Recueils de Sujets et Corrigés de Mathématiques

MATHS

Baccalauréat malien

(2000-2022)

MATHS

Auteur: Issa Mallé / 76 14 60 91

email : issamalle584@gmail.com

Adresse : Kalabancoro / Kabala-Est (Niamacoro courani)

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Je te

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juin. 1995*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

Exercice1

1- f est la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

D est le domaine plan limité par la courbe ($\mathcal{C}$) de f, la droite des abscisses , les droites d'équations x = 1 et x = e .
L'unité graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé est 3cm .
a)Représenter D
b)Calculer l'aire de D en cm^2.
2)Pour tout naturel n on pose : $I_n = \int_0^1 t^n e^t \, dt$

a) A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$,

$$I_n = e - nI_{n-1}$$

b) Calculer I_0 puis I_1, I_2, I_3.

Exercice2

A/ 1- Déterminer les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^4 = (2+3i)^4$
Construire leurs images dans le plan complexe .
2-On désigne par A,B,C les points du plan complexe d'affixe

$$z_0 = 3 \; ; \quad z_1 = 2 - i \quad et \quad z_2 = -1 - i$$

a) Déterminer les coordonnées du barycentre G des points pondérés :

(A,-1) ; (B,1) ; (C , 1).

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

$MB^2 + MC^2 - MA^2 = 1$.

B/ Soit A', B', C' les images respectives des points A , B , et C par la transformation f du plan . Comparer les angles $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ Dans chacun des cas suivants :
- f est une homothétie de rapport -2 de centre quelconque .
- f est une symétrie orthogonale d'axe quelconque .

On construira la figure pour mieux visualiser les angles .

PROBLEME

Le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x)$ et de construire sa courbe représentative ($\mathcal{C}_f$) ,

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

ce qui fait l'objet de la partie A ; puis de décrire un procédé d'approximation du nombre pour lequel f atteint un minimum , ce qui fait l'objet de la partie B .

A/ 1) On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 + \ln x - 2$

a) Etudier le sens de variation de g et ses limites aux bornes de l'intervalle de définition .

b) En déduire que l'équation g(x) = 0 admet une solution et une seule et que $1{,}30 \leq \alpha \leq 1{,}35$

c)Etudier le signe de g(x) .

2) a) Etudier les limites de f aux bornes de son intervalle de définition .

b) Exprimer f'(x) à l'aide de g(x) .En déduire le sens de variation de f .

3) Le plan est rapporté au repère orthonormé (O ,i ,j) d'unité graphique 2cm .

a) Démontrer que la droite Δ d'équation y = x est asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

b) Déterminer le point d'intersection B de $(\mathcal{C}_f)$ et de Δ ; préciser la positon de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à Δ .

c) Construire $(\mathcal{C}_f)$ et Δ en précisant la tangente en B à $(\mathcal{C}_f)$.

4) Pour tout réel t $\geq$e , calculer l'aire A(t) de la portion du plan comprise entre $(\mathcal{C}_f)$ et Δ et les droites d'équations x = e et x = t .

B/ Approximation de α

1- a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 est équivalente à l'équation h(x) = x où h est la fonction définie sur $I = [\,1{,}30\ ;\ 1{,}35\,]$ par h(x) = $\sqrt{2 - \ln x}$.

b) justifier la décroissance de h sur I et montrer que pour tout x de I , h(x) appartient à I .

c) Prouver que pour tout x élément de I , $\frac{-1}{3} \leq h'(x) \leq 0$.

En déduire que pour tout x de I , $|h'(x)| \leq \frac{1}{3}$

d)Démontrer à l'aide de l'inégalité des accroissements finis que pour tout élément de I , $|h(x) - \alpha| \leq \frac{1}{3}|x - \alpha|$.

3-soit (U_n) la suite d'éléments de I définie par la relation de récurrence U_{n+1} = h (U_n) et la condition initiale U_0 = 1,30 .

a) Démontrer à l'aide de l'inégalité des accroissements finis que pour tout entier naturel n, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{3}|U_n - \alpha|$.

b) En déduire que pour tout entier naturel n , $|U_n - \alpha| \leq \frac{5}{100}(\frac{1}{3})^n$

c) Déterminer la limite de la suite (U_n) .

d) Préciser un entier n_0 tel que $|U_{n_0} - \alpha| \leq 10^{-6}$.Que représente U_{n_0} pour α ?

Donner la valeur de U_{n_0} et une valeur décimale approchée à 10^{-6} près de α.

On donne :

$\sqrt{2 - \ln U_7} = 1{,}314096106; \sqrt{2 - \ln U_8} = 1{,}314097007; \sqrt{2 - \ln U_9} = 1{,}314096746; \sqrt{2 - \ln U_{10}} = 1{,}314096821$

$\sqrt{2 - \ln U_{11}} = 1{,}3140968$.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juin. 1996*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 : (5 points)

Soit m un nombre entier

1. Montrer que l'équation : (x,y)ϵ $\mathbb{Z}^2$, $6y - 3x = m$. Admet des solutions si et seulement si m est multiple de 3.
2. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ les équations :
   a) $6y - 3x = 5$
   b) $6y - 3x = 3$
3. Déduire de ce qui précède les solutions dans $\mathbb{Z}^2$ de l'équation :
   $(6y - 3x - 4)(6y - 3x + 4) = 1$

EXERCICE 2 : (5points)

1. Calculer $\int_0^1 e^x dx$
2. Soit f, l'application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par :
   $f(z) = z^4 - \sqrt{2}z^3 - 4\sqrt{2}z - 16$
   a) Trouver les deux réels a et b tels que pour tout nombre complexe z on ait :
   $f(z) = (z^2 + 4)(z^2 + az + b)$
   b) En déduire l'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation f (z) = 0

c) Placer dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{u};\vec{v}$) les images A, B, C, D des solutions de l'équation précédente, puis montrer que ces points sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

PROBLEME : (10points)

Les parties A) et B) du problème sont indépendantes.

A) Dans le plan orienté, on considère un carré direct ABCD de centre O,

tel que : $(\vec{OA},\vec{OB}) = \frac{\pi}{2}$

Soit P un point du segment [BC], distinct de B. On note Q le point d'intersection de (AP) avec (CD). La perpendiculaire (d) à (AP) passant par A coupe (BC) en R et (CD) en S.

1. Faire une figure en prenant BC= 3cm, BP = 1cm et en plaçant (BC) horizontalement sur la feuille.
2. Soit **r** la rotation de centre **A** et d'angle $\frac{\pi}{2}$
   a) Préciser l'image de la droite (BC) par **r**.
   b) Déterminer les images de R et P par **r**.
   c) Quelle est la nature des triangles RAQ et PAS ?

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire,
Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juillet. 1997*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE I : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = 1+\ln(1+x)$.
On note $(\mathcal{C})$ la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 3cm.

1–a) - Etudier le sens de variation de f

b)- Donner une équation de la tangente (Δ) à la courbe $(\mathcal{C})$ en son point d'abscisse 0.

c)- Construire $(\mathcal{C})$ et (Δ).

2- En étudiant la fonction numérique g définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = x - f(x)$,
démontrer que l'équation $x = f(x)$ a une solution unique α et que $\alpha \in [2;3]$.

EXERCICE II : (4points)

Dans le plan P on considère trois points A, B, et C. Soit **s** la réflexion d'axe (AC) qui transforme B en D et soit **f** l'application affine de P dans P telle que :

$f(A) = A$; $f(B) = C$ et $f(C) = D$.

1) On pose: $\mathbf{g = s \circ f}$

a) Déterminer l'image par g des points A, B, C et celle du milieu **I** de [BC]

b) Etablir g est une symétrie dont on précisera l'axe (**d**) et la direction.

c) Exprimer f en fonction de **g** et **S.** En déduire une construction géométrique de l'image M' d'un point M de P par f **.**

2) Comment faut-il choisir A, B, et C pour que f soit une isométrie ?.
Explicitez alors cette isométrie.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

PROBLEME : (12 points)

Dans ce problème, n est un entier naturel différent de zéro et on considère la famille de fonctions f_n définies sur [0; +∞ [comme suit :

$$\begin{cases} f_n(x)=x^n \ln(1+\frac{1}{x}) \\ f_n(0)=0 \end{cases}$$

Pour les représentations graphiques, le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm, et on note $(\mathcal{C}_n)$ la courbe représentative de la fonction f_n.

A- Dans cette première partie, on se propose d'étudier la fonction f_1.

1- a) – Etudier la continuité de f_1 en 0 et son comportement en **+ ∞.**

b) – Etudier le comportement du rapport $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers 0.

Que peut-on conclure pour la fonction f_1 et la courbe $(\mathcal{C}_1)$?

2- a) – Justifier la dérivabilité f_1 sur]0, +∞[. Calculer $f_1'(x)$ puis $f_1''(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à]0, +∞[.

b) – Etudier successivement les variations de f_1' et de f_1 et dresser le tableau de variation de f_1.

3- Tracer la courbe $(\mathcal{C}_1)$, son asymptote et la tangente au point O.

B– La seconde partie est consacrée à l'étude des fonctions f_n lorsque n ≥ 2.

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f_n en 0 puis le comportement de f_n en +∞.
2. **a)** Justifier la dérivabilité de f_n sur]0, +∞ [.

