'ensemble des points M tels que f soit une homothétie.

b) Donner l'expression de fof dans (O, i, j). En déduire l'ensemble des points M tels que f soit involutive. Préciser alors f.

c) Déterminer l'ensemble G des points M tels que f soit une isométrie . Donner une équation de G .

d) Montrer que G est la réunion de deux courbes G_1 et G_2 d'équations respectives : $y = e^{\sqrt{1-(\ln x)^2}}$ et $y = e^{-\sqrt{1-(\ln x)^2}}$

e) On pose $f_1(x) = e^{\sqrt{1-(\ln x)^2}}$ et $f_2(x) = e^{-\sqrt{1-(\ln x)^2}}$

Préciser les ensembles de définitions de f_1 et $f_2$puis calculer $f'_1(x) et f'_2(x)$.

III- On considère l'application g de E dans E qui à tout point M(x y) associe le point M' (x' ; y') tel que $\begin{cases} x' = x + y \\ y' = -y + 2 \end{cases}$

1/ Montrer que g est affine , sans point invariant et que son endomorphisme associé φ est involutif .

2/ a) Démontrer que g$\circ$g est une translation

b)Soit $\vec{u}$ le vecteur de cette translation et t la translation de vecteur $\frac{\vec{u}}{2}$. Préciser la nature de l'application s , telle que g = t$\circ$s . Prouver que t$\circ$s = s$\circ$t .

3/ Montrer que l'image C' de la courbe C_{-1} par g a pour équation y = -x + 2+lnx . Construire C' dans le repère (O ,i ,j) .

C' coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses x_0 = 0,16 et x_1 = 3,14 .

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN :	*Baccalauréat malien*			**BAC**	
SERIES	**SET-MTI-MTGC**	**SESSION**	*Juin. 1995*		
ÉPREUVE DE :	**Mathématiques**	**DURÉE :**	*4heures*	**COEF:**	*5*

Exercice1

1- f est la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

D est le domaine plan limité par la courbe ($\mathcal{C}$) de f, la droite des abscisses, les droites d'équations x = 1 et x = e .
L'unité graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé est 3cm .
a)Représenter D
b)Calculer l'aire de D en cm^2.

2)Pour tout naturel n on pose : $I_n = \int_0^1 t^n e^t \, dt$

a) A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$,

$$I_n = e - nI_{n-1}$$

b) Calculer I_0 puis I_1, I_2, I_3.

Exercice2

A/ 1- Déterminer les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^4 = (2+3i)^4$
Construire leurs images dans le plan complexe .
2-On désigne par A,B,C les points du plan complexe d'affixe

$$z_0 = 3 \; ; \quad z_1 = 2 - i \quad et \quad z_2 = -1 - i$$

a) Déterminer les coordonnées du barycentre G des points pondérés :

(A,-1) ; (B,1) ; (C , 1).

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

$MB^2 + MC^2 - MA^2 = 1$.

B/ Soit A', B', C' les images respectives des points A , B , et C par la transformation f du plan . Comparer les angles $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ Dans chacun des cas suivants :
- f est une homothétie de rapport -2 de centre quelconque .
- f est une symétrie orthogonale d'axe quelconque .

On construira la figure pour mieux visualiser les angles .

PROBLEME

Le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x)$ et de construire sa courbe représentative ($\mathcal{C}_f$) ,

Scanné avec CamScanner

ce qui fait l'objet de la partie A ; puis de décrire un procédé d'approximation du nombre pour lequel f atteint un minimum , ce qui fait l'objet de la partie B .

A/ 1) On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 + \ln x - 2$

a) Etudier le sens de variation de g et ses limites aux bornes de l'intervalle de définition .

b) En déduire que l'équation g(x) = 0 admet une solution et une seule et que $1{,}30 \leq \alpha \leq 1{,}35$

c)Etudier le signe de g(x) .

2) a) Etudier les limites de f aux bornes de son intervalle de définition .

b) Exprimer f'(x) à l'aide de g(x) .En déduire le sens de variation de f .

3) Le plan est rapporté au repère orthonormé (O ,i ,j) d'unité graphique 2cm .

a) Démontrer que la droite Δ d'équation y = x est asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

b) Déterminer le point d'intersection B de $(\mathcal{C}_f)$ et de Δ ; préciser la positon de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à Δ .

c) Construire $(\mathcal{C}_f)$ et Δ en précisant la tangente en B à $(\mathcal{C}_f)$.

4) Pour tout réel $t \geq e$, calculer l'aire A(t) de la portion du plan comprise entre $(\mathcal{C}_f)$ et Δ et les droites d'équations x = e et x = t .

B/ Approximation de α

1- a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 est équivalente à l'équation h(x) = x où h est la fonction définie sur $I = [\,1{,}30\ ;\ 1{,}35\,]$ par h(x) = $\sqrt{2 - \ln x}$.

b) justifier la décroissance de h sur I et montrer que pour tout x de I , h(x) appartient à I .

c) Prouver que pour tout x élément de I , $\frac{-1}{3} \leq h'(x) \leq 0$.

En déduire que pour tout x de I , $|h'(x)| \leq \frac{1}{3}$

d)Démontrer à l'aide de l'inégalité des accroissements finis que pour tout élément de I , $|h(x) - \alpha| \leq \frac{1}{3}|x - \alpha|$.

3-soit (U_n) la suite d'éléments de I définie par la relation de récurrence U_{n+1} = h (U_n) et la condition initiale U_0 = 1,30 .

a) Démontrer à l'aide de l'inégalité des accroissements finis que pour tout entier naturel n, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{3}|U_n - \alpha|$.

b) En déduire que pour tout entier naturel n , $|U_n - \alpha| \leq \frac{5}{100}(\frac{1}{3})^n$

c) Déterminer la limite de la suite (U_n) .

d) Préciser un entier n_0 tel que $|U_{n_0} - \alpha| \leq 10^{-6}$.Que représente U_{n_0} pour α ?

Donner la valeur de U_{n_0} et une valeur décimale approchée à 10^{-6} près de α.

On donne :

$\sqrt{2 - \ln U_7} = 1{,}314096106; \sqrt{2 - \ln U_8} = 1{,}314097007; \sqrt{2 - \ln U_9} = 1{,}314096746; \sqrt{2 - \ln U_{10}} = 1{,}314096821$

$\sqrt{2 - \ln U_{11}} = 1{,}3140968$.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN :	*Baccalauréat malien*			**BAC**	
SERIES	**SET-MTI-MTGC**	**SESSION**	*Juin. 1996*		
ÉPREUVE DE :	**Mathématiques**	**DURÉE :**	*4heures*	**COEF:**	*5*

EXERCICE 1 : (5 points)

Soit m un nombre entier

1. Montrer que l'équation : (x,y)$\in \mathbb{Z}^2$, 6y – 3x = m. Admet des solutions si et seulement si m est multiple de 3.
2. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ les équations :
   a) 6y – 3x = 5
   b) 6y – 3x = 3
3. Déduire de ce qui précède les solutions dans $\mathbb{Z}^2$ de l'équation :
   (6y – 3x – 4) (6y – 3x + 4) = 1

EXERCICE 2 : (5points)

1. Calculer $\int_0^1 e^x dx$
2. Soit f, l'application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par :
   $f(z) = z^4 - \sqrt{2}z^3 - 4\sqrt{2}z - 16$

a) Trouver les deux réels a et b tels que pour tout nombre complexe z on ait :
   $f(z) = (z^2 + 4)(z^2 + az + b)$

b) En déduire l'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation f (z) = 0

c) Placer dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{u};\vec{v}$) les images A, B, C, D des solutions de l'équation précédente, puis montrer que ces points sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

PROBLEME : (10points)

Les parties A) et B) du problème sont indépendantes.

A) Dans le plan orienté, on considère un carré direct ABCD de centre O,

tel que : $(\vec{OA},\vec{OB}) = \frac{\pi}{2}$

Soit P un point du segment [BC], distinct de B. On note Q le point d'intersection de (AP) avec (CD). La perpendiculaire (d) à (AP) passant par A coupe (BC) en R et (CD) en S.

1. Faire une figure en prenant BC= 3cm, BP = 1cm et en plaçant (BC) horizontalement sur la feuille.
2. Soit **r** la rotation de centre **A** et d'angle $\frac{\pi}{2}$
   a) Préciser l'image de la droite (BC) par **r**.
   b) Déterminer les images de R et P par **r**.
   c) Quelle est la nature des triangles RAQ et PAS ?

Scanné avec CamScanner

3. On note N le milieu de [PS] et M celui de [QR].

Soit **s** la similitude directe de centre A, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

a) Préciser les images des points R et P par **s**.
b) Quel est le lieu géométrique du point N quand P décrit le segment [BC] privé de B ?
c) De ce qui précède, déduire que les points M, N, B, et D sont alignés.

B) Soit n un entier naturel non nul.

Dans le plan affine rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}; \vec{j})$ on considère les points $\mathbf{A_n}$ de l'axe $(O ; \vec{i})$ définis par : $\overrightarrow{OA_1} = \vec{i}$; $\vec{A_1A_2} = 2\vec{i}$; $\vec{A_2A_3} = 2^2\vec{i}$;------ ; $\vec{A_nA_{n+1}} = 2^n\vec{i}$

On considère les carrés K_1, K_2 , ……, K_n,……construits respectivement sur les segments $[OA_1]$; $[A_1A_2]$;… ;$[A_nA_{n+1}]$;…et dont les sommets ont une ordonnée positive.
Les points O, A_1, B_1, C_1 sont les sommets de K_1
Les points A_1, A_2, B_2, C_2 sont les sommets de K_2
Les points A_{n-1}, A_n, B_n, C_n sont les sommets de K_n où l'abscisse de B_n est supérieure à celle de C_n.

On fera une figure en prenant un centimètre (1 cm) comme unité.

1. **a /** Calculer les coordonnées de B_n et de C_n.
   b/ Montrer que les points C_1, C_2,……,C_n sont alignés.
   c/ Montrer que les points B_1, B_2,……,B_n sont alignés.
   d/ Donner une équation cartésienne de chacune des droites (C_1C_2) et (B_1B_2).

2. Soit O_n le centre du carré K_n.
   a) Calculer les coordonnées de O_n
   b) Montrer que O_1, O_2, ……, O_n sont alignés.
   c) Ecrire une équation de la droite (O_1O_2).

3. **a/** Calculer l'aire U_n du carré puis la somme :
   $S_n = U_1 + U_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + U_n$.

   b/ Calculer $\lim_{x\to+\infty}(\frac{S_n}{4^n})$

4. **a/** Montrer que pour tout $n \geq 1$, il existe une homothétie h de centre Ω (–1 ; 0), transformant le carré K_n en le carré K_n.
   b/ Préciser le rapport de cette homothétie.

   Retrouver ainsi les résultats obtenus aux questions 1 et 2.

5. soit **r** la rotation de centre O_1 et d'angle π
   a) Montrer que **h' = ho r** est encore une homothétie transformant K_1 en K_n ;

   b) Déterminer le centre Ω' et le rapport de **h'** lorsque n = 2.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juillet. 1997*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE I : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = 1+\ln(1+x)$.
On note $(\mathcal{C})$ la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 3cm.

1–a) - Etudier le sens de variation de f

b)- Donner une équation de la tangente (Δ) à la courbe $(\mathcal{C})$ en son point d'abscisse 0.

c)- Construire $(\mathcal{C})$ et (Δ).

2- En étudiant la fonction numérique g définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = x - f(x)$, démontrer que l'équation $x = f(x)$ a une solution unique α et que $\alpha \in [2;3]$.

EXERCICE II : (4points)

Dans le plan P on considère trois points A, B, et C. Soit **s** la réflexion d'axe (AC) qui transforme B en D et soit **f** l'application affine de P dans P telle que :

$f(A) = A$; $f(B) = C$ et $f(C) = D$.

1°) On pose: $\mathbf{g = s \circ f}$

a) Déterminer l'image par g des points A, B, C et celle du milieu **I** de [BC]

b) Etablir g est une symétrie dont on précisera l'axe (**d**) et la direction.

c) Exprimer f en fonction de **g** et **s.** En déduire une construction géométrique de l'image M' d'un point M de P par f **.**

2°) Comment faut-il choisir A, B, et C pour que f soit une isométrie ?.
Explicitez alors cette isométrie.

Scanné avec CamScanner

PROBLEME : (12 points)

Dans ce problème, n est un entier naturel différent de zéro et on considère la famille de fonctions f_n définies sur $[0; +\infty[$ comme suit :

$$\begin{cases} f_n(x)=x^n \ln(1+\frac{1}{x}) \\ f_n(0)=0 \end{cases}$$

Pour les représentations graphiques, le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm, et on note $(\mathcal{C}_n)$ la courbe représentative de la fonction f_n.

A- Dans cette première partie, on se propose d'étudier la fonction f_1.

1- a) – Etudier la continuité de f_1 en 0 et son comportement en **+ ∞.**

b) – Etudier le comportement du rapport $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers 0.

Que peut-on conclure pour la fonction f_1 et la courbe $(\mathcal{C}_1)$?

2- a) – Justifier la dérivabilité f_1 sur $]0,+\infty[$. Calculer $f_1'(x)$ puis $f_1''(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à $]0,+\infty[$.

b) – Etudier successivement les variations de f_1' et de f_1 et dresser le tableau de variation de f_1.

3- Tracer la courbe $(\mathcal{C}_1)$, son asymptote et la tangente au point O.

B– La seconde partie est consacrée à l'étude des fonctions f_n lorsque n ≥ 2.

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f_n en 0 puis le comportement de f_n en $+\infty$.
2. **a)** Justifier la dérivabilité de f_n sur $]0, +\infty[$.

   Démontrer que : $f_n'(x) = x^{n-1} g_n(x)$ où g_n est une fonction définie sur $]0,+\infty[$ que l'on déterminera.

   b) Etudier les variations de g_n et en déduire le signe de $g_n(x)$.

   c) Dresser le tableau de f_n

C– La troisième partie porte sur les courbes $(\mathcal{C}_n)$ lorsque n ≥ 2.

1. Quelle est la tangente à $(\mathcal{C}_n)$ en O origine du repère ?
2. Etudier la position relative de $(\mathcal{C}_n)$ et $(\mathcal{C}_{n+1})$ pour n ≥2.Quelle est la position de$(\mathcal{C}_1)$ par rapport à toutes les courbes $(\mathcal{C}_n)$?
3. **a)** Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2 \ln(1+\frac{1}{x}) - (x-\frac{1}{2})\right]$. Que peut-on en conclure pour $(\mathcal{C}_2)$?

   b) On précisera la position de $(\mathcal{C}_2)$ par rapport à la droite d'équation $y = x - \frac{1}{2}$
4. Tracer $(\mathcal{C}_2)$ et $(\mathcal{C}_3)$ dans le même repère que $(\mathcal{C}_1)$.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juillet. 1998*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 : (6 points)

1°)- Démontrer que, quelque soit l'entier naturel n, on a

$$3^{2n+3}+2^{n+3}\equiv 0[7]$$

2°)- Résoudre dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$, l'équation :

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

3°)- Résoudre le système :

(a, b) ϵ $\mathbb{N}^*$ **x** $\mathbb{N}^*$ $\begin{cases} a^2-b^2=405 \\ 3m=ab \end{cases}$

m étant le P.P.C.M des entiers a et b.

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{e_1};\vec{e_2}$) d'unité 1 cm, on considère les points A, B, et C d'affixes respectifs :

$$a=2-2i\sqrt{3}\ ;\quad b=2+2i\sqrt{3}\quad ;\quad c=8$$

1°) Ecrire a ; b ; et c sous la forme trigonométrique. Placer les points A, B et C.

2°) Calculer le nombre complexe :

$q=\dfrac{a-c}{b-c}$ que l'on écrira sous la forme exponentielle. En déduire la nature du triangle ABC.

3°) Déterminer le barycentre G des points pondérés (A,|a|) ; (B ;|a|) ; (C ;|c|) puis placer le point G.

4°) Déterminer et construire l'ensemble (**E**) des points M du plan tels que :

$$\left\|\vec{MA}+\vec{MB}+2\vec{MC}\right\|=\left\|\vec{MA}+\vec{MB}-2\vec{MC}\right\|$$

Scanné avec CamScanner

EXERCICE 2 : (4points)

1) a) Vérifier que tout nombre réel x ≠ 1 et x ≠ -1, on a :

$$\frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x}$$

b) Soit α un nombre réel tel que 0< α < $\frac{1}{2}$. Déduire de a), la valeur de l'intégrale :

$$J(\alpha) = \int_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \frac{2}{1-x^2}\,dx$$

2) a)- En utilisant une intégration par parties, calculer en fonction de α, l'intégrale :

$$I(\alpha) = \int_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2}\,dx$$

b)- Déterminer la limite de I (α) quand le nombre réel positif tend vers 0.

3)- Soit **A =** $\overline{10101010}$ un nombre écrit en base deux. Ecrire **A** dans le système de numération décimale.

PROBLEME : (10points)

On désigne par $\mathcal{R}$ = (O, $\vec{i}; \vec{j}$) un repère orthonormé du plan, et a, b, et c des réels quelconques.

Les fonctions f_0, f_1, f_2 et f sont respectivement définies sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels par :

$f_0(x) = e^{\frac{-x}{2}}$; $f_1(x) = xe^{\frac{-x}{2}}$; $f_2(x) = x^2 e^{\frac{-x}{2}}$ et $f(x) = (a + bx + cx^2)e^{\frac{-x}{2}}$

On désigne par ($\mathcal{C}_0$), ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) les courbes représentatives de f_0, f_1, et f_2 dans le repère.

A. On se propose de représenter ($\mathcal{C}_0$), ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$).

1. Etudier les variations des fonctions f_0, f_1, et f_2
2. Préciser par leurs coordonnées dans le repère $\mathcal{R}$, les points d'intersection de ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_0$) ; ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_0$) ; ($\mathcal{C}_2$) et ($\mathcal{C}_1$).
3. Etudier sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels, le signe de chacune des expressions : $f_1(x) - f_0(x)$; $f_2(x) - f_0(x)$ et $f_2(x) - f_1(x)$.
4. Tracer les courbes ($\mathcal{C}_0$), ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) dans le repère $\mathcal{R}$, et hachurer le domaine fermé (**E**) déterminé par les trois courbes ($\mathcal{C}_0$), ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) , c'est-à-dire l'ensemble (**E**) des points M du plan, dont les coordonnées (x ; y) dans le repère $\mathcal{R}$ vérifient :

$$\begin{cases} -1 \le x \le 0 \\ f_2(x) \le y \le f_0(x) \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ f_1(x) \le y \le f_{0(x)} \end{cases}$$

Scanné avec CamScanner

B. On se propose de calculer l'aire de (E)

1. Soit n, un entier naturel quelconque. Démontrer qu'en posant :

$$I_n(x) = \int_0^x t^n e^{\frac{-t}{2}} dt \ ;$$

On définit une fonction I_n qui a l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels pour ensemble de définition.

2. Soit n, un entier naturel et x un réel quelconque.
Démontrer que :

$$I_{n+1} = -2x^{n+1} e^{\frac{-x}{2}} + 2(n+1) I_n(x)$$

3. Soit x un réel quelconque.

a) Calculer $I_0(x)$ en fonction de x.

b) En déduire les expressions de $I_1(x)$ et $I_2(x)$ en fonction de x.

4. Calculer l'aire de (**E**).

C. On se propose de calculer la dérivée d'ordre n de f. On désigne par f^0 (ou f), $f^{(1)}$ (ou f'), $f^{(2)}$ (ou f''), $f^{(3)}$ (ou f'''), etc. les dérivées successives de la fonction f.

1. Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n, on peut trouver trois réels α_n, β_n et γ_n vérifiant pour tout nombre réel :

$$f^{(n)}(x) = (\alpha_n + \beta_n x + \gamma_n x^2) e^{\frac{-x}{2}}$$

On trouvera $\alpha_0 = a$, $\beta_0 = b$ et $\gamma_0 = c$ et pour chaque entier naturel n, le raisonnement par récurrence montrera que : α_{n+1}, β_{n+1} et γ_{n+1}, vérifient :

$$\alpha_{n+1} = \beta_n - \frac{1}{2}\alpha_n \ , \qquad \beta_{n+1} = 2\gamma_n - \frac{1}{2}\beta_n \quad \text{et} \quad \gamma_{n+1} = -\frac{1}{2}\gamma_n$$

2. Pour chaque entier naturel n, on pose :

$$\beta_n' = \beta_n + 4n\gamma_n \qquad \text{et} \qquad \alpha_n' = \alpha_n + 2n\beta_n + 4n(n+1)\gamma_n$$

Démontrer que (γ_n), (β_n'), et (α_n') sont des suites géométriques de raison $-\frac{1}{2}$.

3. En déduire pour chaque entier naturel n, l'expression de α_n, β_n et γ_n en fonction de n, a, b et c.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juillet. 1999*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 : (5 points)

1. Soit n ∈ ℕ.

a) Déterminer, suivant les valeurs de n le reste de la division par 7 de l'entier 3^n.
En déduire le reste de la division par 7 de l'entier naturel $(506390)^{128}$.

b) Dans le système de numération décimal, on considère l'entier naturel $\overline{651x}$.
Déterminer x pour que $(506390)^{128} + \overline{651x}$ soit divisible par 7.

2. a) Déterminer le plus grand diviseur commun des nombres 21590 et 9525.

b) Déterminer l'ensemble des entiers x tels que : $34x \equiv 2\ [15]$.

c) Résoudre l'équation : $(x ; y) \in \mathbb{Z}^2$ $21590x + 9525y = 1270$.

d) Quel est le chiffre des unités de l'entier naturel 7^{1980} écrit dans le système décimal ?.

3. Résoudre dans ℝ les équations différentielles du second ordre.

a) $Y'' - Y' + \frac{1}{4}Y = 0$.

b) y ''+y '+ y = 0.

4. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle : x'' + 5x' +6x = 0 vérifiant les conditions initiales : f (0) = 1 et f ' (0) = – 6 ; t est la variable.

EXERCICE 2 : (5points)

1. Soit la suite de points M_n du plan complexe, d'affixes respectives définies par :

$Z_0 = 8$ et pour tout n ∈ ℕ , $Z_{n+1} = \frac{1+i\sqrt{3}}{4} Z_n$.

a) Calculer le module et un argument de $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{4}$.

b) Calculer Z_1, Z_2, Z_3 et vérifier que Z_3 est un réel. Placer dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{e_1}; \vec{e_2})$ les points M_0, M_1, M_2 et M_3.

c) Calculer le rapport $\frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1}}$.

En déduire que le triangle OM_nM_{n+1} est rectangle et que : $|Z_{n+1} - Z_n| = \sqrt{3}|Z_{n+1}|$.

Scanné avec CamScanner

2. Le cm est l'unité de longueur choisie. On fera une figure pour visualiser.

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 3, B' milieu de [AC] et un point D tel que : $4\vec{AD} = \vec{AB} + 3\vec{BC}$.

a) Démontrer que D est le barycentre des points pondérés (A,3) ; (B,–2) ; (C,3). En déduire que D appartient à la médiatrice du segment [AC].

b) Démontrer que: $\vec{BB'} = \frac{2}{3}\vec{BD}$.

c) Calculer DA^2 et DB^2.

d) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan vérifiant la relation :

$3MA^2 - 2MB^2 + 3MC^2 = 12$.

Vérifier que l'isobarycentre G du triangle ABC appartient à l'ensemble (E). Tracer (E).

3.a) Dans l'espace muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ placer les points Q (6 ; 0 ; 0) , R (0; 6 ; 0), S (0 ; 0 ; 4)

b) Déterminer les coordonnées du barycentre G des points massifs (Q,2) ; (O,1) ; (R,3).

c) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M de l'espace tels que:

$(\vec{MO} + 2\vec{MQ} + 3\vec{MR}).\vec{MS} = 0$). Donner une équation cartésienne de (E).

d) Déterminer l'intersection de (E) et du plan d'équation X= 0 dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

PROBLEME : (10points)

A. La fonction numérique de la variable réelle x, est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$$f(x) = x - 2 + \frac{1}{2}\ln x$$

1. a) - Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition

b)- Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation;

2. a)- Démontrer que l'équation f (x) = 0 admet dans $\mathbb{R}_+^*$ une solution unique ℓ et que $\ell \in]1;2[$.

b)- Etudier le signe de f (x) lorsque x décrit $\mathbb{R}_+^*$.

B.On se propose dans cette partie de calculer une valeur approchée de ℓ à 10^{-2} près.

1. Soit la fonction numérique définie sur l'intervalle [1;2] par : $\varphi(x) = 2 - \frac{1}{2}\ln x$

a) Etudier les variation de **φ**. Prouver que l'image par **φ** de l'intervalle [1 ;2] est un intervalle contenu dans [1 ;2].

b) Montrer que ℓ est l'unique solution de **φ** (x) = x

Scanné avec CamScanner

2. On considère alors la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \varphi(U_n) \end{cases} \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

a) Démontrer que, pour tout entier n, on a : $1 \leq Un \leq 2$.

b) Prouver que pour tout entier x de [1 ; 2] on a : $|\varphi'(x)| \leq \frac{1}{2}$

c) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, montrer que, pour tout entier n on a :

$$|U_{n+1} - l| \leq \frac{1}{2}|U_n - l|$$

d) Montrer que la suite U converge vers ℓ.

e) Déterminer un entier n_0 tel que U_{n_0} soit une valeur approchée à 10^{-2} près de ℓ.

C. La fonction g est définie sur [0 ; 1] par :

$$\begin{cases} g(o) = 0 \\ g(x) = \frac{-7}{8}x^2 + x - \frac{1}{4}x^2 \ln x \end{cases} \qquad \text{pour} \quad 0 < x \leq 1$$

a) Etudier la dérivabilité de g en 0.

b) Soit **g'** la dérivée de la fonction **g**.

Calculer g'(x) pour $x \neq 0$, puis vérifier que $g'(x) = x f(\frac{1}{x})$ pour $0 < x \leq 1$.

c) En déduire le signe de **g' (x)** lorsque x décrit] 0 ; 1]. Dresser le tableau de variation de la fonction g.

D.Dans cette partie, l'objectif est le tracé de la courbe représentative ($\mathcal{C}$) de la fonction g dans le plan muni d'un repère orthonormal ($O, \vec{i}, \vec{j}$). (Unité graphique 10 cm).

1. a) Montrer qu'une équation de la tangente (**d**) à la courbe ($\mathcal{C}$) de g en son point d'abscisse 0 est y = x.

Scanné avec CamScanner

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe ($\mathcal{C}$) et de la droite (**d**)

c) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}$) et de (**d**).

d) Soit α la fonction définie sur [0; $e^{\frac{-7}{2}}$] par α (x) = g (x) – x.

Etudier le sens de variation de fonction et en déduire que pour tout nombre réel x de l'intervalle [0; $e^{\frac{-7}{2}}$] on a : $0 \leq \alpha(x) \leq 5.10^{-5}$. Sachant que l'épaisseur d'un trait de crayon est de l'ordre du dixième de millimètre, est-il possible de distinguer, sur l'intervalle
[0; $e^{\frac{-7}{2}}$] la courbe ($\mathcal{C}$) de la droite (**d**) ?

2. Soit (Γ) la courbe représentative de la fonction β définie sur [0 ; 1]
par : β (x) = $\frac{-7}{8}x^2 + x$

a) Montrer que la droite (**d**) est la tangente à la courbe (Γ) en son point d'abscisse 0.

b) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}$) et de (Γ).

c) Tracer, sur un même graphique (**d**) ; (Γ) ; et (**d**).

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire,
Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juillet. 2000*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 : (5 points)

1. Ecrire en base deux, puis en base seize, l'entier naturel N = 6932.

2. a) Soit $(r_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique réelle de premier terme r_0 strictement positif et de raison $\frac{2}{3}$. Exprimer le terme général r_n en fonction de n et de r_0 .

b) Soit (θ_n) la suite arithmétique réelle de premier terme θ_0 ; $\theta_0 \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$ et de raison $\frac{2\pi}{3}$.

Exprimer le terme général en fonction de n et θ_0.

c) $\forall$ n $\in \mathbb{N}$, on pose : $Z_n = r_n e^{i\theta_n}$. Sachant que $Z_0, Z_1, Z_2 = 8$, déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes Z_0, Z_1, Z_2.

3. Dans le plan complexe (P) rapporté à un repère orthonormal direct d'unité graphique 3 cm, on appelle M_n le point d'affixe $Z_n = r_n e^{i\theta_n}$.

a) Placer dans (P) les points M_0 ; M_1 ; M_2 et M_3.

b) $\forall n \in \mathbb{N}$, calculer $\left\| M_n \vec{M}_{n+1} \right\|$ en fonction de n.

c) On pose $\mathbf{I_n} = \sum_{k=0}^{n} \left\| M_k \vec{M}_{k+1} \right\|$. Calculer $\mathbf{I_n}$ en fonction de n, puis déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{I_n}$.

4– a) Ecrire sous la forme trigonométrique ou exponentielle le nombre complexe

$$Z = \frac{(1+i\tan\theta)^2}{1+\tan^2\theta} \quad ; \quad \theta \in \mathbb{R} \text{ et } \theta \neq \frac{\pi}{2}[\pi]$$

b) Déterminer le module et un argument du nombre complexe :

$$Z = \frac{1-e^{\frac{i\pi}{3}}}{1+e^{\frac{i\pi}{3}}}$$

Scanné avec CamScanner

EXERCICE 2 : (5points)

1. soit un triangle ABC du plan, **I** le milieu du segment [BC] et D le barycentre des points (A ; –1) ; (B ; 2) ; (C ; 2)

a) Exprimer $\vec{AD}$ en fonction de $\vec{AI}$.

b) Déterminer l'ensemble **(E)** des points M du plan vérifiant l'égalité :

$$\left\| -\vec{MA} + 2\vec{MB} + 2\vec{MC} \right\| = \left\| \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} \right\|.$$

c) Justifier que (**E**) contient **I.**

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal **(O,** $\vec{u}, \vec{v}$ **)** direct d'unité graphique 2 cm. Dans cette question, A est le point d'affixe1, B le point d'affixe 2i et C le point d'affixe Z.

a) Que représente géométriquement $\left|\frac{Z-2i}{1-2i}\right|$ et arg $\left(\frac{Z-2i}{1-2i}\right)$?

b) Dans la suite, on suppose que le point C d'affixe Z est défini par :

BC = $\sqrt{\frac{2}{5}} \times BA$ et $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}) = \alpha$ où $\alpha \in]-\pi\ ;0]$ et $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$. Calculer $\sin\alpha$.

c) Démontrer que $\frac{Z-2i}{1-2i} = \frac{1-3i}{5}$. En déduire le complexe Z et vérifier que le triangle ABC est isocèle. On fera une figure.

PROBLEME : (10points)

Partie A

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur] –1 ; 1] par :

$$f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right).$$

($\mathcal{C}$) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

I- 1°) Prouver que la courbe ($\mathcal{C}$) admet deux asymptotes dont on donnera les équations.

2°) a) Déterminer f^{-1}.

b) Dresser le tableau de variation de f, puis tracer ($\mathcal{C}$).

3°) a) Par la technique de l'intégration par parties, calculer l'intégrale :

$$\mathbf{J_1} = \int_0^{\frac{1}{2}} f(t)dt$$

b) En déduire l'aire A de la portion du plan située dans le premier quadrant et limitée par ($\mathcal{C}$), l'axe des abscisses et la droite d'équation : x = $\frac{1}{2}$.

Scanné avec CamScanner

II. On considère la fonction g de R vers R définie sur l'intervalle [0 ; $\frac{\pi}{2}$[par :

g(x) = f (sinx) où f est la fonction définie ci-dessus.

1. a) Démontrer que g est une primitive sur [0 ; $\frac{\pi}{2}$[de la fonction h de R vers R définie sur [0 ; $\frac{\pi}{2}$[par : **h (x) =** $\frac{1}{\cos x}$.

b) Calculer l'intégrale $\mathbf{J_2} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos t} dt$. On donnera le résultat sous la forme $\mathbf{J_2} = \ln a$ où **a** est un réel strictement positif.

2. On considère la suite ($\mathbf{I_n}$) n ∈ ℕ définie par :

$\mathbf{I_0} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos t} dt$ et $\mathbf{J_n} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{(\sin t)^{2n}}{\cos t} dt$ pour n ≥ 1

Expliquer brièvement pourquoi $\mathbf{I_n} \geq 0$; ∀ n ∈ ℕ

3. On pose, pour tout entier naturel n,

$\mathbf{K_n} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{1}{4^n \cos t} - \frac{(\sin t)^{2n}}{\cos t} \right) dt$

a) Prouver que $\mathbf{K_n} \geq 0$; ∀ n ∈ ℕ.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n on a :

$0 \leq \mathbf{I_n} \leq \frac{\ln b}{c^n}$ où b et c sont deux réels à déterminer.

c) Déterminer la limite de la suite $(\mathbf{I_n})$ n ∈ ℕ.

Partie B

Pour tout entier naturel n, on considère la fonction $\mathbf{F_n}$ de **R** vers **R** définie sur l'intervalle [0 ; $\frac{\pi}{2}$ [par : $\mathbf{F_n}$ (t) = $\sin t + \frac{\sin^3 t}{3} + \frac{\sin^5 t}{5} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{\sin^{2n-1} t}{2n-1}$.

1. Soit **q** un réel et n ≥ 1.

a) Calculer en fonction de q et n la somme :

$\mathbf{T_n} = 1 + q + q^2 + q^3 + \ldots\ldots\ldots + q^{n-1}$.

Scanné avec CamScanner

b) En utilisant le résultat précédent, déterminer pour t ϵ [0 ; $\frac{\pi}{2}$ [, une expression simplifiée de la somme : $S_n(t) = 1 + \sin^2 t + \sin^4 t + \ldots\ldots\ldots\ldots + \sin^{2n-2} t$.

c) Soit F_n' la fonction dérivée de F_n. Calculer $F_n'(t)$.

On établira que pour tout réel **t** de [0 ; $\frac{\pi}{2}$ [on a : $F_n'(t) = \frac{1-\sin^{2n} t}{\cos t}$

d) Calculer $F_n(0)$.

2. **a)** Exprimer l'intégrale $L_n = \int_0^{\frac{\pi}{6}} F_n'(t)dt$ en fonction de J_2 et I_0. En déduire que :

$F_n(\frac{\pi}{6}) = \alpha\, g(\frac{\pi}{6}) + \beta\, I_n$ où **α** et β sont des constantes réelles à déterminer.

b) En déduire la limite de la suite (U_n) nε ℕ définie par :

$$U_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{3\times 2^3} + \frac{1}{5\times 2^7} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{(2n-1)\times 2^{2n-1}}.$$

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET– MTI – MTGC **SESSION** *Juillet. 2001*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 : (5 points)

1. Le système de numération est le système décimal.
   a) Déterminer l'entier naturel : N = P.G.C.D (17787 ; 689 ; 297)
   b) Résoudre l'équation : $\{(x ; y) \in \mathbb{Z}^2 : 13x - 84y = 7\}$
2. **a)** Déterminer tous les couples (a ; b) d'éléments de $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ tels que ;

$$\begin{cases} a \times b = \dot{0} \\ a - b = \dot{5} \end{cases}$$

   b) Résoudre dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 + \dot{3}x - \dot{4} = 0$
   c) Démontrer que, quel que soit l'entier naturel n, on a : $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0[17]$

3. On pose : $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x dx$ et $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x dx$. Calculer A+B et A–B puis A et B.

EXERCICE 2 : (5points)

1.a) Résoudre l'équation différentielle : 4 y '' – 16y ' + 17y = 0

b) Déterminer la solution particulière f telle que : $f(\frac{\pi}{2}) = e^{\pi}$ et $f''(\frac{\pi}{2}) = e^{\pi}$

2. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 4 et AC = 6, l'unité de longueur étant le centimètre.

a) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés (A,5) ; (B,–3) ; (C,2).
Calculer : GA^2 ; GB^2 ; GC^2.

b) Développer : $(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 ; (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 ; (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2$. Démontrer l'égalité :

$$5MA^2 - 3MB^2 + 2MC^2 = 4MG^2 - 48$$

c) Déterminer l'ensemble (£) des points M du plan vérifiant la relation :

$$5\,MA^2 - 3\,MB^2 + 2\,MC^2 = 24$$

Prouver que A ∈ (£).

PROBLEME : (10points)

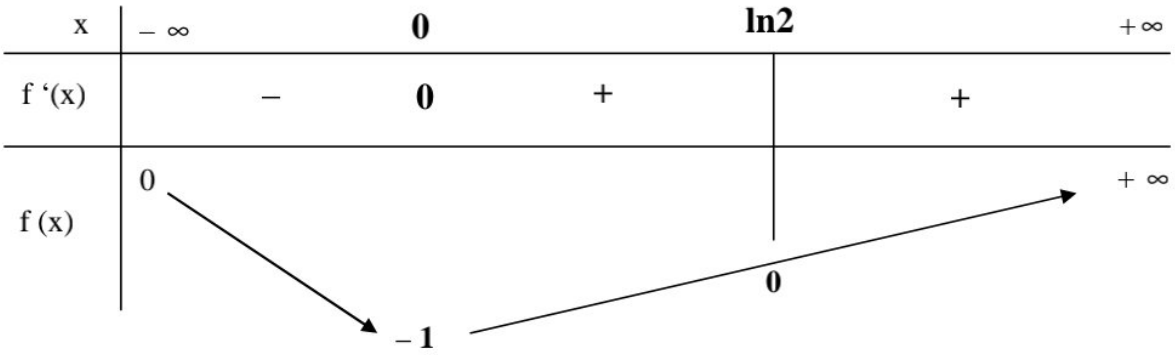
A

Soit la fonction f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$X \longrightarrow e^{2x} - 2e^x$

1. Vérifier que le tableau de variation de f est bien le suivant :

Scanné avec CamScanner



2. Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse – ln2.

3. Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}(x + \ln 2) + \frac{3}{4}$

a) Déterminer g ' (x) et g '' (x) pour tout réel x.
b) Du signe de g '' (x), déduire celui de g ' (x) puis celui de g (x).
c) Etudier la position de (C) par rapport à (T).

4. Tracer (T) et (C) dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

B

Pour tout entier naturel n, on note f_n la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f_n(x) = \frac{e^x}{(x+1)^n}$

et (C_n) la courbe représentative. Prouver que toutes courbes (C_n) passent par un même point fixe A dont on déterminera les coordonnées.

C

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie par :

$$h(x) = \frac{1}{e-1}e^x - x - \frac{1}{e-1}$$

On désigne par ($\mathcal{H}$) la représentation graphique de h dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O,i, j) d'unité graphique 2 cm.

1. a) Calculer h (0) ; h (1), h (2)
b) Dresser le tableau de variation de h
c) Prouver que la courbe ($\mathcal{H}$) admet une asymptote dont on précisera l'équation.
d) Utiliser les variations de h pour déterminer le signe de h (x) selon les valeurs de x.
2. Tracer la courbe ($\mathcal{H}$).
3. On considère la fonction numérique φ de la variable réelle x définie par :

$\varphi(x) = e^x - x - \frac{1}{2} - \frac{1}{e-1}$. On note (Γ) sa courbe représentative de φ dans le repère précédent.

a) Étudier le sens de variation de φ en précisant ses limites aux bornes de l'intervalle de définition.

b) Prouver que la courbe (Γ) admet une asymptote que l'on précisera.

c) Etudier les positions relatives des courbes ($\mathcal{H}$) et (Γ).

d) Tracer la courbe (Γ) sur le même graphique que la courbe ($\mathcal{H}$).

4. a) Etablir que, pour tout réel x: $\varphi(x) = \int_x^{x+1} h(t)dt$

b) Donner une interprétation géométrique de φ (0).

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET– MTI – MTGC **SESSION** *Juillet. 2002*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

EXERCICE 1 : **(6 points)**

1). Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes ci-dessous ; puis les écrire sous la forme trigonométrique $\rho\,(cos\theta + isin\theta)$ avec $\rho \in \mathbb{R}_+^*$, $\theta \in \mathbb{R}$.

$Z_1 = -2(\sin x + i\cos x)$; $Z_2 = -3e^{-\frac{2\pi}{3}i}$; $Z_3 = \dfrac{-\cos 2x + i\sin 2x}{2\cos 3x - 2i\sin 3x}$

2). Déterminer les suites d'entiers rationnels de raison 6 dont le produit des 4 premiers termes est 385.

3). Un lot à usage d'habitation a la forme d'un trapèze dont les deux bases mesures respectivement 30m et 21m ; les deux autres côtés mesurent 18m et 12m. Pour la clôture, le propriétaire a besoin des poteaux de support à égale distance mesurée en nombre entier de mètres pour un nombre minimum de poteaux, avec un poteau à chaque sommet.
a) Quelle est la distance entre deux poteaux ?
b) Déterminer le nombre de poteaux nécessaire à la clôture.