   Tuyau

   Démontrer que : $f_n'(x) = x^{n-1} g_n(x)$ où g_n est une fonction définie sur]0, +∞[que l'on déterminera.

   b) Etudier les variations de g_n et en déduire le signe de $g_n(x)$.

   c) Dresser le tableau de f_n

C– La troisième partie porte sur les courbes $(\mathcal{C}_n)$ lorsque n ≥ 2.

1. Quelle est la tangente à $(\mathcal{C}_n)$ en O origine du repère ?

2. Etudier la position relative de $(\mathcal{C}_n)$ et $(\mathcal{C}_{n+1})$ pour n ≥2.Quelle est la position de$(\mathcal{C}_1)$ par rapport à toutes les courbes $(\mathcal{C}_n)$?

3. **a)** Déterminer $\lim_{x\to+\infty}\left[x^2 \ln(1+\frac{1}{x})-(x-\frac{1}{2})\right]$. Que peut-on en conclure pour $(\mathcal{C}_2)$?

   b) On précisera la position de $(\mathcal{C}_2)$ par rapport à la droite d'équation $y = x - \frac{1}{2}$

4. Tracer $(\mathcal{C}_2)$ et $(\mathcal{C}_3)$ dans le même repère que $(\mathcal{C}_1)$.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juillet. 1998*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 : (6 points)

1°)- Démontrer que, quelque soit l'entier naturel n, on a

$$3^{2n+3}+2^{n+3}\equiv 0[7]$$

2°)- Résoudre dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$, l'équation :

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

3°)- Résoudre le système :

(a, b) ϵ $\mathbb{N}^*$ **x** $\mathbb{N}^*$ $\begin{cases} a^2-b^2=405 \\ 3m=ab \end{cases}$

m étant le P.P.C.M des entiers a et b.

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{e_1};\vec{e_2}$) d'unité 1 cm, on considère les points A, B, et C d'affixes respectifs :

$$a=2-2i\sqrt{3}\ ;\quad b=2+2i\sqrt{3}\quad ;\quad c=8$$

1°) Ecrire a ; b ; et c sous la forme trigonométrique. Placer les points A, B et C.

2°) Calculer le nombre complexe :

$q=\dfrac{a-c}{b-c}$ que l'on écrira sous la forme exponentielle. En déduire la nature du triangle ABC.

3°) Déterminer le barycentre G des points pondérés (A,|a|) ; (B ;|a|) ; (C ;|c|) puis placer le point G.

4°) Déterminer et construire l'ensemble (**E**) des points M du plan tels que :

$$\left\|\vec{MA}+\vec{MB}+2\vec{MC}\right\|=\left\|\vec{MA}+\vec{MB}-2\vec{MC}\right\|$$

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

EXERCICE 2 : (4points)

1) a) Vérifier que tout nombre réel x ≠ 1 et x ≠ -1, on a :

$$\frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x}$$

b) Soit α un nombre réel tel que $0 < \alpha < \frac{1}{2}$. Déduire de a), la valeur de l'intégrale :

$$J(\alpha) = \int_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \frac{2}{1-x^2}\,dx$$

2) a)- En utilisant une intégration par parties, calculer en fonction de α, l'intégrale :

$$I(\alpha) = \int_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2}\,dx$$

b)- Déterminer la limite de $I(\alpha)$ quand le nombre réel positif tend vers 0.

3)- Soit **A** = $\overline{10101010}$ un nombre écrit en base deux. Ecrire **A** dans le système de numération décimale.

PROBLEME : (10points)

On désigne par $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan, et a, b, et c des réels quelconques.

Les fonctions f_0, f_1, f_2 et f sont respectivement définies sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels par :

$$f_0(x) = e^{\frac{-x}{2}} \; ; \quad f_1(x) = xe^{\frac{-x}{2}} \; ; \; f_2(x) = x^2 e^{\frac{-x}{2}} \text{ et } f(x) = (a + bx + cx^2)e^{\frac{-x}{2}}$$

On désigne par $(\mathcal{C}_0)$, $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ les courbes représentatives de f_0, f_1, et f_2 dans le repère.

A. On se propose de représenter $(\mathcal{C}_0)$, $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$.

1. Etudier les variations des fonctions f_0, f_1, et f_2
2. Préciser par leurs coordonnées dans le repère $\mathcal{R}$, les points d'intersection de $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_0)$; $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_0)$; $(\mathcal{C}_2)$ et $(\mathcal{C}_1)$.
3. Etudier sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels, le signe de chacune des expressions : $f_1(x) - f_0(x)$; $f_2(x) - f_0(x)$ et $f_2(x) - f_1(x)$.
4. Tracer les courbes $(\mathcal{C}_0)$, $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ dans le repère $\mathcal{R}$, et hachurer le domaine fermé (**E**) déterminé par les trois courbes $(\mathcal{C}_0)$, $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$, c'est-à-dire l'ensemble (**E**) des points M du plan, dont les coordonnées (x ; y) dans le repère $\mathcal{R}$ vérifient :

$$\begin{cases} -1 \le x \le 0 \\ f_2(x) \le y \le f_0(x) \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ f_1(x) \le y \le f_{0(x)} \end{cases}$$

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

B. On se propose de calculer l'aire de (E)

1. Soit n, un entier naturel quelconque. Démontrer qu'en posant :

$$I_n(x) = \int_0^x t^n e^{\frac{-t}{2}} dt \ ;$$

On définit une fonction I_n qui a l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels pour ensemble de définition.

2. Soit n, un entier naturel et x un réel quelconque.
Démontrer que :

$$I_{n+1} = -2x^{n+1} e^{\frac{-x}{2}} + 2(n+1) I_n(x)$$

3. Soit x un réel quelconque.

a) Calculer $I_0(x)$ en fonction de x.

b) En déduire les expressions de $I_1(x)$ et $I_2(x)$ en fonction de x.

4. Calculer l'aire de (**E**).

C. On se propose de calculer la dérivée d'ordre n de f. On désigne par f^0 (ou f), $f^{(1)}$ (ou f'), $f^{(2)}$ (ou f'') , $f^{(3)}$ (ou f'''), etc. les dérivées successives de la fonction f.

1. Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n, on peut trouver trois réels α_n , β_n et γ_n vérifiant pour tout nombre réel :

$$f^{(n)}(x) = (\alpha_n + \beta_n x + \gamma_n x^2) e^{\frac{-x}{2}}$$

On trouvera $\alpha_0 = a$, $\beta_0 = b$ et $\gamma_0 = c$ et pour chaque entier naturel n, le raisonnement par récurrence montrera que : α_{n+1} , β_{n+1} et γ_{n+1}, vérifient :

$$\alpha_{n+1} = \beta_n - \frac{1}{2}\alpha_n \quad , \qquad \beta_{n+1} = 2\gamma_n - \frac{1}{2}\beta_n \quad \text{et} \quad \gamma_{n+1} = -\frac{1}{2}\gamma_n$$

2. Pour chaque entier naturel n, on pose :

$$\beta_n' = \beta_n + 4n\,\gamma_n \qquad \text{et} \qquad \alpha_n' = \alpha_n + 2n\,\beta_n + 4n(n+1)\,\gamma_n$$

Démontrer que (γ_n) , (β_n') , et (α_n') sont des suites géométriques de raison $-\frac{1}{2}$.

3. En déduire pour chaque entier naturel n, l'expression de α_n, β_n et γ_n en fonction de n, a, b et c.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Ministère des Enseignements Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique
C.N.E.C.E

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

EXAMEN : *Baccalauréat malien* **BAC**

SERIES SET-MTI-MTGC **SESSION** *Juillet. 1999*

ÉPREUVE DE : Mathématiques **DURÉE :** *4heures* **COEF:** *5*

EXERCICE 1 : (5 points)

1. Soit n ∈ ℕ.

a) Déterminer, suivant les valeurs de n le reste de la division par 7 de l'entier 3^n.
En déduire le reste de la division par 7 de l'entier naturel $(506390)^{128}$.

b) Dans le système de numération décimal, on considère l'entier naturel $\overline{651x}$.
Déterminer x pour que $(506390)^{128} + \overline{651x}$ soit divisible par 7.

2. a) Déterminer le plus grand diviseur commun des nombres 21590 et 9525.

b) Déterminer l'ensemble des entiers x tels que : $34x \equiv 2\ [15]$.

c) Résoudre l'équation : $(x ; y) \in \mathbb{Z}^2$ $21590x + 9525y = 1270$.

d) Quel est le chiffre des unités de l'entier naturel 7^{1980} écrit dans le système décimal ?.

3. Résoudre dans ℝ les équations différentielles du second ordre.

a) $Y'' - Y' + \frac{1}{4}Y = 0$.

b) $y'' + y' + y = 0$.

4. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle : $x'' + 5x' + 6x = 0$ vérifiant les conditions initiales : $f(0) = 1$ et $f'(0) = -6$; t est la variable.

EXERCICE 2 : (5points)

1. Soit la suite de points M_n du plan complexe, d'affixes respectives définies par :

$Z_0 = 8$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $Z_{n+1} = \frac{1+i\sqrt{3}}{4} Z_n$.

a) Calculer le module et un argument de $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{4}$.

b) Calculer Z_1, Z_2, Z_3 et vérifier que Z_3 est un réel. Placer dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{e_1}; \vec{e_2})$ les points M_0, M_1, M_2 et M_3.

c) Calculer le rapport $\frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1}}$.

En déduire que le triangle OM_nM_{n+1} est rectangle et que : $|Z_{n+1} - Z_n| = \sqrt{3}|Z_{n+1}|$.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

2. Le cm est l'unité de longueur choisie. On fera une figure pour visualiser.

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 3, B' milieu de [AC] et un point D tel que : $4\vec{AD} = \vec{AB} + 3\vec{BC}$.

a) Démontrer que D est le barycentre des points pondérés (A,3) ; (B,–2) ; (C,3). En déduire que D appartient à la médiatrice du segment [AC].

b) Démontrer que: $\vec{BB'} = \frac{2}{3}\vec{BD}$.

c) Calculer DA^2 et DB^2.

d) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan vérifiant la relation :

$3MA^2 - 2MB^2 + 3MC^2 = 12$.

Vérifier que l'isobarycentre G du triangle ABC appartient à l'ensemble (E). Tracer (E).

3.a) Dans l'espace muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ placer les points Q (6 ; 0 ; 0) , R (0; 6 ; 0), S (0 ; 0 ; 4)

b) Déterminer les coordonnées du barycentre G des points massifs (Q,2) ; (O,1) ; (R,3).

c) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M de l'espace tels que:

($\vec{MO} + 2\vec{MQ} + 3\vec{MR}).\vec{MS} = 0$**).** Donner une équation cartésienne de (E).

d) Déterminer l'intersection de (E) et du plan d'équation X= 0 dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

PROBLEME : (10points)

A. La fonction numérique de la variable réelle x, est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$$f(x) = x - 2 + \frac{1}{2}\ln x$$

1. a) - Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition

b)- Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation;

2. a)- Démontrer que l'équation f (x) = 0 admet dans $\mathbb{R}_+^*$ une solution unique ℓ et que $\ell \in]1;2[$.

b)- Etudier le signe de f (x) lorsque x décrit $\mathbb{R}_+^*$.

B.On se propose dans cette partie de calculer une valeur approchée de ℓ à 10^{-2} près.

1. Soit la fonction numérique définie sur l'intervalle [1;2] par : $\varphi(x) = 2 - \frac{1}{2}\ln x$

a) Etudier les variation de **φ**. Prouver que l'image par **φ** de l'intervalle [1 ;2] est un intervalle contenu dans [1 ;2].

b) Montrer que ℓ est l'unique solution de **φ** (x) = x

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

2. On considère alors la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \varphi(U_n) \end{cases} \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

a) Démontrer que, pour tout entier n, on a : $1 \leq Un \leq 2$.

b) Prouver que pour tout entier x de [1 ; 2] on a : $|\varphi'(x)| \leq \frac{1}{2}$

c) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, montrer que, pour tout entier n on a :

$$|U_{n+1} - l| \leq \frac{1}{2}|U_n - l|$$

d) Montrer que la suite U converge vers ℓ.

e) Déterminer un entier n_0 tel que U_{n_0} soit une valeur approchée à 10^{-2} près de ℓ.

C. La fonction g est définie sur [0 ; 1] par :

$$\begin{cases} g(o) = 0 \\ g(x) = \frac{-7}{8}x^2 + x - \frac{1}{4}x^2 \ln x \end{cases} \qquad \text{pour} \quad 0 < x \leq 1$$

a) Etudier la dérivabilité de g en 0.

b) Soit **g'** la dérivée de la fonction **g**.

Calculer g'(x) pour $x \neq 0$, puis vérifier que g' (x) = x f $(\frac{1}{x})$ pour $0 < x \leq 1$.

c) En déduire le signe de **g' (x)** lorsque x décrit] 0 ; 1]. Dresser le tableau de variation de la fonction g.

D.Dans cette partie, l'objectif est le tracé de la courbe représentative ($\mathcal{C}$) de la fonction g dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, $\vec{i}, \vec{j}$). (Unité graphique 10 cm).

1. a) Montrer qu'une équation de la tangente (**d**) à la courbe ($\mathcal{C}$) de g en son point d'abscisse 0 est y = x.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe ($\mathcal{C}$) et de la droite (**d**)

c) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}$) et de (**d**).

d) Soit α la fonction définie sur [0; $e^{\frac{-7}{2}}$] par α (x) = g (x) – x.

Etudier le sens de variation de fonction et en déduire que pour tout nombre réel x de l'intervalle [0; $e^{\frac{-7}{2}}$] on a : $0 \leq \alpha(x) \leq 5.10^{-5}$. Sachant que l'épaisseur d'un trait de crayon est de l'ordre du dixième de millimètre, est-il possible de distinguer, sur l'intervalle

[0; $e^{\frac{-7}{2}}$] la courbe ($\mathcal{C}$) de la droite (**d**) ?

2. Soit (Γ) la courbe représentative de la fonction β définie sur [0 ; 1]

par : β (x) = $\frac{-7}{8}x^2 + x$

a) Montrer que la droite (**d**) est la tangente à la courbe (Γ) en son point d'abscisse 0.

b) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}$) et de (Γ).

c) Tracer, sur un même graphique (**d**) ; (Γ) ; et (**d**).

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat malien : Session de juillet 2000 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : (5 pts)

1) Ecrire en base deux, puis en base seize, l'entier naturel $N = 6923$.

2) a) Soit $(r_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique réelle de premier terme r_0 strictement positif et de raison $\frac{2}{3}$. Exprimer le terme général r_n en fonction de n et de r_0.

b) Soit (θ_n) la suite arithmétique réelle de premier terme θ_0 ; $\theta_0 \in \left[0 \ ; \ \frac{\pi}{2}\right]$ et de raison $\frac{2\pi}{3}$.

Exprimer le terme général en fonction de n et θ_0.

c) $\forall\ n \in \mathbb{N}$, on pose : $Z_n = r_n e^{i\theta_n}$. Sachant que $Z_0.Z_1.Z_2 = 8$, déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes $Z_0,\ Z_1\ et\ Z_2$.

3) Dans le plan complexe (P) rapporté à un repère orthonormal direct d'unité graphique 3 cm, on appelle M_n le point d'affixe $Z_n = r_n e^{i\theta_n}$.

a) Placer dans (P) les points $M_0,\ M_1,\ M_2\ et\ M_3$.

b) $\forall\ n \in \mathbb{N}$, calculer $\left\|\overrightarrow{M_nM_{n+1}}\right\|$ en fonction de n.

c) On pose $\mathrm{I_n} = \sum_{k=0}^{n} \left\|\overrightarrow{M_kM_{k+1}}\right\|$. Calculer $\mathrm{I_n}$ en fonction de n, puis déterminer $\lim\limits_{n\to\infty} \mathrm{I_n}$

4) a) Ecrire sous la forme trigonométrique ou exponentielle le nombre complexe :

$Z = \frac{(1+i\tan\theta)^2}{1+tan^2\theta}$; $\theta \in \mathbb{R}\ \ et\ \ \theta \neq \frac{\pi}{2}[\pi]$

b) Déterminer le module et un argument du nombre complexe : $Z = \frac{1-e^{i\frac{\pi}{3}}}{1+e^{i\frac{\pi}{3}}}$

Exercice 2 : (5 pts)

1) Soit un triangle ABC du plan, I le milieu du segment $[BC]\ et\ D$ le barycentre des points

$(A\ ;\ -1)\ ;\ (B\ ;\ 2)\ ;\ (C\ ;\ 2)$

a) Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AI}$.

b) Déterminer l'ensemble (E) des points Mdu plan vérifiant l'égalité : $\left\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$

Justifier que (E) contient I.

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O\ ,\vec{u}\ ,\vec{v}\ )$ direct d'unité graphique 2 cm. Dans cette question, A est le point d'affixe 1, B le point d'affixe $2i$ et C le point d'affixe Z.

a) Que représente géométriquement $\left|\frac{Z-2i}{1-2i}\right|\ \ et\ \ \arg\left(\frac{Z-2i}{1-2i}\right)$?

b) Dans la suite, on suppose que le point C d'affixe Z défini par :

$BC = \sqrt{\frac{2}{5}} \times BA$ et $\left(\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}\right) = \alpha$ où $\alpha \in\ ]-\pi\ ;\ 0]$ et $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$. Calculer $\sin\alpha$

c) Démontrer que $\frac{Z-2i}{1-2i} = \frac{1-3i}{5}$. En déduire le complexe Z et vérifier que le triangle ABC est isocèle. On fera une figure.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat malien : Session de juillet 2000 (SET – MTI – MTGC)

Problème : (10 pts)

Partie A :

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]-1\ ;\ 1[\ par\ :\ f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

I) 1) Prouver que la courbe (C) admet deux asymptotes dont on donnera les équations.

2) a) Déterminer f^{-1}.

b) Dresser le tableau de variation de f, puis tracer (C).

3) a) Par la technique de l'intégration par parties, calculer l'intégrale : $J_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} f(t)\,dt$

b) En déduire l'aire A de la portion du plan située dans le premier quadrant et limitée par (C), l'axe des abscisses et la droite d'équation : $x = \frac{1}{2}$.

II) On considère la fonction g de $\mathbb{R}\ vers\ \mathbb{R}$ définie sur l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x) = f(\sin x)\ où\ f$ est la fonction définie ci-dessus.