EXERCICE 2 : **(4points)**

1. Soit $\mathcal{P}$ le plan affine euclidien ; A, B, C et D quatre points de $\mathcal{P}$ deux à deux distincts.
a) Montrer que ABCD est un parallélogramme si seulement si D est le barycentre du système $\{(A,1):(B,-1);(C,1)\}$. Déterminer l'ensemble (**S**) des points M de $\mathcal{P}$ tels que :

$$\left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = BD\,.$$

b) On suppose maintenant que ABCD est un rectangle. Déterminer l'ensemble (Σ) des points M de $\mathcal{P}$ tels que : $MA^2 - MB^2 + MC^2 = BD^2$.

2. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle : y ''+4y' + 4y = 0. Trouver la solution particulière f dont la courbe représentative ($\mathcal{C}$) admet au point A (0 ; 1) une tangente parallèle à la droite d'équation : 3x + y –2 = 0.
Quelles sont les coordonnées de l'extremum de ($\mathcal{C}$) ?

Scanné avec CamScanner

PROBLÈME (10points)

Partie I

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x)=x\ln\left|1+\frac{1}{x}\right|$

1. Préciser l'ensemble de définition Df de f; étudier sa continuité et sa dérivabilité en énonçant le théorème utilisé.

2. a) Etudier la dérivabilité de f' fonction dérivée de f, et en déduire les variations de f'.

b). Soit F la restriction de f' à l'intervalle I =] –1 ; 0]. Démontrer que F est une bijection de I sur un intervalle à préciser. En déduire que dans I l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique notée α. On ne cherchera pas à calculer α, mais on montrera que $\alpha > \frac{-1}{2}$.

c) Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)$.

d) Des résultats précédents, déduire le signe de f' (x) pour x ε Df' et les variations de f.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de Df.

2. Soit h la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} h(x)=f(x) & si \quad x\neq 0 \\ h(0)=0 \end{cases}$

a) Démontrer que h est le prolongement par continuité de f en 0.

b) Etudier la dérivabilité de h en zéro.

Conclusion de la partie I : Donner le tableau de variation de f et construire sa courbe (C) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ en précisant l'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

Partie II

$\mathcal{P}$est le plan affine euclidien muni du repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Soit **S** la symétrie orthogonale par rapport à la droite Δ d'équation x = $\frac{-1}{2}$.

1. Soit C '= **S** (C) (image de C par **S**). Construire (C ') dans le même repère que (C).

Soit **g** la fonction admettant (C ') comme courbe représentative le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Vérifier que $g(x)=(x+1)\ln\left|\frac{x+1}{x}\right|$ et préciser Dg, ensemble de définition de g.

2. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=g(x)$.

Partie III

1) Justifier que $\forall$ n ∈ IN* f (n) ≺ 1 ≺ g (n). En déduire l'encadrement suivant de **e** :

$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \prec e \prec \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$. Préciser cet encadrement si n = 1.

Soit ℓ(n) = $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Démontrer que $\forall$ $n \in IN^*$ ℓ (n) est majoré par $\frac{2}{n}$.

2. Donner un rang à partir duquel l'encadrement ci-dessus de **e** permet d'obtenir une valeur approchée de e à 10^{-3} c'est-à-dire $\left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| \prec 10^{-3}$.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET– MTI – MTGC **SESSION** *Juin. 2003*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

EXERCICE 1 :…… (5 points)

1-/ Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs (α ; β) dans chacun des cas suivants :

a) $17\alpha - 19\beta = 2$ (0,5pt)
b) $17\alpha - 19\beta = -2$ (0,5pt)

2-/ Déterminer l'ensemble des entiers n tels que :

a) $n \equiv 0\ [17]$ *et* $n \equiv -2\ [19]$ (0,5pt)
b) $n \equiv 0\ [19]$ *et* $n \equiv -2\ [17]$ (0,5pt)

3-/ En déduire l'ensemble des entiers n tels que n^2+2n soit divisible par 323. (1pt)

4-/ P est le plan affine euclidien muni du repère orthonormé direct $(o\ ;\vec{u}\ ;\vec{v})$ et $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes.
On considère l'application affine $f : P \to P;\quad M(x;y) \mapsto M'(x';y')$ tel que :

$$\begin{cases} x' = x - y\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ y' = x\sqrt{3} + y - \sqrt{3} \end{cases}$$

a-/ Vérifier que *f* est bijective. (0,5pt)

b-/ Déterminer l'ensemble des points invariants par *f*. (0,5pt)

c-/ On désigne par Z et Z' les affixes respectives des points M et M'. Exprimer Z' en fonction de Z. en déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. (0,5pt)

EXERCICE 2 : ……(4 points)

1-/ On considère le système suivant, d'équations différentielles du 1er ordre :

$\begin{cases} y' + 4z = 2e^{2x} \\ z' - y = e^{2x} \end{cases}$ où y et z désignent deux fonctions inconnues de variables x.

Scanné avec CamScanner

a-/ Former l'équation différentielle du second ordre (E) à laquelle satisfait y(x). (0,5pt).

b-/ Intégrer l'équation (E) et en déduire la solution générale du système. (0,5pt)
Préciser la solution particulière pour laquelle on a : y=1 et z= –1 pour x=0. (0,5pt)

2-/ On considère la suite complexe (W_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $W_n = \left(1+\frac{1}{nz}\right)^n$ où z est un complexe non nul tel que z = x + iy.

a-/ Calculer $\ln|W_n|$ et montrer que : $\ln|W_n| = \frac{n}{2}\ln\left(1+\frac{1+2nx}{n^2(x^2+y^2)}\right)$ (1pt)

b-/ On pose $\alpha_n = \frac{1+2nx}{n^2(x^2+y^2)}$

- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha_n$ *puis* $\lim\limits_{n\to+\infty} n\alpha_n$ (1pt)

- Vérifier que $\ln|W_n| = \frac{n}{2}\alpha_n \frac{\ln(1+\alpha_n)}{\alpha_n}$. (0,5pt)

En déduire pour z complexe de module 1 : $\lim\limits_{n\to+\infty}\ln|W_n|$ *puis* $\lim\limits_{n\to+\infty}|W_n|$. (1pt)

PROBLÈME: ……(10 points)

I-/

Pour tout réel k strictement positif, on considère la fonction f_k définie sur [0 ;+∞[par : $f_k(x) = \ln(e^x + kx) - x$. Soit ($C_k$) la courbe représentant les variations de f_k dans le plan muni d'un repère orthogonal, d'unités (5cm sur l'axe des abscisses et 10cm sur l'axe des ordonnées).

On considère la fonction g définie sur [0 ;+∞[par $g(x) = \ln(1+x) - x$.

1-/ Etudier le sens de variation de g. (0,5pt)

2-/ En déduire que pour tout réel α positif ou nul, ln(1+ α) ≤ a. (0,5pt)

II-/

1-/ Calculer $f_1'(x)$ pour tout réel x appartenant à [0 ;+∞[et en déduire le sens de variation de la fonction f_1 . (1pt)

2-/ Montrer que pour tout réel x appartenant à [0 ;+∞[, $f_1(x) = \ln(1+\frac{x}{e^x})$.

En déduire la limite de f_1 en +∞. (0,5pt)

3-/ Dresser la tableau de variation de f_1. (0,5pt)

Scanné avec CamScanner

III-/

1-/ Calculer $f_k'(x)$ pour tout x appartenant à [0 ;+∞[et en déduire le sens de variation de la fonction f_k . (1pt)

2-/ Montrer que pour tout réel x appartenant à [0 ;+∞[$f_k(x) = \ln(1 + k\frac{x}{e^x})$

En déduire la limite de f_k en +∞.(1pt)

3-/ a-/ Dresser la tableau de variation de f_k . (0,5pt)

b-/ Montrer que pour tout réel x appartenant à [0 ;+∞[, on a $f_k(x) \leq \frac{k}{2}$. (0,5pt)

4-/ Déterminer une équation de la tangente T_k à (C_k)

5-/ Soit *p* et *m* deux réel strictement positifs tels que $p < m$. Etudier la position relative de (C_p) et (C_m). (0,5pt)

6-/ Tracer les courbes (C_1) et (C_2) ainsi que leurs tangentes respectives T_1 et T_2 en 0 dans le repère orthogonal du plan. (1,5pt)

IV-/

Soit λ un réel strictement positif, on note A(λ) l'aire en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe (C_k) et les droites d'équations x = 0 et x = λ.

1-/ Sans calculer A(λ), montrer que $A(\lambda) \leq \int_0^{\lambda} kxe^{-x}dx$

(on pourra utiliser les résultats de la question préliminaire I-/). (0,5pt)

2-/ Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale : $\int_0^{\lambda} kxe^{-x}dx$. (0,5pt)

3-/ On admet que A(λ) a une limite en + ∞. Montrer que $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) \leq k$.

Interpréter graphiquement ce résultat. (0,5pt)

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET– MTI – MTGC **SESSION** *Juillet 2004*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

EXERCICE 1 : (4 points)

Soit A et B deux points distincts du plan affine euclidien $\mathcal{P}$ et G le barycentre du système {(A,-2);(B,1)}.

1) Démontrer que A est le milieu du segment [GB].

2) Montrer que l'ensemble (Γ) des points M du plan $\mathcal{P}$ vérifiant $\frac{MA}{MB} = \sqrt{2}$ est le cercle de centre G et de rayon r que l'on déterminera en fonction de AB.

3) Soit C un point de (Γ) et $(\mathcal{D})$ l'ensemble des points M du plan tels que :

$$-2\,MB^2 + MB^2 + MC^2 = 0$$

Montrer que le point C appartient à $(\mathcal{D})$.

4) Calculer $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{CG}$ et en déduire l'ensemble (D).

5) Démontrer que $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{\pi}{4}$

EXERCICE 2 : (5points)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation d'inconnue (p,q) : $11p - 7q = 1$

b) La division euclidienne d'un entier naturel n par 7 donne pour reste 4 ; le même entier divisé par 11 donne pour reste 3. Quel sera son reste dans la division par 77 ?

c) Déterminer les valeurs de l'entier naturel n inférieures à 200.

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle d'inconnue f :

$$x^2 f'(x) + 2xf(x) - 1 = 0$$

b) Soit l'équation (E) : $x^2 f'(x) - 2xf(x) + f^2(x) = 0$. On pose : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Montrer que l'équation (E) est équivalente à : $x^2 g'(x) + 2x\,g(x) = 1$.

Déduisez-en la résolution de l'équation (E).

3) Soit (U_n) une suite arithmétique croissante d'entiers naturels.

a)- Sachant que $U_1 + U_2 + U_3 = 105$; calculer U_2.

b)- On désigne par m et d respectivement le *PPCM* et le *PGCD* de U_1 et U_3 ;

Sachant que $\frac{m}{d} = 12$; déterminer U_1 et U_3.

c)- En déduire l'expression de U_n en fonction de n.

Calculer $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots + U_n$ en fonction de n.

Déterminer n pour que S_n soit égale à 525.

Scanné avec CamScanner

PROBLEME : (11points) Les Parties A et B du problème sont indépendantes

Partie A :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ direct. On désigne par f l'application du plan qui à tout point M distinct de O et d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{5}{\bar{z}}$ où $\bar{z}$ est le conjugué de z.

1) Déterminer l'affixe du point A' image par f du point A d'affixe 1+ i.
Vérifier que les points O, A et A' sont alignés.

2) Montrer que pour tout point M distinct de O, les points O, M et M' sont alignés.

3) Trouver l'ensemble (Γ) des points invariants par f.

4) a) Soit $z \neq 0$, montrer que si $|z-(1+i)| = \sqrt{2}$ alors $\left|\frac{5}{1-i} - \frac{5}{\bar{z}}\right| = \left|\frac{5}{z}\right|$

b) En déduire que si M est un autre point autre que O du cercle (C) de centre A passant par O, alors son image M' par f appartient à une autre droite (D) que l'on déterminera.

c) Montrer que tout points de (D) est l'image par f d'un point de (C) – {O} par f.

d) Tracer (Γ), (D) et (C) dans le même repère.

e) En déduire l'image (C) – {O} par f.

Partie B : n est un entier naturel non nul, on considère la fonction f_n définie sur [0 ; + ∞[par $f_n(x) = \frac{x-n}{x+n} - e^{-x}$

1– a) Etudier les variations de f_1 puis donner une équation de la tangente (T) à sa courbe (C_1) au point d'abscisse 0.

b) Tracer (C_1) et (T) dans le même repère (unité 3 cm)

c) Exprimer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (T), (C_1) et la droite d'équation x = 1.

2– Montrer que f_1 réalise une bijection de [0 ; + ∞[vers un intervalle J que l'on précisera. Construire sur le même repère que (C_1) la courbe (C'_1) de la bijection réciproque f_1^{-1}.

3– a) Calculer $f_n'(x)$ et donner son signe sur [0 ; + ∞[. Préciser $f_n'(0)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.
Donner le tableau de variation de f_n .

b) Calculer $f_n(n)$; quel est son signe ?

c) Démontrer par récurrence que, pour tout n élément de ℕ, $e^{n+1} > 2n+1$,
en déduire le signe de $f_n(n+1)$.

d) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet une solution unique sur [n ; n+1] .
Cette solution est notée Un.

e) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{U_n}{n}$.

f) En remarquant que pour tout x ε [0 ; + ∞[$\frac{x-n}{x+n} = 1 - \frac{2n}{x+n}$. Montrer que la valeur moyenne M_n de f_n sur [0 ; U_n] est égale à : $1 - \frac{1}{U_n} + \frac{e^{-U_n}}{U_n} - 2\left(\frac{n}{U_n}\right)\ln\left(\frac{U_n}{n}+1\right)$.

En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} M_n$.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique

C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET– MTI – MTGC **SESSION** *Juin. 2005*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

EXERCICE 1 : (6 points)

1°) a) Déterminer sous forme algébrique les racines sixième de l'unité, c'est-à-dire trouver les nombres complexes u tels que $u^6 = 1$.

b) Calculer $(1-i)^6$

c) En utilisant les questions a) et b) donner la forme algébrique des solutions de l'équation d'inconnue z : $8z^6 + i = 0$

2°) a) Démontrer par récurrence que $\forall$ n ε $\mathbb{N}$, $5^{3n} - 3^{3n}$ est divisible par 49.

b) En déduire que si l'entier n n'est pas multiple de 3 alors $5^{2n} + 15^n + 3^{2n}$ est divisible par 49.

3°) Soient A, B, et C trois points non alignés d'un plan $\mathcal{P}$ et α un nombre réel.

A tout point M de $\mathcal{P}$ n associe par l'application f_α le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = (2-\alpha)\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + (1+2\alpha)\overrightarrow{MC}.$$

Préciser, suivant les valeurs de α la nature et les éléments caractéristiques de l'application f_α.

EXERCICE 2 : (4 points)

1) Soit (U_n) la suite numérique définie par $U_0 = 0$ et pour $n \geq 1$

$U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n}$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n : $\frac{1}{n} \leq \ln(n+1) - \ln(n) \leq \frac{1}{n}$.

(on pourra appliquer l'inégalité des accroissements finis à la fonction qui à x associe lnx sur l'intervalle [n ;n+1].)

b) En déduire que pour tout entier naturel non nul n on a : $U_n \geq \ln(n+1)$ puis calculer la limite de (U_n) quand n tend vers $+\infty$.

2) Le plan affine euclidien $\mathcal{P}$ est muni d'un repère orthonormé et $\mathbb{C}$ est le corps des nombres complexes. A tout M (x ;y) d'affixe z l'application f associe le point M' (x' ;y') d'affixe z' tel que :

$$\begin{cases} x' = x - y - 1 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$$

Exprimer z' en fonction de z puis donner la nature et les éléments caractéristiques de f.

Scanné avec CamScanner

PROBLEME: (10points)

A) On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f(x)=\frac{1}{2}[\ln x-\ln(1-x)]$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ (Unité graphique 5 cm).

1°) a) Déterminer l'ensemble de définition de f puis calculer les limites de $f(x)$ aux bornes de cet ensemble. En déduire les équations des droites asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$.

b) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

2°) a) Montrer que le point A ($\frac{1}{2}$; 0) est centre de symétrie de $(\mathcal{C})$.

b) Déterminer une équation de la tangente $(\mathcal{D})$ à $(\mathcal{C})$ au point A.

c) On pose : $\varphi(x)= f(x)-2x+1$. Étudier les variations de φ puis déduire les positions relatives de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$.

3°) Tracer ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{D}$) dans le repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$

B)

1°) On considère la fonction *h* définie sur] 0 ; 1[par *h* (x) = $f(x)-$ x

a) En utilisant les variations de la fonction h, démontrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique que l'on notera α dans] 0 ; 1[.

b) Montrer que 0,8 $\leq \alpha \leq$ 0,9.

2°) On appelle S la réflexion d'axe Δ : y = x et ($\mathcal{C}$') l'image de ($\mathcal{C}$) par S.

a) Démontrer q'un point M (x ; y) $\in$ ($\mathcal{C}$') si et seulement si x $\in$] 0 ; 1[et

$$2x = \ln\left(\frac{y}{1-y}\right).$$

En déduire que ($\mathcal{C}$') est la représentation graphique de la fonction g définie

$$\text{par : } g(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}.$$

b) Tracer Δ et ($\mathcal{C}$') dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$ de la partie A)

c) Montrer que le réel α est l'unique solution de l'équation g (x) = x.

C)

1°) On appelle **I** l'intervalle] 0,8 ; 0,9 [

a) Calculer g' (x) et g'' (x)

b) Montrer que pour tout réel x de **I**, g (x) est aussi élément de **I** et que : $0\leq$ g' (x) $\leq 0{,}3$.

c) En déduire que pour tout x élément de **I** on a : $|g(x)-\alpha| \leq 0{,}3|x-\alpha|$.

2°) On considère la suite (U_n) d'élément de **I**, définie par U_0 = 0,8 et pour tout entier naturel n U_{n+1} = g (U_n).

a) Montrer que pour tout entier naturel n, $|U_n-\alpha| \leq 0{,}1\ (0{,}3)^n$. Puis $|U_n-\alpha| \leq 0{,}1(0{,}3)^n$

b) Déterminer un entier p tel que U_p soit une valeur approchée de α à 10^{-4} près. Donner une valeur approchée de U_p à 10^{-4}.

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET **SESSION** *Juin. 2006*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

EXERCICE 1 : ……(4,5 points)

1-/ Calculer les intégrales suivantes :

a-/ $\int_{-1}^{0} \frac{x^2-1}{2x-1}dx$ (On pourra mettre $\frac{x^2-1}{2x-1}$ sous la forme ax + b + $\frac{c}{2x-1}$ où a ; b ; et c sont trois réels que l'on déterminera) (0,5pt)

b-/ $\int_{0}^{1} x^3\sqrt{1+x}\ dx$ (On pourra utiliser le changement de variable u = x+1) (0,5 pt)

2-/ a-/ Décomposer les nombres 450 et 320 en produit de facteurs premiers (0,5 pt)

b-/ Quel est le PGCD de 450 et de 320. (0,5 pt)

c-/ Une pièce rectangulaire a pour dimension 4,5m et 3,2m. On souhaite carreler cette pièce avec un nombre entier de dalles carrées, sans aucune découpe. Quel est le plus grand côté possible (en cm) de la dalle carrée ? (1pt).

3-/ Dans le plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé on désigne par $(\mathcal{H})$ l'ellipse d'équation : $4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$.
Donner l'équation réduite de $(\mathcal{H})$ et préciser son centre, ses sommets et ses foyers.(1,5 pt).