1) a) Démontrer que g est une primitive sur $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[$ de la fonction h de $\mathbb{R}\ vers\ \mathbb{R}$ définie sur :

$\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[\ par : h(x) = \frac{1}{\cos x}$

b) Calculer l'intégrale $J_2 = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos t}\,dt$. On donnera le résultat sous la forme $J_2 = \ln a\ \ où\ ''a''$ est réel strictement positif.

2) On considère la suite $(I_n)\ n \in \mathbb{N}$ définie par :

$I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos t}\,dt \quad et \quad I_n = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{(\sin t)^{2n}}{\cos t}\,dt\ \ pour\ n \geq 1$

Expliquer brièvement pourquoi $I_n \geq 0\ ;\ \forall\ n \in \mathbb{N}$

3) On pose, pour tout entier naturel n, $K_n = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{1}{4^n \cos t} - \frac{(\sin t)^{2n}}{\cos t}\right) dt$

a) Prouver que $K_n \geq 0\ ;\ \forall\ n \in \mathbb{N}$

b) En déduire que, pour tout entier naturel n on a :

$0 \leq I_n \leq \frac{\ln b}{c^n}$ où $b\ et\ c$ sont deux réels à déterminer.

c) Déterminer la limite de la suite $(I_n)\ n \in \mathbb{N}$.

Partie B :

Pour tout entier naturel n, on considère la fonction $F_n\ de\ \mathbb{R}\ vers\ \mathbb{R}$ définie sur l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[$ par :

$F_n(t) = \sin t + \frac{sin^3 t}{3} + \frac{sin^5 t}{3} + \cdots + \frac{sin^{2n-1} t}{2n-1}$

1) soit q un réel et $n \geq 1$.

a) Calculer en fonction de $q\ et\ n$ la somme : $T_n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots + q^{n-1}$.

b) En utilisant le résultat précédent, déterminer pour $t \in \left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[$, une expression simplifiée de la somme :

$S_n(t) = 1 + sin^2 t + sin^4 t + \cdots + sin^{2n-2} t$

c) Soit $F_n{}'$ la fonction dérivée de F_n. Calculer $F_n'(t)$.

On établira que pour tout réel $t\ de\ \left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[\ \ on\ a\ :\ \ F_n'(t) = \frac{1 - sin^{2n} t}{\cos t}$

d) Calculer $F_n(0)$.

2) a) Exprimer l'intégrale $L_n = \int_0^{\frac{\pi}{6}} F_n'(t)\,dt$ en fonction de $J_2\ \ et\ \ I_n$. En déduire que :

$F_n\left(\frac{\pi}{6}\right) = \alpha g\left(\frac{\pi}{6}\right) + \beta I_n\ \ ou\ \ \alpha\ \ et\ \ \beta$ sont des constantes réelles à déterminer.

b) En déduire la limite de la suite $(U_n)\ n \in \mathbb{N}$ définie par :

$U_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{3\times 2^3} + \frac{1}{5\times 2^5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)\times 2^{2n-1}}$

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juillet 2001 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : (5 pts)

1) Le système de numération est un système décimal.

a) Déterminer l'entier naturel ; $N = PGCD(17787\ ;\ 689\ ;\ 297)$

b) Résoudre l'équation : $\{13x - 84y = 7\}$

2) a) Déterminer tous les couples $(a\ ;\ b)$ d'éléments de $\mathbb{Z}/_{12\mathbb{Z}}$ tels que : $\begin{cases} a \times b = \dot{0} \\ a - b = \dot{5} \end{cases}$

b) Résoudre dans $\mathbb{Z}/_{12\mathbb{Z}}$ l'équation : $x^2 + \dot{3}x - \dot{4} = \dot{0}$

c) Démontrer que, quel que soit l'entier naturel n, on a : $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0[17]$

3) On pose : $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\,dx$ et $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x\,dx$. Calculer $A + B$ et $A - B$ puis A et B.

Exercice 2 : (5 pts)

1) a) Résoudre l'équation différentielle : $4y'' - 16y' + 17y = 0$

b) Déterminer la solution particulière f telle que : $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\pi}$ et $f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{15}{4}e^{\pi}$

2) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$ et $AC = 6$, l'unité de longueur étant le centimètre.

a) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés $(A\ ;\ 5)$; $(B\ ;\ -3)$; $(C\ ;\ 2)$.

Calculer : GA^2 ; GB^2 , CC^2.

b) Développer : $\left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}\right)^2$; $\left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}\right)^2$; $\left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}\right)^2$. Démontrer l' égalité:

$$5\overrightarrow{MA}^2 - 3\overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2 = 4\overrightarrow{MG} - 48$$

c) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan vérifiant la relation : $5\overrightarrow{MA}^2 - 3\overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2 = 24$

Prouver que $A \in (E)$.

Problème : (10 pts)

Partie A :

Soit la fonction f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto e^{2x} - 2e^x$

1) Vérifier que le tableau de variation de f est bien le suivant :

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖		
$f(x)$	0	↘	(-1)	↗	(0)	↗	$+\infty$

2) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $-\ln 2$.

3) Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}(x + \ln 2) + \frac{3}{4}$

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

a) Déterminer $g'(x)$ et $g''(x)$ pour tout réel x.

b) Du signe de $g''(x)$, déduire celui de $g'(x)$ puis celui de $g(x)$.

c) Etudier la position de (c) par rapport à (T).

4) Tracer (T) et (C) dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

Partie B :

Pour tout entier naturel n, on note f_n la fonction de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par : $f_n(x) = \frac{e^x}{(x+1)^n}$

et (C_n) la courbe représentative. Prouver que toutes courbes (C_n) passent par un même point fixe A dont on déterminera les coordonnées.

Partie C :

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie par : $h(x) = \frac{1}{e-1}e^x - x - \frac{1}{e-1}$

On désigne par $(\mathcal{H})$ la représentation graphique de h dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ d'unité graphique 2 cm.

1) a) Calculer $h(0)\ ;\ h(1)\ ;\ h(2)$.

b) Dresser le tableau de variation de h.

c) Prouver que la courbe $(\mathcal{H})$ admet une asymptote dont on précisera l'équation.

d) Utiliser les variation de h pour déterminer le signe de $h(x)$ selon les valeurs de x.

2) Tracer la courbe $(\mathcal{H})$.

3) On considère la fonction numérique φ de la variation réelle x définie par : $\varphi(x) = e^x - x - \frac{1}{2} - \frac{1}{e-1}$.

On note (Γ)sa courbe représentation de φ dans le repère précédent.

a) Etudier le sens de variation de φ en précisant ses limites aux bornes de l'intervalle de définition.

b) Prouver que la courbe (Γ) admet une asymptote que l'on précisera.

c) Etudier les positions relatives des courbe $(\mathcal{H})$ et (Γ).

d) Tracer la courbe (Γ) sur le même graphique que la courbe $(\mathcal{H})$.

4) a) Etablir que, pour tout réel x : $\varphi(x) = \int_x^{x+1} h(t)\,dt$.

b) Donner une interprétation géométrique de $\varphi(0)$.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juillet 2002 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : (6pts)

1) Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexe ci-dessous ; puis les écrire sous la forme trigonométrique $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $\rho \in \mathbb{R}_+^*$, $\theta \in \mathbb{R}$.

$Z_1 = -2(\sin x + i\cos x)$; $Z_2 = -3e^{-\frac{2\pi}{3}i}$; $Z_3 = \frac{-\cos 2x + i\sin 2x}{2\cos 3x - 2i\sin 3x}$

2) Déterminer les suites d'entiers rationnels de raison 6 dont le produit des 4 premiers termes est 385.

3) Un lot à usage d'habitation a la forme d'un trapèze dont les deux bases mesures respectivement 30m et 21m ; les deux autres côtés mesurent 18m et 12m. Pour la clôture, le propriétaire a besoin des poteaux de support à égale distance mesurée en nombre entier de mètres pour un nombre minimum de poteaux, avec un poteau à chaque sommet.

a) Quelle est la distance entre deux poteau ?

b) Déterminer le nombre de poteaux nécessaire à la clôture.

Exercice 2 : (4pts)

1) Soit $\mathcal{P}$ le plan affine euclidien ; A, B, C et D quatre points de $\mathcal{P}$ deux à deux distincts.

a) Montrer que ABCD est un parallélogramme si et seulement si D est le barycentre du système $\{(A\ ,\ 1)\ ;\ (B\ ,\ -1)\ ;\ (C\ ,\ 1)\}$. Déterminer l'ensemble (S) des points M et $\mathcal{P}$ tel que :

$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = BD$

b) On suppose maintenant que ABCD est un rectangle. Déterminer l'ensemble (Σ) des points M de $\mathcal{P}$ tels que :

$MA^2 - MB^2 + MC^2 = BD^2$

2) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle : $y'' + 4y' + 4y = 0$. Trouver la solution particulière f dont la courbe représentative (C) admet au point $A(0\ ;\ 1)$ une tangente parallèle à la droite d'équation : $3x + y - 2 = 0$. Quelles sont les coordonnées de l'extremum de (C)?

Problème: (10pts)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = x\ln\left|1 + \frac{1}{x}\right|$

1) Préciser l'ensemble de définition D_f de f ; étudier sa continuité et sa dérivabilité en énonçant le théorème utisé.

2) a) Etudier la dérivabilité de f' fonction dérivée de f, et en déduire les variation de f'.

b) soit F la restriction de f' à l'intervalle $I =]-1\ ;\ 0]$. Démontrer que F est une bijection de I sur un intervalle à préciser. En déduire que dans I l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique notée α. On ne cherchera pas à calculer α, mais on montrera que $\alpha > -\frac{1}{2}$.

c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)$.

d) Des résultats précédents, déduire le signe de $f'(x)$ pour $x \in D_{f'}$ et les variations de f.

3) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f.

4) Soit h la fonction de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} h(x) = f(x) & si\ \ x \neq 0 \\ h(0) = 0 \end{cases}$

a) Démontrer que h est le prolongement par continuité de f en 0.

b) Etudier la dérivabilité de h

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Conclusion de la partie I : Donner le tableau de variation de f et construire sa courbe (c) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ en précisant l'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

Partie II :

$\mathcal{P}$ est le plan affine euclidien muni du repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

Soit (S) la symétrie orthogonale par rapport à la droite (Δ) d'équation $x = -\frac{1}{2}$.

1) Soit $C' = S(C)$ (image de C par S). Construire (C') dans le même repère que (C).

Soit g la fonction admettant (C') comme courbe représentative dans le repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

Vérifier que $g(x) = (x+1)\ln\left|\frac{x+1}{x}\right|$ et préciser D_g, ensemble de définition de g.

2) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$.

Partie III

1) Justifier que $\forall\, n \in \mathbb{N}^*\ \ f(n) < 1 < g(n)$. En déduire l'encadrement suivant de e : $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < e < \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$.

Préciser cet encadrement si $n = 1$.

soit $l(n) = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Démontrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}^*\ \ l(n)$ est majoré par $\frac{4}{n}$ et minoré par $\frac{2}{n}$.

2) Donner un rang à partir duquel l'encadrement ci-dessus de e permet d'obtenir une valeur approchée de e à 10^{-3} c'est-à-dire $\left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < 10^{-3}$.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2003 (SET – MTI – MTG)

Exercice 1 : _____ (5pts)

1) Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs $(\alpha\ ;\ \beta)$ dans chacun des cas suivants :

a) $17\alpha - 19\beta = 2$ 0,5 pt

b) $17\alpha - 19\beta = -2$ 0,5 pt

2) Déterminer l'ensemble des entiers n tels que :

a) $n \equiv 0[17]\ \ et\ \ n \equiv -2[19]$ 0,5 pt

b) $n \equiv 0[19]\ \ et\ \ n \equiv -2[17]$ 0,5 pt

3) En déduire l'ensemble des entiers n tels que $n^2 + 2n$ soit divisible par 323. 1 pt

4) P est le plan affine euclidien muni du repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})\ et\ \mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes.

On considère l'application affine $f : P \longrightarrow P\ ;\ M(x\ ;\ y) \longmapsto M'(x'\ ;\ y')$ tel que :

$$\begin{cases} x' = x - y\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ y' = x\sqrt{3} + y - \sqrt{3} \end{cases}$$

a) Vérifier que f est bijective. 0,5 pt

b) Déterminer l'ensemble des points invariants par f. 0,5 pt

c) On désigne par $Z\ \ et\ \ Z'$ les affixes respectives des points $M\ \ et\ \ M'$. Exprimer Z' en fonction de Z. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. 1 pt

Exercice 2 : _____ (5pts)

On considère le système suivant, d'équations différentielles du 1er ordre tel que :

$$\begin{cases} y' + 4z = 2e^{2x} \\ z' - y = e^{2x} \end{cases}$$ Où $y\ et\ z$ désignent deux fonctions inconnues de variables réels x.

a) Former l'équation différentielle du second ordre (E) à la quelle satisfait $y(x)$ 0,5 pt

b) Intégrer l'équation (E) et en déduire la solution générale du système. 0,5 pt

Préciser la solution particulière pour laquelle on a : $y = 1\ \ et\ \ z = -1\ pour\ x = 0$. 0,5 pt

2) On considère la suite complexe (W_n) définie par $\forall\ n \in \mathbb{N}^*\ ,\ W_n = \left(1 + \frac{1}{nz}\right)^n$ $où$ z est un complexe non nul tel que $z = x + yi$.

a) Calculer $\ln|W_n|$ et montrer que $\ln|W_n| = \frac{n}{2}\ln(1 + \frac{1+2nx}{n^2(x^2+y^2)}$. 1 pt

b) On pose $\alpha_n = \frac{1+2nx}{n^2(x^2+y^2)}$

– Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} \alpha_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} n\alpha_n$. $1\,pt$

– Vérifier que $\ln|W_n| = \frac{n}{2}\alpha_n \frac{\ln(1+\alpha_n)}{\alpha_n}$. 0,5 pt

En déduire pour z, complexe de module 1 : $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln|W_n|$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} |W_n|$. $1\,pt$

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2003 (SET – MTI – MTG)

Problème : _____(10 pts)

Pour tout réel k strictement positif, on considère la fonction f_k définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$f_k(x) = \ln(e^x + kx) - x$. Soit (C_k) la courbe représentant les variations de f_k dans le plan muni d'un repère orthogonal, d'unité (5 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées).

On considère la fonction g définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = \ln(1 + x) - x$.

1) Etudier le sens de variation de g. 0,5 pt

2) En déduire que pour tout réel α positif ou nul, $\ln(1 + \alpha) \leq a$. 0,5 pt

II) 1) Calculer $f_1'(x)$ pour tout réel x appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$ et en déduire le sens de variation de la fonction de f_1. 1pt

2) Montrer que pour tout réel x appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, $f_1(x) = \ln\left(1 + \frac{x}{e^x}\right)$. En déduire la limite de f_1 en $+\infty$.

3) Dresser le tableau de variation de f_1.

III) 1) Calculer $f_k'(x)$ pour tout x appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$ et en déduire le sens de variation de la fonction f_k.

2) Montrer que pour tout réel x appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, $f_k(x) = \ln\left(1 + k\frac{x}{e^x}\right)$. En déduire la limite de f_k en $+\infty$. 0,5 pt

3) a) Dresser le tableau de variation de f_k. 0,5 pt

b) Montrer que pour tout réel x appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, $on\ a :\ f_k(x) \leq \frac{k}{2}$. 0,5 pt

4) Déterminer une équation de la tangente T_k à (C_k). 0,5 pt

5) Soit p et m deux réel strictement positifs tels que $p < m$. Etudier la position relative de (C_p) et (C_m). 0,5 pt

6) Tracer les courbes (C_1) et (C_2) ainsi que leurs tangentes respectives T_1 et T_2 en 0 dans le repère orthogonal du plan. 1,5 pt

IV) Soit λ un réel strictement positif, on note $A(\lambda)$ l'aire en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe (C_k) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$.

1) Sans calculer $A(\lambda)$, montrer que $A(\lambda) \leq \int_0^\lambda kxe^{-x}\,dx$.(On pourra utiliser les résultats de la question préliminaire I) 0,5 pt

2) Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale : $\int_0^\lambda kxe^{-k}\,dx$. 0,5 pt

3) On admet que $A(\lambda)$ a une limite en $+\infty$. Monter que $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) \leq k$.

Interpréter graphiquement ce résultat. 0,5 pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malienne : Session de juin 2004 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : 4pts

Soit A et B deux points distincts du plan affine euclidien P et G le barycentre du système $\{(A, -2)\ ;\ (B, 1)\}$.

1) Démontrer que A est le milieu du segment $[GB]$. 0,5pt

2) Montrer que l'ensemble (Γ) des points du plan P vérifiant $\frac{MB}{MA} = \sqrt{2}$ est le cercle de centre G et de rayon r que l'on déterminera en fonction de AB. 1pt

3) Soit C un point de (Γ) et (D) l'ensemble des points M du plan tels que : $-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 0$

Montrer que le point C appartient à (D). 0,5pt

4) Calculer $\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{CG}$ et en déduire l'ensemble (D). 1pt

5) Démontrer que $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{\pi}{4}$. 1pt

Exercice 2 : 5pts

1) a) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation d'inconnue $(p\ ;\ q)$: $11p - 7q = 1$ 0,5pt

b) La division euclidienne d'un entier naturel n par 7 donne pour reste 4 ; le même entier divisé par 11 donne pour reste 3. Quel sera son reste dans la division par 77 ? 0,5pt

c) Déterminer les valeurs de l'entier naturel n inférieures à 200. 0,5pt

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle d'inconnue f : $x^2f'(x) + 2xf(x) - 1 = 0$ 0,5pt

b) Soit l'équation (E) : $x^2f'(x) - 2xf(x) + f^2(x) = 0$. On pose $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Montrer que l'équation (E) est équivalente à : $x^2g'(x) + 2xg(x) = 1$ 0,5pt

Déduisez-en la résolution de l'équation (E). 0,5pt

3) Soit (U_n) une suite arithmétique croissante d'entiers naturels.

a) Sachant que $U_1 + U_2 + U_3 = 105$ Calculer U_2. 0,5pt

b) On désigne par m et d respectivement le $PPCM$ et le $PGCD$ de U_1 et U_3. Sachant que $\frac{m}{d} = 12$. Déterminer U_1 et U_3. 0,75pt

c) En déduire l'expression de U_n en fonction de n.

Calculer $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$ en fonction de n.