EXERCICE 2 :…….(4 points)

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation

(F) : $z^4 - 2z^3(1+\sqrt{3}) + 2z^2(3+2\sqrt{3}) - 4z(2+\sqrt{3}) + 8 = 0$.

a-/ Démontrer que si le complexe z_0 est une solution de **(F)** alors il en est de même pour son conjugué $\overline{Z_0}$ (c'est-à-dire $\overline{Z_0}$ est aussi une solution de **(F)**). (0,5pt)

b-/ Vérifier que le complexe $z_0 = 1 + i$ est une solution de l'équation **(F)**.
En déduire une seconde solution z_1 de l'équation.(1 pt)

c-/ Déterminer les deux autres solutions z_2 et z_3 de l'équation **(F)**. (1 pt)

d-/ Représenter dans le plan complexe les points images des quatre solutions de l'équation (F). (Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'unité graphique 1cm). (0,5 pt).

e-/ Déterminer la nature du quadrilatère ainsi obtenu puis calculer en cm2 l'aire de sa surface. (1 pt)

Scanné avec CamScanner

Problème :…… (11,5 points)

Les parties I et II du problème sont indépendantes

Partie I

P est le plan affine euclidien rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ direct. f et g sont les applications affines de P qui associent à tout point $M(x\ ;y)$ le point $M'(x'\ ;\ y')$ telles que $f:\begin{cases}x'=2x+1\\y'=2y+1\end{cases}$ et $g:\begin{cases}x'=x+2\\y'=y-1\end{cases}$

1-/ Pour chacune des applications f et g :

a-/ Déterminer l'ensemble des points invariants, préciser celles qui sont bijectives. (1pt)

b-/ Préciser la nature et les éléments caractéristiques de chacune d'elles (1pt).

2-/ Déterminer analytiquement la réflexion d'axe Δ d'équation : $y=x$. (0,5pt)

Partie II

A-/ Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie pour tout x ≠1 par :

$$f(x)=\frac{e^{-x}}{2(1-x)}$$

On appelle (**Γ**) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (on ne demande pas de représenter (**Γ**)).

1-/ a-/ Etudier les limites de f en + ∞ et en 1. Interpréter graphiquement ces résultats.(1pt)

b-/ Vérifier que pour x ≠1,f(x) peut s'écrire : $f(x)=\frac{e^{-x}}{-x}\times\frac{x}{2(x-1)}$.

En déduire la limite de f(x) lorsque x tend vers – ∞. (0,75pt)

2-/ a-/ Montrer que $f'(x)=\frac{xe^{-x}}{2(1-x)^2}$. (0,5pt)

b-/ Etudier les variations de f. (0,5pt)

c-/ Montrer que f admet un minimum que l'on précisera sur]- ∞ ; 1[. (0,5pt)

B-/ On considère l'équation différentielle (E) : y'' + 2y' + y = 0, où y est une fonction deux fois dérivable sur ℝ.

1-/ Résoudre (E) . (0,5pt)

Scanné avec CamScanner

2-/ On considère les solutions de (E) dont la courbe représentative passe par le point A(0 ; $\frac{1}{2}$).

a-/ Montrer que ces solutions s'écrivent sous la forme $(ax+\frac{1}{2})e^{-x}$.

On note $h_a(x)=(ax+\frac{1}{2})e^{-x}$ où a est un réel. (0,5pt)

b-/ Etudier le sens de variation de h_a selon les valeurs de a et montrer que pour tout réel a ≠0, h_a admet un extremum pour une valeur de x que l'on déterminera en fonction de a. (1,25pt)

c-/ On note $\mathcal{C}_a$ la courbe représentative de h_a et $\mathbf{S}_a$ le point de $\mathcal{C}_a$ correspondant à l'extremum de h_a ; vérifier que pour tout réel a ≠0, $\mathbf{S}_a$ est un point de la courbe (**Γ**) de la partie **A-/** (0,5pt).

3-/ Construire dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité 4cm) les courbes $\mathcal{C}_a$ pour les valeurs suivantes de a : $\frac{1}{4}; -2; 0; 1 \text{ et } 2$. (2pts)

4-/ Soit λ un réel supérieur à –2 ; on appelle $\mathcal{D}_\lambda$ l'ensemble des points M du plan limité par l'axe des abscisses, la courbe $C_{\frac{1}{4}}$ et la droite d'équation $x=\lambda$.

a-/ Exprimer $I=\int_{-2}^{\lambda} h_{\frac{1}{4}}(t)dt$ en fonction de λ; on pourra utiliser une intégration par parties
ou se servir de l'équation différentielle (E). (0,5pt)

b-/ Soit A (λ) la mesure de l'aire de $\mathcal{D}_\lambda$; quelle est la limite de A (λ) quand λ tend vers +∞. (0,5pt).

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES MTI – MTGC **SESSION** *Juin. 2006*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

EXERCICE 1 : ……(5 points)

1-/ Calculer les intégrales suivantes :

a-/ $\int_{-1}^{0} \frac{x^2-1}{2x-1}dx$ (On pourra mettre $\frac{x^2-1}{2x-1}$ sous la forme ax + b + $\frac{c}{2x-1}$ où a ; b ; et c sont trois réels que l'on déterminera) (0,5pt)

b-/ $\int_{0}^{1} x^3\sqrt{1+x}\ dx$ (On pourra utiliser le changement de variable u = x+1) (0,5 pt)

2-/ a-/ Résoudre dans l'équation : 23x – 17y = 6. (0,5 pt)

b-/ Déduire de l'étude précédente les entiers naturels A inférieurs à 1000 tels que dans la division euclidienne de A par 23, le reste soit 2 et dans celle de A par 17, le reste soit 8. (1 pt)

3-/ $\mathcal{P}$ est le plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé. On considère l'application affine f définie analytiquement par : $f : M(x;y) \mapsto M'(x';y')$ telles que

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y - \sqrt{3} \end{cases}$$

a-/ Vérifier que f est bijective. (0,5pt)

b-/ Déterminer l'ensemble des points invariants par f. (0,5pt)

c-/ f est-elle une isométrie ? Justifier votre réponse. (1pt).

EXERCICE 2 :…….(4 points)

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation

(F) : $z^4 - 2z^3(1+\sqrt{3}) + 2z^2(3+2\sqrt{3}) - 4z(2+\sqrt{3}) + 8 = 0$.

a-/ Démontrer que si le complexe z_0 est une solution de **(F)** alors il en est de même pour son conjugué $\overline{z_0}$ (c'est-à-dire $\overline{z_0}$ est aussi une solution de **(F)**). (0,5pt)

b-/ Vérifier que le complexe $z_0 = 1 + i$ est une solution de l'équation **(F)**. En déduire une seconde solution z_1 de l'équation.(1 pt)

c-/ Déterminer les deux autres solutions z_2 et z_3 de l'équation **(F)**. (1 pt)

d-/ Représenter dans le plan complexe les points images des quatre solutions de l'équation (F). (Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'unité graphique 1cm). (0,5 pt).

e-/ Déterminer la nature du quadrilatère ainsi obtenu puis calculer en cm2 l'aire de sa surface. (1 pt)

Scanné avec CamScanner

Problème :…… (11 points)

Partie A

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie sur]0 ; +∞[par :

$$f(x) = \ln(-1 + \sqrt{1+x})$$

1-/ Calculer les limites de f en 0 et en +∞. (0,5pt)

2-/ Etudier les variations de f sur]0 ; +∞[. (1pt)

3-/ Soit $(\mathcal{C})$ la courbe représentant les variations de f dans le plan muni du repère orthonormé $(O;\ \vec{e_1};\ \vec{e_2})$ et A le point de $(\mathcal{C})$ d'abscisse 3.

Calculer l'ordonnée de A. Soit B le point de $(\mathcal{C})$ d'abscisse $\frac{5}{4}$; P le projeté orthogonal de B sur l'axe $(O;\vec{e_1})$ et H le projeté orthogonal de B sur $(O;\vec{e_2})$.

Déterminer les coordonnées des points B ; P et H.

Placer les points A, B, et H puis tracer la courbe $(\mathcal{C})$ dans $(O;\ \vec{e_1};\ \vec{e_2})$. (2pts)

Partie B

Soit **r** la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. A tout point M d'affixe z, la rotation **r** associe le point M' d'affixe z'.

1-/ a-/ Exprimer z' en fonction de z. (1pt)

On note $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$; $(x ; y ; x' ; y') \in \mathbb{R}^4$. Exprimer x' et y' en fonction de x et y puis x et y en fonction de x' et y'. (1pt)

b-/ Déterminer les coordonnées des points A', B' et P' images respectives des points A, B et P par la rotation **r**. (1pt)

2-/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{-2x} + 2e^{-x}$ et (Γ) la courbe représentant les variations de g dans le repère $(O;\ \vec{e_1};\ \vec{e_2})$.

a-/ Montrer que si M ∈ $(\mathcal{C})$, son image M' par **r** appartient à (Γ). (1pt)

b-/ Tracer sur le graphique précédent la courbe (Γ) et les points A' ; B' et P'. (1pt)

Partie C

1-/ Calculer $\int_0^{2\ln 2} g(x)dx$. Interpréter graphiquement cette intégrale. (1pt)

2-/ a-/ Déterminer en unité d'aire (u.a), l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par [AO], [OH] et [HB] et l'arc de courbe $(\mathcal{C})$ d'extrémités B et A. (1pt)

b-/ Soit $I = \int_{\frac{5}{4}}^{3} \ln\left(-1+\sqrt{1+x}\right)dx$. Trouver une relation entre $\mathcal{A}$ et **I** puis en déduire la valeur de l'intégrale **I**. (0,5pt).

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique

C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* BAC

SERIES SET– MTI – MTGC **SESSION** *Juin. 2007*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

Exercice 1 :---------- [4,5 points]

1°/ On appelle nombre triangulaire tout entier naturel qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a^2+a}{2}$ avec a un entier naturel non nul.

a.) Démontrer que si n est la somme de deux nombres triangulaires, alors $4n + 1$ est la somme de deux carrés. *(1pt)*

b.) On pose $n = 3$; $4n + 1$ est-il la somme de deux carrés d'entiers ?
Etudier la réciproque de la propriété **a.)** *(1pt)*

2°/ Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, (unité graphique 4 cm) on considère la courbe $(\mathcal{C})$ d'équation $y^2 = x^2(1 - x^2)$.

a.) Préciser les éléments de symétrie de $(\mathcal{C})$ *(1pt)*

b.) Construire $(\mathcal{C})$ dans le plan muni du repère orthonormé. $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. *(1,5 pt)*

Exercice 2 : ---------- [*5,5 points*]

1°/ Soit f l'application affine du plan $\mathcal{P}$ dans lui-même définie par son expression analytique :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + 1 \\ y' = \frac{1}{2}y - 2 \end{cases}$$

a.) Montrez que f admet un seul point invariant J. *(0,5pt)*

b.) Montrez que $\overrightarrow{JM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JM}$ où M' = f(M).
En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. *(1pt)*

c.) Déterminer le centre et le rayon du cercle $\mathcal{C}'$ image du cercle $\mathcal{C}$ d'équation :
$x^2 + y^2 - 2y = 0$ par f. *(1pt)*

TSVP 🕮

Scanné avec CamScanner

2°/ On considère l'équation différentielle (E): $y'' - 3y' + 2y = 8x^2 - 24x$.

a.) Déterminer les réels *a, b* et *c* pour que la fonction numérique *g* définie par $g(x) = ax^2 + bx + c$ soit solution de l'équation (E) dans $\mathbb{R}$ *(1,5pt)*

b.) Résoudre l'équation $y'' - 3y' + 2y = 0$; puis en déduire les solutions de l'équation (E) *(1,5pt)*

Problème : ---------- **[*10 points*]**

A-//

Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = x^2 + \ln x$$

1°/ a.) Justifier l'existence d'un réel unique α compris entre 0,5 et 1 tel que

$$f(\alpha) = 0 \text{ } (1,5pt)$$

b.) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x *(1 pt)*

2°/ Soit la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + (\ln x)^2$

Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'(x) = \frac{2}{x} f(x)$. En déduire le tableau de variation de g *(1,5pt)*

B-//

1°/ Montrer que le réel α défini dans la partie **A-// 1°/ a.)** est solution de l'équation $h(x) = x$, où h est la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$h(x) = x - \frac{1}{4}(x^2 + \ln x). \text{ } (1pt)$$

2°/ a.) Calculer $h'(x)$ et étudier son signe sur $\left[\frac{1}{2} ; 1\right]$ *(0,5pt)*

b.) Prouver que $h\left(\left[\frac{1}{2} ; 1\right]\right) \subset \left[\frac{1}{2} ; 1\right]$ *(0,5pt)*

c.) Calculer $h''(x)$ et étudier son signe sur $\left[\frac{1}{2} ; 1\right]$. *(0,5pt)*

TSVP 🕮

Scanné avec CamScanner

d.) En déduire que, $\forall x \in [\frac{1}{2} ; 1]$ on a $0 \leq h'(x) \leq 0{,}3$. *(0,5pt)*

3°/ On définit la suite (U_n) par $U_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = h(U_n)$.

a.) Montrer que, pour tout entier naturel, $\frac{1}{2} \leq U_n \leq 1$, et que la suite (U_n) est décroissante.
(1 pt)

b.) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, montrer que l'on a,

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ , } | u_{n+1} - \alpha | \leq (0{,}3) \times | U_n - \alpha | \text{ puis que } | u_n - \alpha | \leq \frac{1}{2}(0{,}3)^n.$$

c.) En déduire que la suite (U_n) converge vers α . *(0,5pt)*

d.) Déterminer un entier n_0 tel que U_{n_0} soit une valeur approchée de α à 10^{-5} près et indiquer la valeur de U_{n_0} donnée par la calculatrice. (avec 5 décimales). *(0,5pt)*

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET– MTI – MTGC **SESSION** *Juin. 2008*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4 heures* **COEF:** *5*

Exercice1 (5 points)

On considère l'entier naturel A qui s'écrit $\overline{1x416}$ dans le système de numération de base sept.

1°/ Déterminer x pour que :
a) **A** soit divisible par six (*1pt*)

b) **A** soit divisible par cinq ; (*1 pt*)

c) En déduire qu'il existe x tel que **A** soit divisible par trente (*1pt*)

2°/ On donne à x la valeur zéro, déterminer l'écriture décimale de **A**. Dans ce cas quel est le nombre de diviseurs positifs de **A** ? Quel est l'ensemble des diviseurs positifs de **A** qui sont premiers avec trois ? (*2pts*)

Exercice2 (5 points)

On considère le nombre complexe $u = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$ ($i^2 = -1$)

1°/ a) Calculer u^2 et u^4 (*1,5pt*)

b) Calculer le module et un argument de u^4, en déduire le module et un argument de u. (*1,5pt*)

2°/ Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé. A tout M de coordonnées (x, y) du plan, on associe son affixe $Z = x + iy$.
Déterminer l'ensemble des points M du plan pour lesquels le module du produit $u \times Z$ égal à 8 (*2pts*)

TSVP

Scanné avec CamScanner

Problème.....(10 points)

1°/ Soit P le polynôme tel que $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5$.

Vérifier que $P(x) = (x - 1)(3x^2 + 5x + 5)$, puis étudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x. (*1pt*)

2°/ Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = x^3 + x^2 - 2 - 5lnx$. Étudier les variations de g et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. (*1pt*).

3°/ Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par: $f(x) = x^2 + 2x + \dfrac{14+10\ln x}{x}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et calculer les limites de f aux bornes de D_f (*1pt*)

b) On désigne par ($\mathcal{C}$) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ avec 5 cm en abscisse et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées. Etudier les branches infinies de ($\mathcal{C}$) (*1pt*)

c) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation (*1pt*).

d) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans [0,2 ; 0,5] et donner une valeur approchée à 10^{-1} de α (*1pt*)

e) Tracer ($\mathcal{C}$) dans l'intervalle [–1 ; 2]

f) Calculer $f(x) - (x^2 + 2)$ (*0,5pt*)

i.) Calculer la limite en $+\infty$ de $f(x) - (x^2 + 2x)$ (*0,5pt*)

ii.) Etudier le signe de $f(x) - (x^2 + 2x)$ (*0,5pt*)

iii) Donner une interprétation graphique des résultats de i) et ii) (*0,5pt*)

g) On désigne par $\mathcal{P}$ la parabole d'équation $y = x^2 + 2x$

Tracer $\mathcal{P}$ dans le même repère que ($\mathcal{C}$) (*1pt*)

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation, de l'Alphabétisation et des Langues Nationales

Centre National des Examens et Concours de l'Éducation

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC 2009**

SÉRIES : *SET- MTI - MTGC* **SESSION :** *Juin 2009*

ÉPREUVE DE : *MATHÉMATIQUES* **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

Exercice 1 ---------- [*3 points*]

1°/ z étant un nombre complexe, on considère l'équation (E) : $z^4 = -7 + 4i\sqrt{2}$.

a.) Vérifier que $u = \sqrt{2} + i$ est une solution de (E). *(0,5pt)*

b.) Déterminer sous forme algébrique les racines quatrièmes de l'unité. En déduire dans l'ensemble **C** des nombres complexes toutes les solutions de (E) sous forme algébrique. (*1pt*)

2°/ Soit ABCD un carré du plan.

a.) Écrire A comme barycentre des points B, C et D (On précisera les coefficients) (*0,5pt*)

b.) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}^2 = 0 \qquad (1pt)$$

Exercice 2 ---------- [*5,5 points*]

1°/ On considère la suite (U_n) définie par, $\forall n \in \mathbb{N}$: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 2n + 3 \end{cases}$

a.) Préciser le sens de variation de la suite (U_n). *(0,5pt)*

b.) Démontrer que pour tout entier naturel n, $U_n > n^2$; en déduire la limite de la suite (U_n). *(1pt)*

c.) Conjecturer une expression de U_n en fonction de n puis démontrer la propriété ainsi conjecturée. *(1pt)*

TSVP ☛

Scanné avec CamScanner

2°/ Démontrer par récurrence les propriétés suivantes :

a.) $(n+1)! \geq \sum_{i=1}^{n} i!$ *(1pt)* ; **b.)** $\sum_{i=1}^{n} i \times i! = (n+1)! - 1$ *(1pt)*

NB $n!$ désigne factorielle n

3°/ Un ouvrier dispose d'une plaque de métal rectangulaire de 110cm de longueur sur 88cm de largeur. Il veut découper dans cette plaque des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte.

a.) Déterminer la longueur du côté du carré qui convient. *(0,5pt)*

b.) Déterminer le nombre de carrés qu'il pourra découper dans la plaque de métal. *(0,5pt)*

Problème ---------- [*11,5 points*]

A-//

Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = e^{-x} \ln x$$

1°/ Déterminer la fonction dérivée de f et vérifier que $f'(x)$ a même signe que $g(x) = -\ln x + \frac{1}{x}$ *(0,75pt)*

2°/ a). Étudier les variations de g et montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α comprise entre $\frac{3}{2}$ et 2. *(1pt)*

b). Quel est le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles : $]0 ; \alpha[$ et $]\alpha ; +\infty[$ *(0,5pt)*

3°/ Vérifier que $f(\alpha) = \frac{e^{-\alpha}}{\alpha}$ et déduire de l'inégalité $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ un encadrement de $f(\alpha)$ *(0,75pt)*

4°/ Achever l'étude de la fonction f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ *(1pt)*

B-//

1°/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ est équivalente à l'équation $h(x) = x$ où h est la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $h(x) = e^{\frac{1}{x}}$ *(0,5pt)*

2°/ a.) Calculer $h'(x)$ et vérifier que $\forall x \in [\frac{3}{2} ; 2]$ on a : $-\frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}} \leq h'(x) \leq -\frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}}$

Scanné avec CamScanner

En déduire qu'il existe un réel $k \in [0 ; 1]$ tel que $\forall x \in [\frac{3}{2} ; 2]$, $|h'(x)| \leq k$ *(1pt)*

b.) Prouver que pour tout couple de réels (x, y) choisis dans $[\frac{3}{2} ; 2]$

on a $|h(x)-h(y)| \leq k\,|x-y|$ *(0,5pt)*

3°/ Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = h(U_n)$

a.) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n \in [\frac{3}{2} ; 2]$ *(0,5pt)*

b.) En appliquant à $(U_n ; \alpha)$ l'inégalité établie dans 2°/ b.), prouver que

$\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - \alpha| \leq k|U_n - \alpha|$ *(0,5pt)*

c.) En déduire par un raisonnement par récurrence l'inégalité :

$\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_n - \alpha| \leq k^n|U_0 - \alpha|$ et montrer que la suite (U_n) est convergente.