Déterminer n pour que S_n soit égale à 525. 0,75pt

Problème : 11pts

Les parties A et B du problème sont indépendantes

Partie A :

La plan est muni d'un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v}\ )$ direct. On désigne par f l'application du plan qui à tout point M distinct de 0 et d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{5}{z}$ où $\overline{z}$ est le conjugué de z.

1) Déterminer l'affixe du point A' image par f du point A d'affixe $1 + i$. Vérifier que les points O, A et A' sont alignés. 0,5pt

2) Montrer que pour tout point M distinct de O, les points O, M et M' sont alignés. 0,5pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

3) Trouver l'ensemble (Γ) des points invariants par f. 0,5pt

4) a) Soit $z \neq 0$, montrer que si $|z-(1+i)| = \sqrt{2}$ alors $\left|\frac{5}{1-i} - \frac{5}{z}\right| = \left|\frac{5}{z}\right|$ 0,75pt

b) En déduire que si M est un autre point autre que O du cercle (C) de centre A passant par O, alors son image M' par f appartient ç une autre droite (D) que l'on déterminera. 0,75pt

c) Montrer que tout point de (D) est l'image par f d'un point de $(C) - \{O\}$ par f. 0,75pt

d) Tracer (Γ), (D) et (C) dans le même repère. 0,75pt

e) En déduire l'image $(C) - \{O\}$ par f. 0,5pt

Partie B : n est un entier naturel non nul, on considère la fonction f_n définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f_n(x) = \frac{x-n}{x+n} - e^{-x}$

1) a) Etudier les variations de f_1 puis donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C_1) au point d'abscisse 0. 0,75pt

b) Tracer (C_1) et (T) dans le même repère (unité 3 cm) 0,5pt

c) Exprimer en cm² l'aire du domaine plan limité par (T), (C_1) et la droite d'équation $x = 1$. 0,5pt

2) Montrer que f_1 réalise une bijection de $[0\ ;\ +\infty[$ vers un intervalle J que l'on précisera. Construire sur le même repère que (C_1) la courbe (C'_1) de la bijection réciproque ${f_1}^{-1}$. 0,5pt

3) a) Calculer $f_n'(x)$ et donner son signe sur $[0\ ;\ +\infty[$. Préciser $f_n'(0)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$

Donner le tableau de variation de f_n. 0,5pt

b) Calculer $f_n(n)$ quel est son signe ? 0,5pt

c) Démontrer par récurrence que, pour tout n élément de $\mathbb{N}$, $e^{n+1} > 2n+1$, en déduire le signe de $f_n(n+1)$. 0,75pt

d) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet une solution unique sur $[n\ ;\ n+1]$. Cette solution est notée U_n. 0,5pt

e) *Calculer* $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ *puis* $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{U_n}{n}$. 0,5pt

f) En remarquant que pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[$; $\frac{x-n}{x+n} = 1 - \frac{2n}{x+n}$. Montrer que la valeur moyenne M_n de f_n sur $[0\ ;\ U_n]$ est égale à : $1 - \frac{1}{U_n} + \frac{e^{-U_n}}{U_n} - 2\left(\frac{n}{U_n}\right)\ln\left(\frac{U_n}{n}+1\right)$.

En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} M_n$. 0,5pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2005 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1: 6pts

1) a) Déterminer sous forme algébrique les racines sixième de l'unité, c'est à dire trouver les nombres u tels que $u^6 = 1$. 1pt

b) Calculer $(1-i)^6$ 0,5pt

c) En utilisant les équations a) et b) donner la forme algébrique des solutions de l'équation d'inconnue z : $8z^6 + i = 0$ 1,5pt

2) a) Démontrer par récurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N},\ 5^{3n} - 3^{3n}$ est divisible par 49. 1pt

b) En déduire que si l'entier n n'est pas multiple de 3, alors $5^{2n} + 15^n + 3^{2n}$ est divisible par 49. 0,5pt

3) Soient $A, B\ et\ C$ trois points non alignés d'un plan P et α un nombre réel. A tout point $M\ de\ P$ on associe par l'application f_α le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = (2-\alpha)\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + (1+2\alpha)\overrightarrow{MC}$.

Préciser, suivant les valeurs de α la nature et les éléments caractéristiques de l'application f_α. 1,5pt

Exercice 2: 4pts

1) Soit (U_n) la suite numérique définie par $U_0 = 0$ et pour $n \geq 1$.

$U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n : $\frac{1}{n+1} \leq \ln(n+1) - \ln(n) \leq \frac{1}{n}$. 1pt

(On pourra appliquer l'inégalité des accroissements finis à la fonction qui à x associe $\ln x$ sur l'intervalle $[n\ ;\ n+1]$.

b) En déduire que pour tout entier naturel non nul n on a : $U_n \geq \ln(n+1)$ puis calculer la limite de (U_n) quand n tend vers $+\infty$. 1pt

2) Le plan affine euclidien P est muni d'un repère orthonormé et $\mathbb{C}$ est le corps des nombres complexes. A tout $M(x\ ;\ y)$ d'affixe z l'application f associe le point $M'(x';\ y')$ d'affixe z' tel que : $\begin{cases} x' = x - y - 1 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$

Exprimer z' en fonction de z puis donner la nature et les éléments caractéristiques de f. 2pt

Problème: 10pts

Partie A :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{1}{2}[\ln x - \ln(1-x)]\ et\ (C)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v}\ )$ (Unité graphique 5 cm).

1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f puis calculer les limites de $f(x)$ aux bornes de cet ensemble. En déduire les équations des droites asymptotes à la courbe (C). 1pt

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 0,5pt

2) a) Montrer que le point $A\left(\frac{1}{2}\ ;\ 0\right)$ est centre de symétrie de (C). 0,5pt

b) Déterminer une équation de la tangente (D) à (C) au point A. 0,5pt

c) On pose : $\varphi(x) = f(x) - 2x + 1$. Etudier les variations de φ puis déduire les positions relatives de $(C)\ et\ (D)$. 0,5pt

3) Tracer $(C)\ et\ (D)$ dans le repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v}\ )$. 1pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Partie B :

1) On considère la fonction h définie sur $]0\ ;\ 1[$ par : $h(x) = f(x) - x$

a) En utilisant les variation de la fonction h, démontrons que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique que l'on notera α dans $]0\ ;\ 1[$. 0,5pt

b) Montrer que $0{,}8 \leq \alpha \leq 0{,}9$. 0,5pt

2) On appelle S la réflexion d'axe $\Delta : y = x$ et (C') l'image de (C) par S.

a) Démontrer qu'un point $M(x\ ;\ y) \in (C')$ si et seulement si $x \in]0\ ;\ 1[$ et $2x = \ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$.

En déduire que (C') est la représentation graphique de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$. 1pt

b) Tracer Δ et (C') dans le repère $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ de la partie A) 1pt

c) Montrer que le réel α est l'unique solution de l'équation $g(x) = x$. 0,5pt

Partie C :

1) On appelle I l'intervalle $]0{,}8\ ;\ 0{,}9[$

a) Calculer $g'(x)$ et $g''(x)$. 0,5pt

b) Montrer que pour tout réel x de I, $g(x)$ est aussi élément de I et que : $0 \leq g'(x) \leq 0{,}3$. 0,5pt

c) En déduire que pour tout x élément de I on a : $|g(x) - \alpha| \leq 0{,}3|x - \alpha|$. 0,5pt

2) On considère la suite (U_n) d'élément de I, définie par $U_0 = 0{,}8$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = g(U_n)$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n, $|U_n - \alpha| \leq 0{,}1(0{,}3)^n$. 0,5pt

b) Déterminer un entier p tel que U_p soit une valeur approchée de α à 10^{-4} près. Donner une valeur approchée de U_p à 10^{-4} près. 0,5pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2006 (SET)

Exercice 1: 4,5pts

1) Calculer les intégrales suivantes:

a) $\int_{-1}^{0} \frac{x^2-1}{2x-1} dx$ (On pourra mettre $\frac{x^2-1}{2x-1}$ sous la forme $ax + b + \frac{c}{2x-1}$ où a ; b et c sont trois réels que l'on déterminera). 0,5pt

b) $\int_{0}^{1} x^3\sqrt{1+x}\, dx$ (On pourra utiliser le changement de variable $u = x + 1$). 0,5pt

2) a) Décomposer les nombres 450 et 320 en produit de facteurs premiers. 0,5pt

b) Quel est le PGCD de 450 et de 320 ? 0,5pt

c) Une pièce rectangulaire a pour dimension $4{,}5m$ et $3{,}2m$. On souhaite carreler cette pièce avec un nombre entier de dalles carrées, sans aucune découpe. Quel est le plus grand côté possible (en cm) de la dalle carrée ? 1pt

3) Dans le plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé on désigne par (H) l'ellipse d'équation :

$4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$.

Donner l'équation réduite de (H) et préciser son centre, ses sommets et ses foyers. 1,5pt

Exercice 2 : 4pts

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation :

(F): $z^4 - 2z^3(1+\sqrt{3}) + 2z^2(3+2\sqrt{3}) - 4z(2+\sqrt{3}) + 8 = 0$

a) Démontrer que si le complexe z_0 est une solution de (F) alors il en est de même pour son conjugué $\overline{z_0}$ (c'est-à-dire $\overline{z_0}$ est aussi une solution de (F)). 0,5pt

b) Vérifier que le complexe $z_0 = 1 + i$ est une solution de l'équation de l'équation (F).