Quelle est sa limite ? *(0,5pt)*

4°/ Montrer en utilisant les variations de h que $U_{n+1} - \alpha$ et $U_n - \alpha$ sont de signe contraires. En déduire que α est compris entre U_n et U_{n+1} *(1pt)*

Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}. *(0,5pt)*

C-//

On se propose de déterminer toutes les fonctions définies et deux fois dérivables sur$]0 ; +\infty[$ solutions de l'équation différentielle

$$(E) : y'' + 3y' + 2y = \frac{x-1}{x^2}e^{-x}.$$

1°/ a.) Vérifier que la fonction f définie dans la partie A-// est une solution de (E) *(0,5pt)*

b.) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y'' + 3y' + 2y = 0$ *(0,75pt)*

2°/a.) Soit g une fonction deux fois dérivable sur$]0 ; +\infty[$. Montrer que g est une solution de (E) si et seulement si $g-f$ est une solution de (E'). *(0,75pt)*

b.) En déduire toutes les solutions de (E) *(0,5pt)*

2°/a.) Soit g une fonction deux fois dérivable sur$]0 ; +\infty[$. Montrer que g est une solution de (E) si et seulement si $g-f$ est une solution de (E'). *(0,75pt)*

b.) En déduire toutes les solutions de (E) *(0,5pt)*

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation de l'Alphabétisation et des Langues Nationales
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC 2010**
SERIES : *SET- MTI - MTGC* **SESSION :** *Juin 2010*
ÉPREUVE DE : *Mathématiques* **DURÉE :** *4 heures* **COEF:** *5*

Exercice 1 ---------- [*5 points*]

On considère l'équation d'inconnue complexe z,

(E) : $z^4 + 5z^3 + (11 - 3i)z^2 + (10 - 10i)z - 8i = 0$.

1°/ Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera. (*1pt*)

2°/ Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle que l'on déterminera. (*1pt*)

3°/ Achever la résolution dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes de l'équation (E). (*1pt*)

4°/ En désignant par z_1 la solution non imaginaire pure qui a une partie imaginaire positive, par z_2 la solution réelle et par z_3 la $4^{ème}$ solution de (E), montrer que z_0, z_1, z_2 et z_3 sont dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite géométrique dont on précisera la raison. (*1pt*)

5°/ Donner le module et un argument de chacune des solutions de (E) (*1pt*)

Exercice 2 ---------- [*5 points*]

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On désigne par S la réflexion d'axe la droite (D) d'équation $y = x$ et par σ la réflexion d'axe $(O ; \vec{i})$.

1°/ Soit M un point du plan et M_1 son image par S; on pose M'= σ(M_1)

a) Calculer les coordonnées x' et y' de M' en fonction des coordonnées x et y de M. (*1,5pt*)

b) Caractériser la transformation qui fait passer de M à M'. (*1pt*)

c) Au point M(x ; y) on associe maintenant le point N(X ; Y) telles que :

$$\begin{cases} X = 1 + y \\ Y = 1 - x \end{cases}$$

Montrer que cette transformation est une rotation dont on précisera le centre Ω et l'angle θ. (*1pt*)

2°/ Le point M décrivant la droite d'équation $y = x$, déterminer l'ensemble décrit par N.

Quel est l'ensemble décrit par le milieu du bipoint (M, N) ? (*1,5pt*).

TSVP ☛

Scanné avec CamScanner

Problème ---------- [*10 points*]

A.// Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1°/ Déterminer la limite de g en $-\infty$ puis en $+\infty$. (*0,5pt*)

2°/ Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation. (*1pt*)

3°/ On admet que l'équation $g(x) = 0$ a exactement deux solutions réelles.

a) Vérifier que 0 en est une. (*0,5pt*)

b) L'autre solution est appelé α. Montrer que $-1,6 < \alpha < -1,5$ (*0,5pt*)

4°/ Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs du réels x. (*1pt*)

B.// Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$

1°/ Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis en $+\infty$. (On pourra mettre e^{2x} en facteur pour calculer la limite en $+\infty$) (*0,5pt*)

2°/ Calculer $f\,'(x)$ et montrer que $f\,'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe (g étant la fonction définie dans la partie **A.//**) Etudier le sens de variation de f. (*1pt*)

3°/ Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{-(\alpha^2 + 2\alpha)}{4}$ où α est la solution de l'équation $g(x) = 0$ de la partie1.

En déduire un encadrement de $f(\alpha)$. (On rappelle que $-1,6 < \alpha < -1,5$ (*1,5pt*)

4°/ Etablir le tableau de variation de f. (*0,5pt*)

5°/ Tracer la courbe (C) représentant les variations de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique 2cm). (*1pt*)

C.// Pour tout entier naturel n, on pose $I_n = \displaystyle\int_0^{\pi} e^x \cos(nx)dx$

1°/ Montrer que pour tout entier naturel n, $\cos(n\pi) = (-1)^n$ et que $\sin(n\pi) = 0$. (*0,5pt*)

2°/ À l'aide d'une intégration par parties montrer que $I_n = \dfrac{(-1)^n e^{\pi} - 1}{1+n^2}$. (*1pt*)

3°/ Montrer que, pour tout entier naturel n, $|I_n| \leq \dfrac{e^{\pi} + 1}{1+n^2}$.

En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n$. (*0,5pt*). $|I_n|$ désigne la valeur absolue de I_n.

NB : *La parie* **C.//** *est indépendante des parties* **A.//** *et* **B.//**

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation de l'Alphabétisation et des Langues Nationales

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

Centre National des Examens et Concours de l'Éducation

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC 2011**

SERIES : *SET* **SESSION :** *Juin 2011*

ÉPREUVE DE : *Mathématiques* **DURÉE :** *4 heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 ---------- [4 points]

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$) on donne le point A(12 ; 18). On désigne par B un point de l'axe (O ; $\vec{u}$) et C un point de (O ; $\vec{v}$) tels que ($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$) = $-\frac{\pi}{2}$. On appelle x l'abscisse de B et y l'ordonnée de C.

1°/ Démontrer que le couple (x ; y) est solution de l'équation

(E) : $2x + 3y = 78$ (*0,5pt*)

2°/ On se propose de trouver tous les couples de points (B ; C) ayant pour coordonnées des nombres entiers relatifs.

a°/ Montrer que l'on est ramené à l'équation (E), avec x et y appartenant à l'ensemble ℤ des entiers relatifs. (*1pt*)

b°/ A partir de la définition de B et de C trouver une solution particulière (x_0 ; y_0) de (E). (*0,5pt*)

c°/ Démontrer qu'un couple (x ; y) est solution de (E) si et seulement si (x ; y) = (12 + 3k ; 18 – 2k) où k est un entier relatif. (*1pt*)

d°/ Combien y a-t-il de couples de points (B ; C) ayant pour coordonnées des nombres entiers relatifs, tels que : $-6 \leq x \leq 21$ et $-5 \leq y \leq 14$? (*1pt*)

EXERCICE 2 ---------- [5 points]

1°/ Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté au repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$). On considère l'application affine f de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui à tout point M(x ; y) associe le point M'(x' ; y') telles que : $\begin{cases} x' = -\frac{6}{5}x + \frac{8}{5}y - \frac{8}{5} \\ y' = \frac{8}{5}x + \frac{6}{5}y - \frac{1}{5} \end{cases}$ et ℂ l'ensemble des nombres complexes

1°/a°/ f est-elle bijective ? Justifiez votre réponse (*0,5 pt*)

b°/ Déterminer l'ensemble des points invariants par f. (*0,5 pt*)

c°/ Quelle est l'image par f de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 2x + 1$? (*1pt*)

SVP ☛

Scanné avec CamScanner

2°/ On désigne par M(x ; y) le point d'affixe z et par **M'** le point d'affixe z**'** où z et z**'** sont deux nombres complexes

a°/ Sachant que f(M) = **M'**, exprimer z**'** en fonction de z. (*2pts*)

b°/ En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f (*1pt*)

PROBLÈME ..... [11 points]

A.// Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ et ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$). Unité 2cm

1°/ Déterminer l'ensemble de définition de f. (*0,5pt*)

2°/ Démontrer que ($\mathcal{C}$) admet deux asymptotes dont on précisera les équations. (*1pt*)

3°/ Calculer f**'**(x) puis dresser le tableau de variation de f. (*1pt*)

4°/ a°/ Démontrer que ($\mathcal{C}$) admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées. Donner l'équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}$) au point I (*1pt*)

b°/ Etudier la position de ($\mathcal{C}$) par rapport à (T) (*0,5pt*)

5°/ Tracer ($\mathcal{C}$) et (T) dans le même repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan. (*1,5pt*)

6°/ a°/ A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale I = $\int_{-\frac{1}{2}}^{0} f(x)dx$ (*1pt*)

b°/ Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par ($\mathcal{C}$), (T) et la droite d'équation $x = -\frac{1}{2}$ (*0,5pt*)

B.// Soit h la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0 ; \frac{\pi}{2}]$ par $h(x) = \frac{1}{2}f(\cos x)$ où f est la fonction définie en **A.//**

1°/ Vérifier que h est la primitive qui s'annule en $\frac{\pi}{2}$ de la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sin x}$ (*0,5pt*)

2°/ Calculer l'intégrale K = $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x}dx$ (*0,5pt*)

Scanné avec CamScanner

3°/ Soit $(I_n)_{n\in IN}$ la suite définie par : $I_n = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^n x}{\sin x} dx$

a°/ Calculer I_0 et I_1 *(0,5pt)*

b°/ Calculer l'intégrale $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \sin x dx$ *(0,5pt)*

c°/ En déduire l'expression de $I_n - I_{n+2}$ en fonction de n puis calculer I_2, I_3, I_4 et I_5 *(2 pts)*

Scanné avec CamScanner

EXERCICE 1 ---------- [*4 points*]

1°/ Montrer que pour tout entier relatif n les entiers $14n + 3$ et $5n + 1$ sont premiers entre eux. (*1pt*)

2°/ On considère l'équation (**E**) : $87x + 31y = 2$ où x et y sont des entiers relatifs

a°/ Vérifier en utilisant par exemple la question 1, que 87 et 31 sont premiers entre eux. En déduire un couple $(u ; v)$ d'entiers relatifs tel que $87u + 31v = 1$ puis une solution $(x_0 ; y_0)$ de (**E**). (*1pt*)

b°/ Déterminer l'ensemble des solutions de (**E**) dans $\mathbb{Z}^2$ (*1pt*)

c°/ Application : Déterminer les points de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $87x - 31y - 2 = 0$ dont les coordonnées sont des entiers naturels et dont l'abscisse est comprise entre 0 et 100 (*1pt*)

Indication : On remarquera que le point M$(x ; y)$ appartient à la droite $\mathcal{D}$ si et seulement si le couple $(x ; -y)$ vérifie l'équation (**E**)

EXERCICE 2 ---------- [*5 points*]

1°/ On veut déterminer trois nombres complexes Z_1, Z_2 et Z_3 ; les modules de ces complexes forment une suite géométrique de raison q = 2 et leurs arguments une suite arithmétique de raison $r = \frac{2\pi}{3}$.

Déterminer ces trois nombres sachant que leur produit est $Z_1 \times Z_2 \times Z_3 = 4 + 4i\sqrt{3}$ et l'argument de Z_1 appartient à $]0 ; \frac{\pi}{2}[$. On donnera les résultats sous forme trigonométrique. (*2pts*)

2°/ Soit f une fonction numérique à variable réelle x dérivable sur $\mathbb{R}$ de fonction dérivée f'.

a°/ x_0 étant un réel donné, la fonction qui à tout x réel associe $f(x_0)$ est elle dérivable sur $\mathbb{R}$? Même question pour la fonction qui à x associe $f(x^2)$ (*1pt*)

TSVP ☛

Scanné avec CamScanner

b°/ Soit F une primitive de *f*. Exprimer les primitives des fonctions définies par :

$f_1(x) = f(2x)$; $f_2(x) = xf(x^2)$; $f_3(x) = f(x).\mathrm{F}(x)$; $f_4(x) = f(x) + f(x_0)$;

$f_5(x) = xf(x^2).(\mathrm{F}(x^2))^n$ où n est un entier naturel non nul. (*2pts*)

PROBLÈME----------[11 points]

A.// Soit la fonction numérique *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ et ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$). Unité 2cm

1°/ Déterminer l'ensemble de définition de *f*. (*0,5pt*)

2°/ Démontrer que ($\mathcal{C}$) admet deux asymptotes dont on précisera les équations. (*1pt*)

3°/ Calculer *f* **'**(*x*) puis dresser le tableau de variation de *f*. (*1pt*)

4°/ a°/ Démontrer que ($\mathcal{C}$) admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées. Donner l'équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}$) au point I (*1pt*)

b°/ Etudier la position de ($\mathcal{C}$) par rapport à (T) (*0,5pt*)

5°/ Tracer ($\mathcal{C}$) et (T) dans le même repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan. (*1,5pt*)

6°/ a°/ A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $\mathrm{I} = \int_{-\frac{1}{2}}^{0} f(x)dx$ (*1pt*)

b°/ Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par ($\mathcal{C}$), (T) et la droite d'équation $x = -\frac{1}{2}$ (*0,5pt*)

B.// Soit *h* la fonction numérique de la variable réelle *x* définie sur $]0 ; \frac{\pi}{2}]$ par $h(x) = \frac{1}{2}f(\cos x)$ où *f* est la fonction définie en **A.//**

1°/ Vérifier que *h* est la primitive qui s'annule en $\frac{\pi}{2}$ de la fonction *g* définie par $g(x) = \frac{1}{\sin x}$ (*0,5pt*)

2°/ Calculer l'intégrale $\mathrm{K} = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x}dx$ (*0,5pt*)

Scanné avec CamScanner

3°/ Soit $(I_n)_{n\in IN}$ la suite définie par : $I_n = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^n x}{\sin x} dx$

a°/ Calculer I_0 et I_1 *(0,5pt)*

b°/ Calculer l'intégrale $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \sin x dx$ *(0,5pt)*

c°/ En déduire l'expression de $I_n - I_{n+2}$ en fonction de n puis calculer I_2, I_3, I_4 et I_5 *(2 pts)*

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation, de l'Alphabétisation et de la Promotion des Langues Nationales

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC 2012**

SÉRIES : ***SET- MTI - MTGC*** **SESSION :** ***Juillet 2012***

ÉPREUVE DE : ***MATHÉMATIQUES*** **DURÉE :** ***4 heures*** **COEF :** ***5***

Exercice 1 ---------- [6 *points*]

A/. Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{x^3+2x+2}{1-x^2}$$

1°/ Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **(0,5pt)**

2°/ Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x de D_f on ait

$$f(x) = ax + \frac{b}{1-x} + \frac{c}{1+x} \quad (1pt)$$

3°/ En déduire l'ensemble des primitives de f sur D_f **(0,5pt)**

B/. Deux commerçantes, Awa et Fanta se rendent au marché pour acheter des mangues. Chaque mangue coute 5F l'unité. Awa dit à Fanta, je dispose d'un montant égal à m_1 Francs et Fanta répond, moi aussi j'ai une somme égale à m_2 Francs.

L'entier m_1 s'écrit $m_1 = 1x00y2$ dans le système de numération de base huit

et m_2 s'écrit $m_2 = x1y003$ dans le système de numération de base sept

1°/ Déterminer les chiffres x et y pour que chacune des deux commençantes puisse, avec la totalité de son argent, acheter un nombre maximum de mangues. **(1,5pts)**

2°/ Déterminer le montant que dispose chacune des commerçantes. En déduire le nombre de mangues que chacune d'elles peut acheter. **(1pt)**

3°/ a-) Décomposer m_1 et m_2 en produit de facteurs premiers **(0,5pt)**

b-) En déduire le nombre de diviseurs de m_1 et m_2 puis le pgcd(m_1 ; m_2). **(0,5pt)**

4°/ Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $m_1u + m_2v = 5$ où u et v sont deux entiers relatifs. **(0,5pt)**

TSVP

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 ---------- [6 *points*]

I/ On considère le complexe Z défini par $Z = \dfrac{z^2}{z+i}$ où $z = x + yi$, avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

1°/ On note $Z = X + Yi$, $(X, Y) \in \mathbb{R}^2$ Ecrire X et Y en fonction de x et y. ***(1,5pt)***

2°/ Au complexe z on associe le point M(x, y) d'un plan rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que Z soit imaginaire pur non nul. ***(1pt)***

3°/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + 2iz - 2 = 0$. Montrer que les images des solutions de cette équation appartiennent à l'ensemble (Γ). ***(1pt)***

II/ 1°/ On désigne respectivement par a et b (entiers naturels non nuls) la longueur et la largeur mesurées en mètres d'un rectangle. Sachant que $a = 72$ et que le plus petit multiple commun à a et b est 216, quelles sont les valeurs possibles de b ? ***(1,5pt)***

2°/ Trouver les diviseurs dans $\mathbb{N}$ de l'entier 240. Calculer l'entier naturel n tel que $n^2 - 240$ est un carré parfait. ***(1pt)***

Problème ---------- [8 *points*]

Soit f la fonction de $[0 ; +\infty[$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{8}{x+\sqrt{x^2+8}}$.

1°/ a-) Etudier le sens de variation de f. ***(1,5pt)***

b-) Etudier la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat. ***(0,5pt)***

c-) Dresser le tableau de variation de f. ***(0,5pt)***

2°/ On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$: 1cm sur l'axe des abscisses et 2cm sur l'axe des ordonnées.

a-) Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse nulle. ***(0,5pt)***

b-) Tracer (T) et $(\mathscr{C})$. ***(1pt)***

3°/ En utilisant les variations de f, démontrer que $\forall x \in [1 ; 2]$, $1 \leq f(x) \leq 2$ ***(1pt)***

Scanné avec CamScanner

4°/ a-) Démontrer que pour tout réel x de [1 ; 2], on a : $|f'(x)| \leq \frac{2}{3}$ ***(1,5pt)***

b) En utilisant le théorème des inégalités des accroissements finis, montrer que pour tout x de [1 ; 2] on a : $|f(x) - 2| \leq \frac{2}{3}|x - 1|$. En déduire un encadrement de f sur [1 ; 2] par deux fonctions affines que l'on précisera sur la figure. ***(1,5pt)***

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation, de l'Alphabétisation et de la Promotion des Langues Nationales

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC SP 2012**

SÉRIES : *SET- MTI - MTGC* **SESSION :** *Octobre 2012*

ÉPREUVE DE : *MATHÉMATIQUES* **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

Exercice 1 ---------- [6 *points*]

1°/ Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, on considère les points A(1 ; –1) et B(5 ; 3) et la suite (Ω_n) définie par : pour tout entier $n \geq 1$, Ω_n est le barycentre de $(\Omega_{n-1}; 2)$, (A ; 1) et (B ; 1) et Ω_0 est en O. On note $(x_n ; y_n)$ les coordonnées de Ω_n.

a) Placer dans le plan les points Ω_1, Ω_2 et Ω_3 et montrer qu'ils sont alignés.

b) Montrer que pour tout entier naturel n, Ω_{n+1} est l'image de Ω_n par une homothétie que l'on précisera.

c) Justifier que, pour tout entier n de IN, $x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + \frac{3}{2}$.

d) Démontrer par récurrence, pour tout entier naturel non nul n on a : $x_n = \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{3}{2^n}$. En déduire une expression simple de x_n en fonction de n, puis la limite de la suite (x_n).

2°/ Donner la solution générale sur IR de l'équation différentielle : $y'' + y' - 2y = 0$ et en déduire la solution générale de l'équation différentielle (E) : $y'' + y' - 2y = 2x^2 - 3$ sachant que le polynôme $P(x) = -x^2 - x$ est une solution particulière de (E)

Exercice 2 ---------- [5 *points*]

1°/ a) Résoudre dans Z×Z l'équation : $5x - 11y = 4$. (1pt)

b) En déduire la résolution dans **Z** du système $\begin{cases} 3\alpha \equiv 1[5] \\ 7\alpha \equiv 9[11] \end{cases}$ (1pt)

2°/ Trouver les couples $(x ; y)$ d'entiers naturels non nuls dont le plus grand commun diviseur d et le plus petit commun multiple m vérifient $3m - 2d = 30$.

3°/ Pour tout entier naturel n, on pose $A_n = 2^n + 2^{2n} + 2^{3n}$.

a) Montrer que, pour tout n, $A_{n+3} \equiv A_n$ [7] (1pt)

Scanné avec CamScanner

b) Déterminer l'ensemble S des entiers naturels n tels que $A_n \equiv 0\,[7]$ (1pt)

c) Les nombres $\alpha = \overline{1110}^2$; $\beta = \overline{1010100}^2$; $\lambda = \overline{1001001000}^2$ sont – ils divisibles par 7. (1pt)

Problème ---------- [8 *points*]

1°/ On considère g, la fonction numérique de courbe représentative (Γ) définie sur IR par $g(x) = \dfrac{x}{e^{x-1}}$.

a)Calculer la limite de g en $+\infty$ et en $-\infty$

b) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

c)Tracer la courbe (Γ) dans un repère orthonormal du plan, en prenant soin de tracer la tangente à l'origine.

2°/ Soit *h* la fonction numérique définie sur R par $h(x) = \left|xe^{x-1}\right|$.

a)Etudier la dérivabilité de *h* en 0 et en1.

b) Donner une méthode permettant d'obtenir la courbe (Γ') représentative de *h* sur] $-\infty$; 1] à l'aide de (Γ).

c)Etudier les variations de *h* et dresser son tableau de variation

d) Tracer (Γ') ainsi que les demi – tangentes à (Γ') aux points d'abscisses 0 et 1 dans le même repère que (Γ)

3°/ Soit la suite (U_n) avec *n* un entier naturel non nul défini pour tout *n* par

$U_n = \dfrac{1}{n!}\int_0^1 (1-x)^n e^{-x}dx$.

(On rappelle que $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\times 3\times 2\times 1$ avec $0! = 1$)

a) Calculer U_1.

b) En utilisant l'intégration par parties, exprimer U_n en fonction de U_{n-1} pour $n \geq 1$. En déduire que $U_n - e = \sum_{k=0}^{n} \left(-\dfrac{1}{k!}\right)$ pour $n \geq 1$.

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation, de l'Alphabétisation et de la Promotion des Langues Nationales

République du Mali
Un Peuple - Un But - Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC 2013**

SÉRIES : *SET- MTI - MTGC* **SESSION :** *Juin 2013*

ÉPREUVE DE : *MATHÉMATIQUES* **DURÉE :** *4 heures* **COEF :** *5*

Exercice 1 (6 points)

I-/ 1°/ Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation $x^3 - y^3 = 631$. ***(1pt)***

2°/ a) Trouvez le reste de la division euclidienne de 111 par7 et de 10^n par7 suivant les valeurs de l'entier naturel n ***(0,5pt)***

b) Soit l'entier naturel N = 999 888 777 666 555 444 333 222 111.

– Montrez que N peut s'écrire en fonction de 111. **(0,5pt)**

– Quel est le reste de la division euclidienne de N par 7 ? ***(1pt)***

II-/ Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. Soit Tα l'application de $\mathcal{P}$ vers $\mathcal{P}$ qui à tout point M(x ; y) associe le point M'(x' ; y') telles que $\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x - \alpha y \\ y' = \alpha x - \frac{1}{2}y \end{cases}$

où α est un paramètre réel.

1°/ Montrez que, pour tout α, Tα est bijective et admet un unique point invariant que l'on précisera. ***(1pt)***

2°/ Montrez qu'il existe une valeur unique de α pour laquelle Tα est une homothétie H dont on précisera le centre et le rapport. ***(1pt)***

3°/ Montrez qu'il existe 2 valeurs de α pour lesquelles Tα est une isométrie. Vérifiez que ces deux isométries sont réciproques l'une de l'autre. On les note R et R^{-1}. ***(1pt)***

Exercice 2 (4points)

Une substance est injectée par voie intramusculaire. Elle passe du muscle au sang et est éliminée par les reins. Après étude, on constate que la quantité de substance contenue dans le sang à un instant t est donnée approximativement par la fonction q définie par : $q(t) = q_0(e^{-0,5t} - e^{-t})$ où $t \geq 0$ est le temps exprimé en heure, q_0 la quantité de substance injectée en milligramme.

1°/ Etablir le tableau de variation de q. ***(1pt)***

2°/ On désire contrôler les effets de cette substance. Pour cela il faut que la quantité de ce médicament contenue dans le sang soit comprise entre 2 valeurs q_m et q_M.

TSVP

Scanné avec CamScanner

q_m = 1,2 mg est le seuil d'efficacité et q_M = 2,6 mg est le seuil de toxicité.
Déduire du tableau de variation de q, les valeurs qu'on peut donner à q_0 pour qu'à aucun moment, la quantité de substance dans le sang ne soit toxique. **(1pt)**

3°/ On pose $q_0 = 10$

a) Tracez soigneusement la courbe de q dans un repère de votre choix. **(1pt)**

b) Déterminez graphiquement l'intervalle de temps durant lequel le médicament est efficace. **(1pt)**

Problème ---------- (10 points)

Pour tout entier n strictement positif on considère la fonction f_n définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f_n(x) = \dfrac{(\ln x)^n}{x^2}$. On note $(\mathcal{C}_n)$ la courbe représentative de f_n dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées).

A-// Etude de f_1

1°/ Déterminez $\lim\limits_{x\to 0} f_1(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f_1(x)$ Que peut-on en déduire pour $(\mathcal{C}_1)$? **(1pt)**

2°/ Étudiez le sens de variation de f_1 et donnez le tableau de variation de f_1. **(1pt)**

3°/ Donnez une équation de la tangente au point d'abscisse 1 à $(\mathcal{C}_1)$. **(0,5pt)**

4°/Déterminez $\lim\limits_{x\to 0} f_2(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f_2(x)$. Que peut-on en déduire pour $(\mathcal{C}_2)$? **(1pt)**

5°/ Calculez $f'_2(x)$ et donnez le tableau de variations de f_2. **(1pt)**

B-// 1°/ Étudiez le signe de $f_1(x) - f_2(x)$; en déduire la position relative de $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ **(1pt)**

2°/ Tracez $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ dans le même repère orthogonal. **(1,5pt)**

C-// m étant un entier naturel non nul, on pose $I_m = \int_1^e f_m(x)dx$.

1°/ On pose $F(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$. Calculez F'$(x)$. En déduire I_1. **(1pt)**

2°/ En utilisant une intégration par parties, montrez que $I_{m+1} = -\dfrac{1}{e} + (m+1) I_m$ **(1pt)**

3°/ Calculez I_2 puis l'aire en cm^2 du domaine compris entre $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **(1pt)**

Scanné avec CamScanner

BAC 2014

SÉRIE: ***STI***

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2 (*Vérifiez que les pages sont au complet*). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (6 points)

1-/ Soit l'équation (***E***) : $z^2 - 6z + 12 = 0$ où z est l'inconnue complexe.

a-/ Montrez que (***E***) admet deux solutions complexes conjuguées u et $\bar{u}$, u étant celle dont la partie imaginaire est positive. **(1,5pt)**

b-/ Calculez le module et un argument de u. En déduire le module et un argument de $\bar{u}$ **(0,5pt)**

c-/ Écrire $u - 4$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. **(1pt)**

d-/ Calculez le module et un argument de $\frac{u}{u-4}$. En déduire le module et un argument de $\frac{\bar{u}}{u-4}$. **(1pt)**

2-/ Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J). On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -3$; $z_B = 2 + 2i$ et $z_C = 7i$.

a-/ Construire le triangle ABC. **(0,5pt)**

b-/ Calculez les distances AB et BC. **(0,5pt)**

c-/ Écrire le nombre complexe $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ sous forme trigonométrique. **(0,5pt)**

d-/ Déduire des questions **a-/** et **b-/** la nature du triangle ABC. **(0,5pt)**

Exercice 2 (4 points)

I./ Dans une classe de terminale, la taille moyenne des élèves est de 167 cm. La taille moyenne des filles est de 160 cm et la taille moyenne des garçons est de 173,5 cm.

Quelle est l'effectif de la classe sachant qu'il est compris entre 50 et 60. ***(2pts)***

II./ Le vieux Yara a laissé son héritage dans un coffre dont la combinaison comporte les cinq chiffres *x, y, z, t* et *h* dans cet ordre, du système décimal. Il a mentionné sur son testament que sa fortune reviendrait à celui de ses héritiers qui trouverait la combinaison à partir des données suivantes :

TSVP ☞ 🕮

Scanné avec CamScanner

- Le 1er chiffre est pair ;
- La somme des deux premiers chiffres est 15 ;
- Le troisième est la différence des deux premiers (le 1er moins le 2ème) ;
- Le 1er chiffre est le produit du troisième par le quatrième ;
- Le nombre est divisible par 9.

Quelle est la combinaison cherchée ? **(2pts)**

***NB**: Les parties I./ et II./ sont indépendantes*

Problème ..... (10 points)

A// Soit φ la fonction définie sur IR par $\varphi(x) = (x^2 + x + 1)\ e^{-x} - 1$

1-/ a-/ Déterminez les limites de φ en $-\infty$ puis en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat de $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi(x)$ **(1pt)**

b-/ Calculez $\varphi'(x)$ et étudiez son signe. Dressez le tableau de variation de φ. **(1,5pt)**
2-/ Démontrez que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions dans IR, dont l'une notée α est dans $[1 ; +\infty[$. Vérifiez que $1{,}79 < \alpha < 1{,}80$ **(1pt)**

3-/ En déduire le signe de φ sur IR. **(0,5pt)**

B-// On donne les fonctions f et g définies par $f(x) = (2x + 1)\,e^{-x}$ et $g(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

Leurs courbes sont respectivement notées $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$

1-/ Déterminez les domaines de définition de f et de g puis calculez leurs limites aux bornes de ces domaines de définition. **(1pt)**

2-/ Montrez que $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ admettent au point A(0 ; 1) une tangente commune (**T**). Donnez une équation cartésienne de (**T**). **(1,5pt)**

3-/ a-/ Vérifiez que pour tout $x \in$ IR, $f(x) - g(x) = \dfrac{(2x+1)\varphi(x)}{x^2+x+1}$ où φ est la fonction définie dans la partie A **(0,5pt)**

b-/ Étudiez le signe de $f(x) - g(x)$ pour $x \in$ IR. **(0,5pt)**

c-/ En déduire la position relative des courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ **(0,5pt)**

4-/ a-/ Déterminez une primitive G de la fonction g sur IR. **(0,5pt)**

b-/ Déterminez les réels a et b tels que la fonction F définie par $F(x) = (ax + b)\ e^{-x}$ soit une primitive de f sur IR. **(0,5pt)**

c-/ Déduire une primitive H de $f - g$ sur IR. **(0,5pt)**

d-/ Calculez l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan délimitée par les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ et les droites d'équations : $x = -\dfrac{1}{2}$ et $x = 0$ **(0,5pt)**

NB : **Les tracés de $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ ne sont pas demandés**

Scanné avec CamScanner

BAC 2015

SÉRIE : *STI*

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussi pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 /[*5 points*]

I-/ a) Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé, donnez l'expression analytique de la symétrie orthogonale $\mathcal{S}$ d'axe la droite d'équation $y = -x + 1$. **(1pt)**

b) On considère la parabole $(\mathcal{H})$ d'équation $y = x^2 - 1$. Donnez l'équation de l'image de $(\mathcal{H})$ par la symétrie $\mathcal{S}$ **(1pt)**

c) Construire $(\mathcal{H})$ et son image dans le même repère. **(1pt)**

II-/ Soient A, B et C 3 points non alignés d'un plan $\mathcal{P}$ et α un nombre réel. A tout point M de $\mathcal{P}$ on associe par l'application f_α le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = (2-\alpha)\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + (1+2\alpha)\overrightarrow{MC}.$$

Préciser, suivant les valeurs de α la nature et les éléments caractéristiques de l'application f_α. **(2pts)**

Exercice 2 /[*5 points*]

I-/ On considère le nombre complexe $z = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1°/ Calculez z^2 et z^4. **(1pt)**

2°/ Calculez le module et un argument de z^4. En déduire le module et un argument de z **(1,5pt)**

3°/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ Soit M(x ; y) un point du plan d'affixe le complexe $a = x + iy$. Déterminez l'ensemble des points M du plan tels que le module de az soit égal à 8 où z est le complexe défini précédemment. **(1,5pt)**

TVP

II-/ Trois villages désignés par les lettres A, B et C sont disposés en triangle comme suit : le village A est à 4 km de B, à 3 km de C et le village B est à 5 km de C.

Ces trois villages décident de creuser un forage situé à égale distance des villages, déterminez son emplacement en précisant la distance qui le sépare de chacun des villages. **(1pt)**

Scanné avec CamScanner

Problème /[*10 points*]

A-// **1°/** Résoudre l'équation différentielle (**E**) : $y'' = (x + 2)e^x$ **(1pt)**

2°/ Déterminez la solution de (**E**) vérifiant $y(0) = y'(0) = 1$ **(0,5pt)**

B-// On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = 1 + x\ e^x$

1°/ a) Calculez les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **(0,5pt)**

b) Calculez $f'(x)$ puis dressez le tableau de variation de f. **(1pt)**

c) En déduire le signe de $f(x)$ en fonction de x. **(0,5pt)**

2°/ Soit g la fonction définie sur IR. par : $g(x) = (1- x)(1 + e^x)$.

On appelle $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de g dans un repère orthonormé. (Unité graphique 1cm)

a) Déterminez les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **(0,5pt)**

b) Démontrez que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$. Etudiez la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à (Δ). **(0,5pt)**

c) Calculez g' et montrez que $g' = -f$ **(0,5pt)**

d) Dressez le tableau de variation de g **(0,5pt)**

3°/ On pose $\varphi(x) = g(x) - x$. **(0,5pt)**

a) Calculez φ' puis dressez le tableau de variation de φ. **(0,5pt)**

b) Démontrez que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]\,0{,}7\ ;\ 0{,}8[$ **(0,5pt)**

c) Déterminez un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} **(0,5pt)**

d) Vérifiez que $g(\alpha) = \alpha$. **(0,5pt)**

4°/ Tracez $(\mathcal{C})$ et son asymptote (Δ) dans le même repère. **(1pt)**

5°/ β étant un nombre réel inférieur à 1.

a) Calculez en fonction de β, l'aire $A(\beta)$ de la partie du plan comprise entre $(\mathcal{C})$, (Δ) et les droite d'équation $x = \beta$. **(0,5pt)**

b) Calculez $\lim\limits_{\beta \to -\infty} A(\beta)$. **(0,5pt)**

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation Nationales

République du Mali
Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **SESSION : JUIN 2014**

ÉPREUVE DE : *Mathématiques*

SÉRIES : *TSE* **DURÉE : *4 heures*** **COEF : *4***

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend trois pages de 1/3 à 3/3 (*Vérifiez que les pages sont au complet*). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (6 points)

I-//

On se place dans le corps $\mathbb{C}$ des nombres complexes, pour $n \in$ IN, on pose

$\forall z \in \mathbb{C}$, $h_n(z) = z^n(1 - z)$.

1-/ Pour $n \in$ IN*, résoudre l'équation $h_n(z) = h_0(z)$. **(1pt)**

2-/ On se propose de résoudre le système suivant : (1) $\begin{cases} h_n(z)=1 \\ |z|=|1-z| \end{cases}$

a-/ Montrez que l'équation $|z| = |1 - z|$ a une infinité de solutions. **(0,5pt)**

b-/ Soit z_0 l'une de ces solutions, calculez, en fonction du module ρ et l'argument θ de z_0, l'argument de $1 - z_0$; le module et l'argument de $z_0^n(1 - z_0)$. **(1,5pt)**

c-/ En déduire que le système (1) n'admet de solution que si $n \equiv 1[6]$. **(0,5pt)**

Quel est l'ensemble des solutions du système ? **(0,5pt)**

II-//

1-/ On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) : $11x + 8y = 79$.

a-/ Montrez que si $(x ; y)$ est solution de (E) alors $y \equiv 3[11]$ **(0,5pt)**

b-/ Résoudre alors l'équation (E). **(0,5pt)**

2-/ Le prix total de 41 pièces détachées réparties en trois lots est de 48000F.

Le prix d'une pièce du 1er lot est 4800F ; le prix d'une pièce du 2ème lot est 3600F et le prix d'une pièce du 3ème lot est 400F.

Déterminez le nombre de pièces de chaque lot. **(1pt)**

NB*: *On pourra utiliser l'équation (E). Les parties I/ et II/ sont indépendantes

TSVP ☞ 🕮

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 ..... (4 points)

I./ Dans une classe de terminale, la taille moyenne des élèves est de 167 cm. La taille moyenne des filles est de 160 cm et la taille moyenne des garçons est de 173,5 cm.

Quelle est l'effectif de la classe sachant qu'il est compris entre 50 et 60. ***(2pts)***

II./ Le vieux Yara a laissé son héritage dans un coffre dont la combinaison comporte les cinq chiffres *x, y, z, t* et *h* dans cet ordre, du système décimal. Il a mentionné sur son testament que sa fortune reviendrait à celui de ses héritiers qui trouverait la combinaison à partir des données suivantes :

- Le 1er chiffre est pair ;
- La somme des deux premiers chiffres est 15 ;
- Le troisième est la différence des deux premiers (le 1er moins le 2ème) ;
- Le 1er chiffre est le produit du troisième par le quatrième ;
- Le nombre est divisible par 9.

Quelle est la combinaison cherchée ? ***(2pts)***

***NB**: **Les parties I./ et II./ sont indépendantes**.*

Problème ..... (10 points)

A// Soit φ la fonction définie sur IR par $\varphi(x) = (x^2 + x + 1)\ e^{-x} - 1$

1-/ a-/ Déterminez les limites de φ en $-\infty$ puis en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat de $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi(x)$ **(1pt)**

b-/ Calculez $\varphi'(x)$ et étudiez son signe. Dressez le tableau de variation de φ. **(1,5pt)**

2-/ Démontrez que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions dans IR, dont l'une notée α est dans $[1 ; +\infty[$. Vérifiez que $1{,}79 < \alpha < 1{,}80$ **(1pt)**

3-/ En déduire le signe de φ sur IR. **(0,5pt)**

B-// On donne les fonctions *f* et *g* définies par $f(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ et $g(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

Leurs courbes sont respectivement notées $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$

1-/ Déterminez les domaines de définition de *f* et de *g* puis calculez leurs limites aux bornes de ces domaines de définition. **(1pt)**

2-/ Montrez que $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ admettent au point A(0 ; 1) une tangente commune (**T**). Donnez une équation cartésienne de (**T**). **(1,5pt)**

3-/ a-/ Vérifiez que pour tout $x \in$ IR, $f(x) - g(x) = \dfrac{(2x+1)\varphi(x)}{x^2+x+1}$ où φ est la fonction définie dans la partie A **(0,5pt)**

b-/ Étudiez le signe de $f(x) - g(x)$ pour $x \in$ IR. **(0,5pt)**

c-/ En déduire la position relative des courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ **(0,5pt)**

Scanné avec CamScanner

4-/ a-/ Déterminez une primitive G de la fonction g sur IR. **(0,5pt)**

b-/ Déterminez les réels a et b tels que la fonction F définie par $F(x) = (ax + b)\ e^{-x}$ soit une primitive de f sur IR. **(0,5pt)**

c-/ Déduire une primitive H de $f - g$ sur IR. **(0,5pt)**

d-/ Calculez l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan délimitée par les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ et les droites d'équations : $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 0$ **(0,5pt)**

NB : **Les tracés de $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ ne sont pas demandés**

Scanné avec CamScanner

BAC 2015

SÉRIE : *TSE*

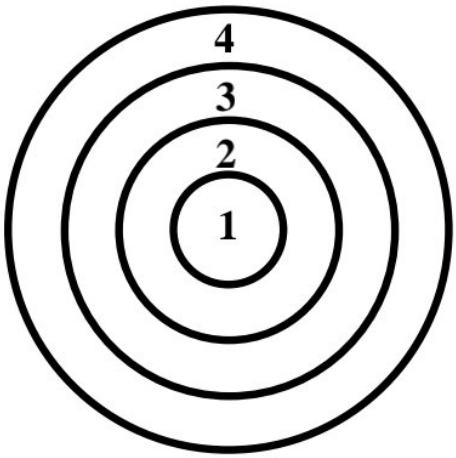
Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend trois pages de 1/3 à 3/3. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussi pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 / [*5 points*]

I-/ Une cible est constituée de cercles concentriques de rayons respectifs 1, 2, 3, 4 déterminant 4 zones numérotées (1), (2), (3), (4) (chaque zone est une couronne), on considère l'extérieur de la cible comme une $5^{ème}$ zone.

1°/ Un joueur lance une flèche. La probabilité d'atteindre l'une des zones 1, 2, 3, 4 est proportionnelle à l'aire de cette zone. (**Rappel** : l'aire d'un disque de rayon **r** est $\mathbf{A = \pi r^2}$). Montrez que les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4 d'atteindre respectivement les zones (1), (2), (3), (4) sont égales à K, 3K, 5K, 7K où K est un nombre que l'on ne demande pas de calculer dans cette question. **(1,5pt)**

2°/ – Si la flèche touche la zone (1), le joueur gagne 4 000 FCFA
– Si la flèche touche la zone (2), le joueur gagne 3 000 FCFA
– Si la flèche touche la zone (3), le joueur gagne 2000F CFA
– Si la flèche touche la zone (4), le joueur gagne 1 000 FCFA
– Si la flèche touche la zone (5), le joueur perd 30 000 FCFA.
On suppose que l'espérance mathématique de X est nulle.
On appelle X le gain obtenu à l'issue d'une partie (lancée d'une flèche)



a) Déterminez les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4 et la probabilité p_5 de manquer la cible. **(1,5pt)**

b) Donnez sous forme de tableau la loi de probabilité de X. **(1pt)**

II-/ Trois villages désignés par les lettres A, B et C sont disposés en triangle comme suit : le village A est à 4 km de B, à 3 km de C et le village B est à 5 km de C.