En déduire une seconde solution z_1 de l'équation. 1pt

c) Déterminer les deux autres solutions de z_2 et z_3 de l'équation (F). 1pt

d) Représenter dans le plan complexe les points images des quatre solution de l'équation (F). (Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm). 0,5pt

e) Déterminer la nature du quadrilatère ainsi obtenu puis calculer en cm² l'aire de sa surface. 1pt

Problème : 11,5 pts

Partie I :

P est le plan affine euclidien rapporté au repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ direct. f et g sont les applications affines de P qui associent à tout point $M(x\ ;\ y)$ le point $M'(x'\ ;\ y')$ telles que $f : \begin{cases} x' = 2x + 1 \\ y' = 2y + 1 \end{cases}$ et $g : \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 1 \end{cases}$

1) Pour chacune des applications f et g :

a) Déterminer l'ensemble des points invariants, préciser celles qui sont bijectives. 1pt

b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de chacune d'elles. 1pt

2) Déterminer analytiquement la réflexion d'axe Δ d'équation : $y = x$. 0,5pt

Partie II :

A) Soit f la fonction numérique à variable réelle x défine pour tout $x \neq 1$ par : $f(x) = \frac{e^{-x}}{2(1-x)}$.

On appelle (Γ) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ (On ne demande pas de représenter (Γ)).

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2006 (SET)

1) a) Etudier les limites de f en $+\infty$ *et en* 1. Interpréter graphiquement ces résultats. 1pt

b) Vérifier que pour $x \neq 1$, $f(x)$ peut s'écrire : $f(x) = \frac{e^{-x}}{-x} \times \frac{x}{2(x-1)}$.

En déduire la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$. 0,75pt

2) a) Montrer que $f'(x) = \frac{xe^{-x}}{2(1-x)^2}$. 0,5pt

b) Etudier les variations de f. 0,5pt

c) Montrer que f admet un minimum que l'on précisera sur $]-\infty\ ;\ 1[$. 0,5pt

B) On considère l'équation différentielle $(E) : y'' + 2y' + y = 0$, *où* y est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

1) Résoudre (E). 0,5pt

2) On considère les solution de (E) dont la courbe représentative passe par le point $A\left(0\ ;\ \frac{1}{2}\right)$.

a) Montrer que ces solutions s'écrivent sous la forme $\left(ax + \frac{1}{2}\right)e^{-x}$. On note $h_a(x) = \left(ax + \frac{1}{2}\right)e^{-x}$ où a est un réel. 0,5pt

b) Etudier le sens de variation de h_a selon les valeurs de a et montrer que pour tout réel $a \neq 0$, h_a admet un extremum pour une valeur de x que l'on déterminera en fonction de a. 1,25pt

c) On note C_a la courbe représentative de h_a et S_a le point de C_a correspont à l'extremum de h_a ; vérifier que pour tout $a \neq 0$, S_a est un point de la courbe (Γ) de la partie A).

3) Construire das le plan muni d'un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ (unité 4cm) les courbes C_a pour les valeurs suivantes de $\frac{1}{4}\ ;\ -2\ ;\ 0\ ;\ 1\ et\ 2$. 2pts

4) Soit λ un réel supérieur à -2 ; on appelle D_λ l'ensemble des points M du plan limite par l'axe des abscisses, la courbe $C_{\frac{1}{4}}$ et la droite d'équation $x = \lambda$.

a) exprimer $I = \int_{-2}^{\lambda} h_{\frac{1}{4}}(t)\,dt$ en fonction de λ ; on pourra utiliser une intégration par parties, ou se servir de l'équation différentielle (E). 0,5pt

b) Soit $A(\lambda)$ la mesure de l'aire de D_λ ; quelle est la limite de $A(\lambda)$ quand λ tend vers ∞. 0,5pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2007 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : 4,5 pts

1) On appelle nombre triangulaire tout entier naturel qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a^2+a}{2}$ avec a un entier naturel non nul.

a) Démontrer que si n est la somme de deux nombres triangulaires, alors $4n+1$ est la somme de deux carrés. 1pt

b) On pose $n = 3$; $4n+1$ est-il la somme de deux carrés d'entiers ?

Etudier la réciproque de la propriété a) 1pt

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$, (unité graphique 4 cm) on considère la courbe (C) d'équation $y^2 = x^2(1-x^2)$.

a) Préciser les éléments de symétrie de (C). 1pt

b) Construire (C) dans le plan muni du repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$. 1,5pt

Exercice 2 : 5,5 pts

1) Soit f l'application affine du plan P dans lui-même définie par son expression analytique : $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + 1 \\ y' = \frac{1}{2}y - 2 \end{cases}$

a) Montrer que f admet un seul point invariant J. 0,5pt

b) Montrer que $\overrightarrow{JM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JM}$ où $M' = f(M)$. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. 1pt

c) Déterminer le centre et le rayon du cercle de C' image de C d'équation $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 1pt

2) On considère l'équation différentielle (E): $y'' - 3y' + 2y = 8x^2 - 24x$.

a) Déterminer les réels $a,\ b\ et\ c$ pour que la fonction numérique g définie par $g(x) = ax^2 + bx + c$ soit solution de l'équation (E) dans $\mathbb{R}$. 1,5pt

b) Résoudre l'équation $y'' - 3y' + 2y = 0$; puis en déduire les solutions de l'équation (E).

Problème : 10 pts

Partie A :

Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = x^2 + \ln x$

1) a) Justifier l'existence d'un réel unique α compris entre $0{,}5\ et\ 1$ tel que $f(\alpha) = 0$ 1,5pt

b) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x. 1pt

2) Soit la fonction g définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = x^2 + (\ln x)^2$

Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'(x) = \frac{2}{x}f(x)$. En déduire le tableau de variation de g 1,5pt

Partie B :

1) Montrer que le réel α définie dans la partie A) 1) a) est solution de l'équation $h(x) = x$, où h est la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $h(x) = x - \frac{1}{4}(x^2 + \ln x)$ 1pt

2) a) Calculer $h'(x)$ et étudier son signe sur $\left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]$. 0,5pt

b) Prouver que $h\left(\left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]\right) \subset \left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]$. 0,5pt

c) Calculer $h''(x)$ et étudier son signe sur $\left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]$. 0,5pt

d) En déduire que, $\forall\ x \in \left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]$ on a : $0 \leq h'(x) \leq 0{,}3$. 0,5pt

3) On définit la suite (U_n) par $U_0 = 1\ et$, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = h(U_n)$.

a) Montrer que, pour tout entier naturel, $\frac{1}{2} \leq U_n \leq 1$, et que la suite (U_n) est décroissante. 1pt

b) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, montrer que l'on a :

$\forall\ n \in \mathbb{N},\ |U_{n+1} - \alpha| \leq (0{,}3) \times |U_n - \alpha|$ puis que $|U_n - \alpha| \leq \frac{1}{2}(0{,}3)^n$. 1pt

c) En déduire que la suite (U_n) converge vers α. 0,5pt

d) Déterminer un entier n_0 tel que U_{n_0} soit une valeur approchée de α à 10^{-5} près et indiquer la valeur de U_{n_0} donnée par la calculatrice. (Avec 5 décimales). 0,5pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien Session de juin 2008 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : _____ 5pts

On considère l'entier naturel A qui s'écrit $\overline{1x416}$ dans le système de numération de base sept.

1) Déterminer x pour que :

a) A soit divisible par six ; 1pt

b) A soit divisible par cinq ; 1pt

c) En déduire qu'il existe x tel que A soit divisible par trente. 1pt

2) On donne à x la valeur zéro, déterminer l'écriture décimale de A. Dans ce cas, quel est le nombre de diviseurs positifs de A ? Quel est l'ensemble des diviseurs positifs de A qui sont premiers avec trois ? 2pts

Exercice 2 : _____ 5pts

On considère le nombre complexe $u = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$ $(i^2 = -1)$

1) a) Calculer u^2 et u^4 1,5pt

b) Calculer le module et un argument de u^4, en déduire le module et un argument de u. 1,5pt

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé. A tout point M de coordonnées $(x\ ;\ y)$ du plan, on associe son affixe $Z = x + yi$.

Déterminer l'ensemble des points M du plan pour lesquels le module du produit $u \times Z$ égal à 8. 2pts

Problème : _____ 10 pts

1) Soit P le polynôme tel que $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5$.