Ces trois villages décident de creuser un forage situé à égale distance des villages, déterminez son emplacement en précisant la distance qui le sépare de chacun des villages. **(1pt)**

TSVP

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 / [*5 points*]

I-/ α et β sont deux entiers naturels et N = $2^{\alpha} \times 3^{\beta}$ tels que le nombre de diviseurs de N^2 est le triple du nombre de diviseurs de N.

1°/ Prouvez que (α – 1)(β – 1) = 3. **(1pt)**

2°/ Déduisez en les valeurs de *N*. **(0,5pt)**

II-/ Le plan affine est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ et **C** désigne l'ensemble des nombres complexes. Soient A, B et C trois points d'affixes respectives

$a = -1 + 3i$, $b = -4 + 2i$ et $c = 1 + 4i$.

Soit *f* la transformation du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe *z* associe le point M' d'affixe *z'* définie par : $z' = (2 - 2i)z + 1$.

1°/ Déterminez la nature et les éléments caractéristiques de *f*. **(1pt)**

2°/ Déterminez l'affixe du point B' image de B par la transformation *f*. vérifiez que les vecteurs $\vec{CA}$ et $\vec{CB'}$ sont orthogonaux. **(0,5pt)**

3°/ Soit M(*x* ;*y*) où *x* et *y* sont des entiers relatifs et M' son image par *f*. Montrez que les vecteurs $\vec{CM'}$ et $\vec{CA}$ sont orthogonaux si et seulement si $x + 3y = 2$. **(1pt)**

4°/ Résoudre dans Z×Z l'équation $x + 3y = 2$ et en déduire l'ensemble des points M dont les coordonnées sont des entiers appartenant à [–5 ; 5] **(1pt)**

Problème / [*10 points*]

A-//. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1°/ On désigne par M(*x* ; *y*) un point du plan, $M_1(x_1 ; y_1)$ son image par la symétrie orthogonale d'axe la droite d'équation $y = x$ et M'(*x'* ; *y'*) l'image de M_1 par la symétrie orthogonale d'axe $(O ; \vec{i})$.

a) Exprimez *x'* et *y'*en fonction de *x* et *y*. **(1pt)**

b) Caractérisez l'application qui transforme M en M' **(1pt)**

c) On désigne par ***r*** l'application qui au point M(*x* ; *y*) associe le point M''(*x''* ; *y''*) définies par : $\begin{cases} x'' = 1 + y \\ y'' = 1 - x \end{cases}$. Montrez que ***r*** est une rotation dont on précisera le centre Ω et l'angle θ. **(1pt)**

2°/ Lorsque le point M décrit la droite d'équation $y = x$, déterminez l'ensemble décrit par le point M''ainsi que l'ensemble décrit par le milieu du segment [M M'']. **(1,5pt)**

3°/ Au point M(*x*; *y*) on associe le point $M_2(x_2 ; y_2)$ définies par $\begin{cases} x_2 = 1 + 3y \\ y_2 = 1 - 2x \end{cases}$

Scanné avec CamScanner

a) Quelle est la nature de l'ensemble ($\mathcal{E}$) des points M_2 lorsque M décrit le cercle unité de centre O ? **(1pt)**

b) Caractériser l'image de ($\mathcal{E}$) par la rotation r définie en **1°/- c)** **(0,5pt)**

B-// Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = (2x-1)\sqrt{\frac{x+1}{2}}$.

1°/ Etudiez les variations de f et tracez sa courbe ($\mathcal{C}_f$) dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. Précisez les tangentes à ($\mathcal{C}_f$) aux points d'abscisses -1 et $-\frac{1}{2}$ **(1,5pt)**

2°/Soit ($\mathcal{C}'_f$) la courbe image de ($\mathcal{C}_f$) par la symétrique orthogonale par rapport $(O ; \vec{i})$. On pose $\Gamma = (\mathcal{C}_f) \cup (\mathcal{C}'_f)$. Tracez Γ dans le même repère que ($\mathcal{C}_f$). **(0,5pt)**

3°/ On considère le point A(–1; 0) et la droite Δ d'équation $x = -2$. Soit m un paramètre non nul, D la droite d'équation $y = mx$ et D**'** la droite orthogonale à D en O(0 ; 0). Les droites D et D**'** coupent Δ en P et P**'** respectivement.

Soit K le milieu du segment [P P'], la droite (AK) coupe D et D**'** en M et M**'**respectivement.

a) Déterminez les coordonnées de M et M**'** en fonction de m. **(1,5pt)**

b) On appelle Γ_1 l'ensemble des points M lorsque $m \in IR^*$ et Γ'_1celui des points M**'** lorsque $m \in IR^*$. Trouvez une relation entre Γ_1 et Γ'_1. **(0,5pt)**

Scanné avec CamScanner

BAC 2016

SÉRIES : ***TSE – STI***

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussit pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 ..... [*6 points*]

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(A ; \vec{u} ; \vec{v})$, unité graphique 1cm. On considère les points B, D et C définis par : $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{v}$ tel que $ABCD$ soit un rectangle.

1°/ Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice. **(0,5pt)**

2°/ Soit E l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$. Détermine l'affixe Z_E de E. Construis E. **(1pt)**

3°/ Détermine les nombres réels a et b tels que le point F d'affixe $Z_F = 6 - 4i$ soit le barycentre des points A, B et C affectés respectivement des coefficients a, b et 1. **(1pt)**

4°/ On considère la similitude directe $\mathcal{S}$ qui transforme A en E et B en F.

a-/ Exprime Z' en fonction de Z où Z' est l'affixe du point M' image de M par $\mathcal{S}$. **(1pt)**

b-/ Détermine le centre Ω, l'angle θ et le rapport k de la similitude $\mathcal{S}$. **(1pt)**

c-/ Détermine les images de C et D par $\mathcal{S}$. **(0,5pt)**

d-/ Calcule l'aire de l'image par $\mathcal{S}$ du rectangle $ABCD$. **(1pt)**

Exercice 2 ..... [*4 points*]

I-/ On veut entourer avec un minimum d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimensions 525m et 285m. Les arbres seront régulièrement espacés, de plus, il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle. Calcule :

1°/ La distance comprise entre deux arbres. **(0,5pt)**

2°/ Le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ. **(1pt)**

II-/ On considère l'équation (**E**) : $11x - 26y = 1$, où x et y désignent deux nombres entiers relatifs.

1°/ Vérifie que le couple $(-7 ; -3)$ est une solution de (**E**). **(0,5pt)**

TVP 🕮

Scanné avec CamScanner

2°/ Résous alors l'équation (**E**). **(1pt)**

3°/ En déduis le couple d'entiers relatifs (p, q) solution de (E) tel que : $0 \leq p \leq 25$. **(1pt)**

Problème ..... [*10 points*]

A-// A l'instant $t = 0$ (t est exprimé en heures), on injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de 2,5 unités d'une substance médicamenteuse. On suppose que la substance se répartit instantanément dans le sang et qu'elle est ensuite progressivement éliminée.

On note $Q(t)$ la quantité de substance présente dans le sang à l'instant t, exprimée en unités adaptées. On admet que le processus d'élimination peut être représenté mathématiquement par l'équation différentielle : $Q'(t) = -\beta.Q(t)$, où β est un nombre qui sera déterminé expérimentalement.

1°/ Montre qu'on a $Q(t) = 2{,}5e^{-\beta t}$. **(1pt)**

2°/ Calcule la valeur de β, sachant qu'au bout d'une heure la quantité de substance présente dans le sang a diminué de 30%. On donnera d'abord la valeur exacte puis une valeur décimale approchée à 10^{-4} près. **(1,5pt)**

3°/ Etudie le sens de variation de Q pour $t \geq 0$, détermine sa limite en $+\infty$, et trace la courbe représentative (Γ) de Q dans le plan $\mathcal{P}$. **(1,5pt)**

4°/ Au bout de combien de temps la quantité de substance présente dans le sang a-t-elle été réduite de moitié ?

On donnera la valeur exacte et une valeur décimale approchée à 10^{-2} près. **(1pt)**

B-// Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

1°/ Détermine l'ensemble de définition de f. **(0,5pt)**

2°/ Etudie les variations de f. **(1pt)**

3°/ Soit $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (unité 2cm).

Montre que $(\mathcal{C})$ admet une asymptote oblique dont précisera l'équation puis préciser la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à l'asymptote oblique. **(1,5pt)**

4°/ Montre que le point $I(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{4})$ est centre de symétrie pour $(\mathcal{C})$ **(0,75pt)**

5°/ Donne une équation de la tangente en I à $(\mathcal{C})$. **(0,5pt)**

6°/ Construis $(\mathcal{C})$ **(0,75pt)**

Scanné avec CamScanner

BAC 2017

SÉRIES : *T.SE – STI*

Exercice 1 ---------- **(5 points)**

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$, on considère les points M_n d'affixe $Z_n = (\frac{1}{2}i)^n(1+i\sqrt{3})$ où n est un entier naturel.

1°/ Exprime Z_{n+1} en fonction de Z_n puis Z_n en fonction de Z_0 et n.
2°/ Donne Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 sous forme algébrique et trigonométrique.
3°/ Place les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 (unité 4cm).
4°/ Détermine la distance OM_n en fonction de n
5°/ a) Montre que $M_nM_{n+1} = \frac{\sqrt{5}}{2^n}$.

b) On pose $L_n = \sum_{k=0}^{n} M_k M_{k+1}$ (c'est-à-dire $L_n = M_0M_1 + M_1M_2 + \ldots.. + M_nM_{n+1}$).

Détermine Ln en fonction de n puis la limite de Ln quand n tend vers $+\infty$.

6°/ Détermine une mesure de l'angle $(\vec{OM_0}, \vec{OM_n})$ en fonction de n.
7°/ Pour quelles valeurs de n les points O, M_0 et M_n sont ils alignés ?

Exercice 2 ---------- **(5 points)**

I/ Dans le plan affine, on considère le triangle ABC rectangle en A, I le milieu du segment [AB] et J le centre de gravité de ABC.

Pour tout réel m, différent de $-\frac{1}{3}$, on note G_m le barycentre du système de points pondérés : $\{(A ;1),(B ;m),(C ;2m)\}$.

Pour tout point M du plan on note $\vec{V_m} = 3\vec{MA} - \vec{MB} - 2\vec{MC}$.

1°/ Montre que G1 est le milieu du segment [CI].
2°/ Montre que les points G1, J et C sont alignés.
3°/ Montre que pour tout point M, $\vec{V_m} = -(\vec{AB} + 2\vec{AC})$
4°/ Montre que pour tout réel m distinct de $-\frac{1}{3}$, $\vec{AG_m}$ est colinéaire à $\vec{AG_{-1}}$
5°/ Montre que le triangle $IBG_{-1/2}$ est un triangle rectangle.

Scanné avec CamScanner

II/ Dans le plan affine euclidien rapporté au repère orthonormé, on considère l'application affine f définie par: $\begin{cases} x' = \frac{1}{5}(-3x+4y+4) \\ y' = \frac{1}{5}((4x+3y-2) \end{cases}$

1°/ Démontre que *f* est une isométrie.
2°/ Trouve l'ensemble des points invariants par f.
3°/ Caractérise géométriquement l'application f.

Problème ---------- (10 points)

A//. Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞[par f(*x*) = $x e^{-2x} + e^{-2x} + 1 - x$.

On appelle (C) la courbe représentative de *f*.

1°/a) Calcule la fonction dérivée de *f*.

b) Dresse le tableau de variation de *f* ' sur [0 ; +∞[

c) Dresse le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

d) Montre que (C) admet une asymptote (D) que l'on déterminera.

e) Construis (C) et (D) sur un même graphique.

2°/a)Etablis que l'équation *f*(*x*) = 0 admet sur [0 ; +∞ [une solution et une seule notée α.

b) Justifie l'encadrement : $1 \leq \alpha \leq 2$.

B//. Soit la fonction g définie sur l'intervalle J = [1 ; +∞[par g(x) = $x e^{-2x} + e^{-2x} + 1$.

1°/ Etudie les variations de g sur J puis en déduis que pour tout $x \in$ J, g(x)∈ J.

2°/ Montre que pour tout x∈ J, on a $|g'(x)| \leq \frac{3}{e^2}$.

En déduis que pour tout x∈ J, on a $|g(x) - \alpha| \leq \frac{3}{e^2}|x - \alpha|$.

3°/ Soit (U_n) la suite d'éléments de J définie par $U_n = 1$ et U_{n+1} = g(U_n) pour tout entier n positif ou nul.

a) Montre que pour tout entier n positif ou nul, on a : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{e^2}|U_n - \alpha|$.

b) En déduis que pour tout entier n positif ou nul, on a $|U_n - \alpha| \leq (\frac{3}{e^2})^n$.

c) Détermine la limite de la suite (U_n).

d) détermine un entier p pour lequel on est sur d'avoir $|U_p - \alpha| \leq (10^{-3}$.

Calcule U_p à 10^{-3}

Scanné avec CamScanner

BAC 2018

SÉRIE: T.S.E - S.T.I **SESSION : Juin 2018**

Exercice 1 : .....(6 Points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$ (unité grahique 1 cm).

On considère dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation (E) d'inconnue z suivante :

$$z^3+(-8+i)z^2+(17-8i)z+17i=0$$

. Partie A:

1. Montre que −i est solution de (E).
2. Détermine les nombres réels a, b, c tels que;

$z^3+(-8+i)z^2+(17-8i)z+17i=(z+i)(az^2+bz+c)$

3. Résous l'équation (E) dans l'ensemble des nombres complexes.

Partie B:

On appelle A, B et C les points d'affixes respectives 4+i ; 4−i ; −i

1. Place les points sur une figure que l'on complétera dans la suite de l'exercice.
2. Soit r l'application du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que z'=iz−2i+2. Le point Ω est le point d'affixe 2. On appelle S l'image de A par r. Calcule l'affixe s de S.
3. Démontre que les points B, A, S, C appartiennent à un même cercle C dont on déterminera le centre et le rayon. Trace C.
4. Á tout point M d'affixe z≠2, on associe le point M' d'affixe : z'=iz+10 −2i z−2.

a. Détermine les affixes des points A', B', C'associés respectivement aux points A, B et C.

b. Vérifier que A', B', C' appartiennent à un cercle C' de centre P, d'affixe i. Détermine son rayon et trace C'.

c. Pour tout nombre complexe z≠2, exprime $|z'-i|$ en fonction de z.

d. Soit M un point d'affixe z appartenant au cercle C. Démontre que $|z'-1|=2\sqrt{5}$.

e. En déduis à quel ensemble appartiennent les points M' associés aux points du cercle C.

Exercice 2 : ..... (4 points)

I. On considère l'équation (E) : 8x+5y=1, où (x, y) est un couple de nombres entiers relatifs.

1. a. Donne une solution particulière de l'équation (E).

b. Résous l'équation (E).

2. Soit N un entier naturel tel qu'il existe un couple (a, b) de nombres entiers vérifiant :

$$\begin{cases} N=8a+1 \\ N=5b+2 \end{cases}$$

a.Montre que le couple (a , −b) est solution de (E).

b. Quel est le reste, dans la division de N par 40?

3. a. Résous l'équation 8x+5y =100, où (x, y) est un couple de nombres entiers relatifs.

b. Au VIIIe siècle, un groupe composé d'hommes et de femmes a dépensé 100 pièces de monnaie dans une auberge. 1

Les hommes ont dépensé 8 pièces chacun et les femmes 5 pièces chacune.

Combien pouvait il y avoir d'hommes et de femmes dans le groupe?

Scanné avec CamScanner

II. On se propose de résoudre l'équation différentielle : $y'-2y=\dfrac{-2}{1+e^{-2x}}$ (E).

1. Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et f la fonction définie par : $f(x)=e^{2x}g(x)$.

   Montre que f est solution de (E) si, et seulement si $g'(x)=\dfrac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$.

2. En déduis toutes les solutions de (E).

Problème : .....(10 points)

I. On définit la fonction g sur l'intervalle] 1 ; +∞[par : $g(x)=2x-(x-1)\ln(x-1)$ A. On admet le résultat suivant : $\lim\limits_{x\to 0} x\ln x=0$. En déduis la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers 1.

B. Calcule g'(x) pour tout x appartenant à l'intervalle] 1 ; +∞[.

C. Résous l'inéquation : $1-\ln(x-1)>0$, d'inconnue x appartenant à l'intervalle] 1 ; +∞[.

D. Étudie le sens de variation de g sur l'intervalle] 1 ; +∞[.

E. Montre que l'équation g (x) =0 une solution unique notée α , dans l'intervalle [e+1 ; e^3+1] puis étudie le signe de g(x) sur l'intervalle] 1 ; +∞[.

II. Soit φ la fonction définie sur l'intervalle] 1 ; +∞[par φ (x) = $\dfrac{\ln(x^2-1)}{x}$.

A. Détermine $\lim\limits_{x\to 0}\varphi(x)$ et prouve que $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=0$.

B. Calcule φ ' (x) et montre que φ '(x) est du signe de g(x^2) sur l'intervalle] 1 ; +∞[.

C. Montre que φ est croissante sur l'intervalle] 1; $\sqrt{\alpha}$] et décroissant sur [$\sqrt{\alpha}$; +∞[.

B. On définit la fonction f sur l'intervalle]0 ; +∞[par $f(x)=\dfrac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$.

1. Vérifie que, pour tout x appartenant à l''intervalle]0 ; +∞[, on a $f(x)=\varphi(e^x)$.

2. En déduis :

a. la limite de f (x) lorsque x tend vers 0;

b. la limite de f (x) lorsque x tend vers +∞;

c. le sens de variation de f sur l'intervalle et le fait que f admet un maximum en $\ln(\sqrt{\alpha})$.

3. Montre que, pour tout x de l'intervalle]0 ; +∞[$f(x)\le\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$.

4. Réproduis et compléte le tableau suivant en donnant des valeurs approchées à 10^{-2} près.

x	0,1	0,5	1	1,5	2	3
$f(x)$						

Représente graphiquement f dans un repère orthogonal, d'unités 5cm en abscisse, 10 cm en ordonnée. On prendra 10 comme valeur approchée de α.

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation Nationale	**République du Mali**
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation	**Un Peuple-Un But-Une Foi**
EXAMEN : Baccalauréat malien	BAC 2019
Série: TSE-STI	SESSION : Août 2019
Épreuve: Mathématiques — Durée: 4 heures	Coefficient: 4

Exercice 1…… (6 pts)

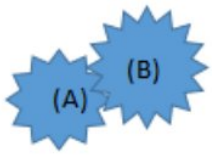
Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique: 5cm), on considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 1+i$ et $z_B = -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$.

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1.

1. Donne la forme trigonométrique de z_A et celle de z_B.
2. Dans la suite de l'exercice, M désigne un point de (C) d'affixe $e^{i\alpha}$, $\alpha \in [0;2\pi[$. On considère l'application f qui à tout point M de (C), associe $f(M) = MA \times MB$.
   a. Montre, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, l'égalité suivante : $e^{i2\alpha} - 1 = 2ie^{i\alpha}\sin\alpha$.
   b. Montre l'égalité suivante: $f(M) = \left| e^{i2\alpha} - 1 - \left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i\right)e^{i\alpha} \right|$.
   c. En déduis l'égalité suivante: $f(M) = \sqrt{\frac{1}{4}+\left(-\frac{3}{2}+2\sin\alpha\right)^2}$.
3. a. En utilisant 2.c., montre qu'il existe deux points M de (C), dont on donnera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ est minimal. Donne cette valeur minimale.
   b. En utilisant 2.c., montre qu'il existe un seul point M de (C), dont on donnera les coordonnées, pour lequel $f(M)$ est maximal. Donne cette valeur maximale.

Exercice2…… (4 pts)

I. Une roue d'engrenage (A) a douze dents.



a. Elle est en contact avec une roue (B) de 18 dents. Au bout de combien de tours de chacune d'elles seront-elles de nouveau, et pour la première fois, dans la même position ?
b. (A) est maintenant en contact avec une roue dentée (C), ayant plus de 12 dents. Après 10 tours de (A), les deux roux sont, de nouveau pour la première fois, dans la même position.
Détermine le nombre de dents de la roue (C).

Scanné avec CamScanner

II. On considère un triangle ABC du plan.

1. a. Détermine et construis le point G, barycentre de $\{(A;1);(B;-1);(C;1)\}$.

   b. Détermine et construis le point G', barycentre de $\{(A;1);(B;5);(C;-2)\}$.

2. a. Soit J le milieu de $[AB]$.

Exprime $\overrightarrow{GG'}$ et $\overrightarrow{JG'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et en déduis l'intersection des droites (GG') et (AB).

b. Montre que le barycentre I de $\{(B;2);(C;-1)\}$ appartient à (GG').

3. Soit D un point quelconque du plan. Soient O le milieu de $[CD]$ et K le milieu de $[OA]$.

Détermine trois réels a, d et c tels que K soit barycentre de $\{(A;a);(D;d);(C;c)\}$.

Problème…….. (10 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

L'unité graphique est 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2+\cos x)e^{1-x}$.

On note C la courbe représentative de f dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. Montre que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x)>0$.

2. a. Montre que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos x+\sin x$.

   b. En déduis que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $2+\cos x+\sin x>0$.

   c. Montre que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

3. a. Montre que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $e^{1-x}\le f(x)\le 3e^{1-x}$.

   b. En déduis les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

   c. Interprète géométriquement le résultat obtenu lors du calcul de la limite de f en $+\infty$.

4. a. Montre que, sur l'intervalle $[0;\pi]$, l'équation $f(x)=3$ admet une solution unique α.

   b. Donne un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

Scanné avec CamScanner

5. Représente la courbe C sur $[0;4]$.

Partie B

On veut calculer l'aire A , exprimée en unités d'aire, du domaine limité par la courbe C, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=1$.

1. Montre que $A = 2e-2+\int_0^1 \left(e^{1-t}\cos t\right)dt$.
2. On pose $I=\int_0^1 \left(e^{1-t}\cos t\right)dt$ et $J=\int_0^1 \left(e^{1-t}\sin t\right)dt$.
   a. Àl'aide de deux intégrations par parties, montre que :
   $I=e-J-\cos 1$ et $J=1-\sin 1$.
   b. En déduis la valeur de I .
3. Détermine la valeur exacte de A en unités d'aire, puis donne une valeur approchée de A à 10^{-2} près par défaut.

Partie C

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=-1-\dfrac{\sin x}{2+\cos x}$.

1. a. Montre que la fonction h admet des primitives sur $\mathbb{R}$.

   b. Calcule la primitive H de la fonction h, qui prend en 0 la valeur $(1+\ln 3)$.

2. a. Détermine $\ln\left(f(x)\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

   b. Etudie le sens de variation de la fonction H .

   c. Détermine le tableau de variation de H .

3. On appelle Γ la courbe représentative de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $x\mapsto 1-x+\ln(2+\cos x)$. On ne demande pas de représenter Γ . On appelle Δ la droite d'équation $y=-x+1$.

a. Etudie la position relative de Γ et de Δ .

   b. Détermine les abscisses des points communs à Γ et Δ .

4. a. Etablis une équation de la tangente T à Γ au point d'abscisse 0 .

   b. Etudie la position relative de Γ et T .

5. Montre que la courbe Γ est contenue dans une bande du plan limité par deux droites parallèles dont on donnera des équations.

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation Nationale	**République du Mali**
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation	**Un Peuple-Un But-Une Foi**
EXAMEN : Baccalauréat Général	BAC 2020
Série: Terminale Sciences Exactes (**TSE**) et Sciences et Technologie Industrielle (**STI**)	SESSION : Septembre 2020
Épreuve: Mathématiques — Durée: 4 heures	Coefficient: 4

Exercice 1……(5 pts)

On désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A = 2 - i$ et $z_B = -2i$, et pour tout nombre complexe z différent de z_B, on pose $Z = \dfrac{z - z_A}{z - z_B}$.

1. Détermine, dans chaque cas, l'ensemble des points $M(z)$ tel que :
   a. Z soit un réel ;
   b. Z soit un imaginaire pur (éventuellement nul) ;
   c. Z soit de module 1.
2. Calcule $|Z-1| \times |z - z_B|$ et en déduis que, lorsque $M(z)$ parcourt le cercle de centre B et de rayon R, les points d'affixes Z sont tous situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2……(5 pts)

1. Démontre que pour tout entier naturel n, $2^{3n} - 1$ est un multiple de7. En déduis que $2^{3n+1} - 2$ et $3^{3n+2} - 4$ sont des multiples de 7.
2. Détermine les restes de la division par 7 des puissances de 2.
3. Pour tout $p \in \mathbb{N}$, on considère le nombre $A_p = 2^p + 2^{2p} + 2^{3p}$.
   a. Si $p = 3n$, quel est le reste de la division de A_p par 7 ?
   b. Démontre que si $p = 3n+1$ alors A_p est divisible par 7.
   c. Etudie le cas où $p = 3n+2$.

Problème……(10 pts)

Les parties A et B sont indépendantes.

$A)$ Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f : x \mapsto f(x) = \ln\left(e^{2x} + 2e^{-x}\right)$.

On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$, unité graphique: $2cm$.

1. Montre que pour tout réel x positif : $f(x) = 2x + \ln\left(1 + 2e^{-3x}\right)$.
2. a. Etudie la limite de f en $+\infty$.
   b. Montre que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote à (C), quand x tend vers $+\infty$.
   c. Etudie la position de (C) et (D).

Scanné avec CamScanner

3. Etudie les variations de f .

4. Trace (C) et (D).

5. Montre que, pour tout réel α , $\alpha > 0$: $\int_0^{\alpha} e^{-3x} dx \leq \frac{1}{3}$.

6. Etablis que, pour tout réel u , $u \geq 0$: $\ln(1+u) \leq u$.

7. En déduis que, pour tout réel α , $\alpha > 0$: $\int_0^{\alpha} \ln\left(1+2e^{-3x}\right) dx \leq \frac{2}{3}$.

8. Soit $A(\alpha)$ l'aire, exprimée en cm^2 , du domaine limité par les droites d'équations $x = 0$; $x = \alpha$; $y = 2x$ et la courbe (C) .

En déduis des questions précédentes une majoration de $A(\alpha)$ par un nombre indépendant de α .

B) 1. Etudie les variations de la fonction h définie dans l'intervalle $[2;4]$ par : $h : x \mapsto h(x) = 2 - x + \ln x$; en déduis que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique β .

2. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2 + \ln u_n$.

Montre que l'image de l'intervalle $[2;4]$ par la fonction $g : x \mapsto 2 + \ln x$ est incluse dans l'intervalle $[2;4]$.

3. Montre en utilisant l'inégalité des accroissements finis que pour tout entier naturel n : $|u_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{2}|u_n - \beta|$.

4. En utilisant un raisonnement par récurrence, prouve que pour tout entier naturel n : $|u_n - \beta| \leq 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

5. En déduis que (u_n) est convergente.

6. Détermine un entier N tel que $|u_N - \beta| \leq 10^{-4}$.

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation Nationale	**République du Mali**
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation	**Un Peuple-Un But-Une Foi**
EXAMEN : Baccalauréat Général	BAC 2021
Série: Terminale Sciences Exactes (**TSE**) et Sciences et Technologie Industrielle (**STI**)	SESSION : Août 2021
Épreuve: Mathématiques — Durée: 4 heures	Coefficient: 4

Exercice 1……..(6 pts)

Soit la fonction polynôme p de l'ensemble $\mathbb{C}$, des nombres complexes, dans $\mathbb{C}$ définie pour tout nombre complexe z par : $p(z)=z^3-(7+9i)z^2+(-14+39i)z+50$.

1. Démontre que la fonction polynôme p admet une racine imaginaire pure notée z_0.

2. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z)=0$. On note z_1 et z_2 les solutions non imaginaires pures avec $\mathrm{Re}(z_1)\prec\mathrm{Re}(z_2)$.

3. Dans le plan complexe muni du repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives z_0, z_1 et z_2.

a. Détermine l'affixe z_G du point G barycentre du système $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$ puis écris z_G sous la forme exponentielle.

b. Détermine puis construis l'ensemble (E) des points M du plan tels que :
$MA^2-MB^2+MC^2=4$.

c. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCG$?

Exercice 2……..(5 pts)

A. On désigne par x un entier naturel supérieur ou égal à 5.

Soient les entiers naturels N et N' qui s'écrivent respectivement $\overline{100x}$ et $\overline{x001}$ dans le système de base $x+1$.

1. Ecris N et N' dans le système de base x.

2. Ecrie $N+N'$ dans le système de base $x+1$.

Déduis-en que $N+N'$ est un multiple de $x+1$.

3. Donne, dans le système de base x, le quotient q de la division euclidienne de $N+N'$ par $x+1$.

4. Montre qu'il existe deux entiers naturels a et b tels que : $\overline{ab}^x\times\overline{aaa}^x=q$.

Scanné avec CamScanner

B. Détermine tous les couples (α,β) d'entiers naturels non nuls vérifiant :

$PGCD(\alpha,\beta)+PPCM(\alpha,\beta)=\beta+9$.

Problème……..(9 pts)

Partie A

Soit la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g: x\mapsto g(x)=x-1-x\ln x$.

1. Détermine l'ensemble de définition D_g de g puis calcule les limites de g aux bornes de D_g.

2. g' désigne la fonction dérivée de la fonction g.

   a. Détermine g' puis étudie le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x.

   b. Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variations.

   c. Déduis-en le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$ d'unité graphique : $2cm$. (C) désigne la représentation graphique de la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$f: x\mapsto f(x)=|x^2-1|+\ln|x-1|$, si $x\leq 0$ et $f: x\mapsto f(x)=\dfrac{\ln x}{x-1}$, si $x\succ 0$.

1. D_f désigne l'ensemble de définition de la fonction f.

   a. Détermine D_f.

   b. Calcule les limites de f aux bornes de D_f.

2. Etude de f en -1 :

   a. étudie la continuité et la dérivabilité de f en -1.

   b. donne une interprétation graphique des résultats obtenus.

3. Détermination de la fonction dérivée, notée f', de la fonction f.

   a. Calcule $f'(x)$, pour $x\leq 0$

   b. Montre que : $\forall x\in D_f\cap\mathbb{R}_+^*, f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x-1)^2}$.

   c. Donne le sens de variation de f puis dresse son tableau de variations.

4. Construction de la représentation graphique de f :

Scanné avec CamScanner

a. précise les branches infinies de (C).

b. trace (C).

Partie C

1. Montre que la fonction $H : x \mapsto -x + (x-1)\ln|x-1|$ est une primitive sur $]-\infty, 1[$ de la fonction $h : x \mapsto \ln|x-1|$.

2. Calcule l'aire A , en cm^2 , de la partie du plan définie par : $\begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$.

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation Nationale	**République du Mali**
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation	**Un Peuple-Un But-Une Foi**
EXAMEN : Baccalauréat Général	BAC 2022
Série: Terminale Sciences Exactes (**TSE**) et Sciences et Technologie Industrielle (**STI**)	SESSION : Juillet 2022
Épreuve: Mathématiques — Durée: 4 heures	Coefficient: 4

Exercice 1……(5 pts)

1. Démontre que pour tout entier naturel n, $3^{6n+2}+3^{3n+1}+1$ est divisible par 13.

2. Détermine le chiffre des unités du nombre 17^{97} écrit dans le système décimal.

3. Détermine les entiers naturels a et b $(a \prec b)$ tels que : $\begin{cases} a \times b = 1734 \\ a \wedge b = 17 \end{cases}$.

4. a. Résous, dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation : $17x-13y=4$.

b. La division euclidienne d'un entier naturel N par 13 donne pour reste 5. Le même entier divisé par 17 donne pour reste 1.

Quel sera son reste dans la division euclidienne par 221?

Exercice 2……(5 pts)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. On appelle A, B et C les points d'affixes respectives : $z_A=-1+3i$, $z_B=-2$ et $z_C=-\dfrac{3-3i}{2}$.

Soit f l'application du plan privé de A dans le plan qui, à tout point M d'affixe z distinct de z_A, associe le point M' d'affixe z' définie par : $z'=\dfrac{z+2}{z+1-3i}$.

1. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2-3iz-2=0$.

2. Détermine les affixes des points invariants par f.

3. Détermine l'ensemble des points M tels que M' appartienne au cercle de centre O et de rayon 1.

4. En posant $z=x+iy$, détermine $\mathrm{Im}(z')$ en fonction de x et y. Déduis-en l'ensemble des points M tels que M' appartienne à l'axe des abscisses.

5. a. Montre que pour tout $z \neq -1+3i$, on ait l'équivalence :

$$\frac{z+2}{z+1-3i}=-\frac{\overline{z}+2}{\overline{z}+1+3i} \Leftrightarrow (z-z_C)\left(\overline{z-z_C}\right)=\frac{5}{2}.$$

b. Déduis-en l'ensemble des points M tels que M' ait une affixe imaginaire pure.

Scanné avec CamScanner

Problème……(10 pts)

I. Soit la fonction f définie sur $[0;\pi]$ par : $f : x \mapsto f(x) = \dfrac{2+\cos x}{2-\cos x}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 Etudie les variations de f.

b. Démontre que f est une bijection de $[0;\pi]$ sur un sous-ensemble E de $\mathbb{R}$ que l'on précisera.

c. Construis (C).

II. Soit A, B, C trois points du plan P tels que $AB = AC = 5$ unités ; $BC = 6$ unités.

1. Construis le triangle ABC puis calcule $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

2. Construis le barycentre G des points pondérés $(A,2)$; $(B,3)$ et $(C,3)$ puis calcule GA.

3. Soit h l'application de $P \to \mathbb{R}$

$$M \mapsto h(M) = 2\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}.$$

a. Exprime $f(M)$ en fonction de $f(G)$ et MG.

b. Calcule $f(A)$ et $f(G)$.

c. Détermine puis construis l'ensemble (E) des points tels que $f(M) = f(A)$.

d. E et F sont deux points distincts du plan. Détermine puis construis l'ensemble (Γ) des points tel que $\dfrac{ME}{MF} = \dfrac{3}{2}$.

Scanné avec CamScanner

Ministère de l'Éducation Nationale	République du Mali
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation	Un Peuple-Un But-Une Foi
EXAMEN : Baccalauréat Général	BAC 2023
Série: Terminale Sciences Exactes (**TSE**) et Sciences et Technologie Industrielle (**STI**)	SESSION : Juin 2023
Épreuve: Mathématiques — Durée: 4 heures	Coefficient: 4

Exercice 1……..5 pts

I. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on donne les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 2+2i$ et $z_B = \left(1+\sqrt{3}\right)+i\left(3+\sqrt{3}\right)$.

1. Ecris le nombre complexe $\frac{z_A}{z_B}$ sous sa forme algébrique.

2. a. Calcule les distances OA et AB.

b. Compare $4+2\sqrt{3}$ et $\left(1+\sqrt{3}\right)^2$ puis calcule la distance OB.

c. Détermine en radian, la mesure principale de $\left(\vec{u},\overrightarrow{OA}\right)$ puis celle de $\left(\vec{u},\overrightarrow{OB}\right)$. Déduis-en une mesure en radians de l'angle $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$.

3. En utilisant les questions précédentes, donne les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et de $\sin\frac{\pi}{12}$.

4. a. Détermine l'affixe du point D image de A par la rotation de centre O et d'angle $\alpha = 2\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$.

b. Quelle est la nature du quadrilatère $OABD$? Justifie ta réponse.

Pour la construction de la figure, prends $\sqrt{3} \simeq 1,7$.

II. A l' occasion d'une fête, le gouvernement a renoncé à certaines taxes sur le bétail. Un marchand d'oviné, ayant bénéficié de la subvention, a vendu tous ses animaux (des moutons et des chèvres) faisant ainsi une recette de 1000000 de CFA. Chaque mouton coutait 80000 CFA tandis que la chèvre faisait 50000 CFA. Sachant que le marchant avait plus de chèvres que de moutons, détermine le nombre de moutons et le nombre de chèvres qu'avait vendu ce marchand.

Exercice 2……5 pts

On considère dans le plan, un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 2a$ et $AC = a$ où a est un réel strictement positif donné.

1. a. Détermine et construis le barycentre G des points pondérés $(A,1)$; $(B,-1)$ et $(C,1)$.

b. Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$.

Scanné avec CamScanner

2. Soit H le point du plan défini par : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

a. Démontre que le point H est le barycentre des points pondérés $(A,3)$; $(B,1)$ et $(C,-2)$.

b. Pour tout réel k , on désigne par E_k l'ensemble des points M du plan tels que : $3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = ka^2$. Pour quelle valeur de k , E_k contient-il le point C ?

c. Détermine et construis l'ensemble (Γ') des points M du plan tels que : $3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = 8a^2$.

Problème……10 pts

A. La fonction numérique f de la variable réelle x, est définie sur IR_+^* par $f : x \mapsto f(x) = x - 2 + \frac{1}{2}\ln x$.

1. a. Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b. Etudie le sens de variations de f puis dresse son tableau de variations.

2. a. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet dans IR_+^* une solution unique l et $l \in]1,2[$.

b. Etudie le signe de $f(x)$ lorsque x décrit IR_+^*.

B. On se propose dans cette partie de calculer une valeur approchée de l à 10^{-2} près.

1. Soit φ la fonction définie sur $[1,2]$ par $\varphi : x \mapsto \varphi(x) = 2 - \frac{1}{2}\ln x$.

a. Etudie les variations de φ. Prouve que l'image par φ de l'intervalle $[1,2]$ est un intervalle contenu dans $[1,2]$.

b. Montre que l est l'unique solution de l'équation : $\varphi(x) = x$.

2. On considère alors la suite u définie sur IN : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \varphi(u_n), \forall n \in IN \end{cases}$.

a. Démontre que, pour tout entier naturel n, on a : $1 \le u_n \le 2$.

b. Prouve que, pour tout nombre réel x de $[1,2]$, on a : $|\varphi'(x)| \le \frac{1}{2}$.

c. Déduis-en que, pour tout entier naturel n, on a : $|u_{n+1} - l| \le \frac{1}{2}|u_n - l|$.

d. Montre que la suite u converge vers l.

e. Détermine un entier naturel n_0 tel que u_{n_0} soit une valeur approchée à 10^{-2} près de l.

Scanné avec CamScanner

Donne un encadrement de u_{n_0} d'amplitude 10^{-2}.

C. La fonction g est définie sur $[0,1]$ par : $\begin{cases} g(0)=0 \\ g(x)=-\frac{7}{8}x^2+x-\frac{1}{4}x^2\ln x \ \ pour\ 0\prec x\leq 1 \end{cases}$.

a. Etudie la dérivabilité de g en 0.

b. Calcule $g'(x)$ pour $x\neq 0$ puis vérifie que $g'(x)=xf\left(\frac{1}{x}\right)\ \ pour\ 0\prec x\leq 1$.

c. Déduis-en le signe de $g'(x)$ lorsque x décrit $]0,1]$.

Dresse le tableau de variations de la fonction g.

D. Dans cette partie l'objectif est le tracé de la courbe représentative (C) de la fonction g dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$, unité graphique $10\ cm$.

1. a. Montre qu'une équation de la tangente (d) à la courbe (C) de g en son point d'abscisse nulle est $y=x$.

b. Détermine les coordonnées des points d'intersection de la courbe (C) et de la droite (d).

c. Etudie la position relative de (C) et (d).

d. Soit α la fonction définie sur $\left[0,e^{-\frac{7}{2}}\right]$ par $\alpha(x)=g(x)-x$.

Etudie le sens de variations de la fonction α et déduis-en que pour tout réel x de l'intervalle $\left[0,e^{-\frac{7}{2}}\right]$ on a : $0\leq\alpha(x)\leq 5.10^{-5}$.

Sachant que l'épaisseur d'un trait de crayon est de l'ordre du dixième de millimètre, est-il possible de distinguer, sur l'intervalle $\left[0,e^{-\frac{7}{2}}\right]$ la courbe (C) et la droite (d) ?

2. Soit (Γ) la courbe représentative de la fonction β définie sur $[0,1]$ par : $\beta(x)=-\frac{7}{8}x^2+x$.

a. Montre que la droite (d) est la tangente à la courbe (Γ) en son point d'abscisse nulle.

b. Etudie la position relative de (C) et de (Γ).

c. Trace, sur un même graphique (d), (Γ) et (C).

Scanné avec CamScanner