Vérifier que $P(x) = (x-1)(3x^2+5x+5)$, puis étudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x. 1pt

2) Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = x^3 + x^2 - 2 - 5\ln x$. Etudier les variations de g et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. 1pt

3) Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x^2 + 2x + \frac{14+10\ln x}{x}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et calculer les limites de f aux bornes de D_f. 1pt

b) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ avec 0,5 cm en abscisse et 5 cm sur l'axe des ordonnées. Etudier les branches infinies de (C). 1pt

c) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1pt

d) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[0{,}2\ ;\ 0{,}5]$ et donner une valeur approchée à 10^{-1} de α. 1pt

e) Tracer (C) dans l'intervalle $[0\ ;\ 2]$ 1pt

f) Calculer $f(x) - (x^2 + 2x)$. 0,5pt

i) Calculer la limite en $+\infty$ de $f(x) - (x^2 + 2x)$. 0,5pt

ii) Etudier le signe de $f(x) - (x^2 + 2x)$. 0,5pt

iii) Donner une interprétation graphique des résultats de i) et ii) 0,5pt

g) On désigne par P la parabole d'équation $y = x^2 + 2x$. Tracer P dans le même repère que (C). 1pt

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien Session de juin 2009 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : _____ 3pts

1) z *étant* un nombre complexe, on considère l'équation (E) : $z^4 = -7 + 4i\sqrt{2}$.

a) Vérifier que $u = \sqrt{2} + i$ est une solution de (E). **0,5pt**

b) Déterminer sous forme algébrique les racines quatrièmes de l'unité. En déduire dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes toutes les solutions de (E) sous forme algébrique. **1pt**

2) *Soit* ABCD

Un carré du plan.

a) Ecrire A comme barycentre des points B, C *et* D (On précisera les coefficients). **0,5pt**

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}^2 = \vec{0}$ **1pt**

Exercice 2 : _____ 5,5pts

1) On considère la suite (U_n) définie par, $\forall\, n \in \mathbb{N}$: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 2n + 3 \end{cases}$

a) Préciser le sens de variation de la suite (U_n). **0,5pt**

b) Démontrer que pour tout naturel n, $U_n > n^2$; en déduire la limite de la suite (U_n). **1pt**

c) Conjecturer une expression de U_n en fonction de n puis démontrer la propriété ainsi conjecturée. **1pt**

2) Démontrer par récurrence les propriétés suivantes :

a) $(n+1)! \geq \sum_{i=1}^{n} i\,!$ **1pt** ; *b)* $\sum_{i=1}^{n} i \times i\,! = (n+1)! - 1$ **1pt**

NB : $n\,!$ désigne factorielle n.

3) Un ouvrier dispose d'une plaque de métal rectangulaire de 110 cm de longueur sur 88 cm de largeur. Il veut découper dans cette plaque des carrés tous identiques, les plus grands possible, de façon à ne pas avoir de perte.

a) Déterminer la longueur du côté du carré qui convient. **0,5pt**

b) Déterminer le nombre de carrés qu'il pourra découper dans de métal. **0,5pt**

Problème : _____ 11,5pts

Partie A :

Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = e^{-x} \ln x$

1) Déterminer la fonction dérivée de f et vérifier que $f'(x)$ a même signe que $g(x) = -\ln x + \frac{1}{x}$ **0,75pt**

2) a) Etudier les variations de g et montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α comprise entre $\frac{3}{2}$ *et* 2. **1pt**

b) Quel est le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles : $]0\ ;\ \alpha[$ *et* $]\alpha\ ;\ +\infty[$. **0,5pt**

3) Vérifier que $f(\alpha) = \frac{e^{-\alpha}}{\alpha}$ et déduire de l'inégalité $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ en encadrement de $f(\alpha)$. **0,75pt**

4) Achever l'étude de la fonction f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ **1pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Partie B :

1) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ est équivalente à l'équation $h(x) = x$ où h est la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $h(x) = e^{\frac{1}{x}}$ **0,5pt**

2) a) Calculer $h'(x)$ et vérifier que $\forall\, x \in \left[\frac{3}{2}\ ;\ 2\right]$ *on a* : $-\frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}} \leq h'(x) \leq -\frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}}$.

En déduire qu'il existe un réel $k \in [0\ ;\ 1]$ tel que : $\forall\, x \in \left[\frac{3}{2}\ ;\ 2\right]\ ;\ |h'(x)| \leq k$ **1pt**

b) Prouver que pour tout couple de réels $(x\ ;\ y)$ choisis dans $\left[\frac{3}{2}\ ;\ 2\right]$ on a : $|h(x) - h(y)| \leq k|x - y|$. **0,5pt**

3) Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 2\ \ et\ \ \forall\, n \in \mathbb{N},\ U_{n+1} = h(U_n)$.

a) Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}\ ;\ U_n \in \left[\frac{3}{2}\ ;\ 2\right]$. **0,5pt**

b) En appliquant à $(U_n\ ;\ \alpha)$ l'inégalité établie dans 2) b), prouver que : $\forall\, n \in \mathbb{N}\ \ ;\ |U_{n+1} - \alpha| \leq k\,|U_n - \alpha|$. **0,5pt**

c) En déduire par un raisonnement par récurrence l'inégalité :

$\forall\, n \in \mathbb{N}\ \ ;\ |U_n - \alpha| \leq k^n\,|U_0 - \alpha|$ et montrer que la suite (U_n) est convergente. Quelle est la limite ? **0,5pt**

4) Montrer en utilisant les variations de h que $U_{n+1} - \alpha$ et $U_n - \alpha$ sont de signe contraires. En déduire que α est compris entre $U_n\ \ et\ \ U_{n+1}$. **1pt**

Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}. **0,5pt**

Partie C :

On se propose de déterminer toutes les fonctions définies et deux fois dérivables sur $]0\ ;\ +\infty[$ solutions de l'équation différentielle (E) : $y'' + 3y' + 2y = \frac{x-1}{x^2}e^{-x}$.

1) a) Vérifier que la fonction f définie dans la partie A) est une solution de (E). **0,5pt**

b) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y'' + 3y' + 2y = 0$. **0,75pt**

2) a) soit g une fonction deux fois dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$. Montrer que g une solution de (E) si et seulement si $g - f$ est une solution de (E'). **0,75pt**

b) En déduire toutes les solutions de (E). **0,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2010 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : _____ 5pts

On considère l'équation d'inconnue complexe z, $(E) : z^4 + 5z^3 + (11 - 3i)z^2 + (10 - 10i)z - 8i = 0$

1) Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera. **1pt**

2) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle que l'on déterminera. **1pt**

3) Achever la résolution dans $\mathbb{C}$ des nombres complexe de l'équation (E). **1pt**

4) En désignant par z_1 la solution non imaginaire pure qui a une partie imaginaire positive, par z_2 la solution réelle et par z_3 la $4^{ème}$ solution de (E), montrer que $z_0,\ z_1,\ z_2,\ et\ z_3$ sont dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite géométrique dont on précisera la raison. **1pt**

5) Donner le module et un argument de chacun des solutions de (E). **1pt**

Exercice 2 : _____ 5pts

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$. On sésigne par S la réflexion d'axe la droite (D) d'équation $y = x$ et par σ la réflexion d'axe $(O\ ;\ \vec{\imath})$.

1) Soit M un point du plan et M_1 son image par S ; on pose $M' = \sigma(M_1)$

a) Calculer les coordonnées $x'\ et\ y'$ de M' en fonction des coordonnées $x\ et\ y$ de M. **1,5pt**

b) Caractériser la transformation qui fait passer de M à M'. **1pt**

c) Au point $M(x\ ;\ y)$ on associe maintenant le point $N(X\ ;\ Y)$ telles que : $\begin{cases} X = 1 + y \\ Y = 1 - x \end{cases}$

Montrer que cette transformation est une rotation dont on précisera le centre Ω et l'angle θ. **1pt**

2) Le point M d'écrivant la droite d'équation $y = x$, déterminer l'ensemble décrit par N. Quel est l'ensemble décrit par le milieu du bipoint $M\ ;\ N$)? **1,5pt**

Problème : _____ 10pts

Partie A :

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1) Déterminer la limite de g en $-\infty$ puis en $+\infty$. **0,5pt**

2) Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation. **1pt**

3) On admet que l'équation $g(x) = 0$ a exactement deux solutions réelles.

a) Vérifier que 0 en est une. **0,5pt**

b) L'autre solution est appelé α. Montrer que $-1{,}6 < \alpha < -1{,}5$. **0,5pt**

4) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs du réels x. **1pt**

Partie B :

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis en $+\infty$. (On pourra mettre e^{2x} en facteur pour calculer la limite en $+\infty$). **0,5pt**

2) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)\ et\ g(x)$ ont le même signe (g étant la fonction définie dans la partie A). Etudier le sens de variation de f. **1pt**

3) Montrer que $f(\alpha) = \frac{-(\alpha^2+2\alpha)}{4}$ où α est la solution de l'équation $g(x) = 0$ de la partie A. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$. (On rappelle que $-1{,}6 < \alpha < -1{,}5$. **1,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

4) Etablir le tableau de variation de f. **0,5pt**

5) Tracer la courbe (C) représentant les variations de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique 2cm). **1pt**

Partie C :

Pour tout entier naturel n, on note $I_n = \int_0^{\pi} e^x \cos(nx)\, dx$.

1) Montrer que pour tout entier naturel n, $\cos(n\pi) = (-1)^n$ et que $\sin(n\pi) = 0$. **0,5pt**

2) A l'aide d'une intégration par parties montrer que $I_n = \frac{(-1)^n e^{\pi} - 1}{1+n^2}$. **1pt**

3) Montrer que, pour tout entier naturel n, $|I_n| \leq \frac{e^{\pi}+1}{1+n^2}$.

En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$. $|I_n|$ désigne la valeur absolue de I_n. **0, 5pt**

NB : La partie C) est indépendante des parties A) et B)

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2011 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : 4pts

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ on donne le point $A(12\ ;\ 18)$. On désigne par B un point de l'axe $(O\ ;\ \vec{u})$ et C un point de $(O\ ;\ \vec{v})$ tels que $(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{2}$. On appelle x l'abscisse de B et y l'ordonnée de C.

1) Démontrer que le couple $(x\ ;\ y)$ est solution de l'équation $(E) : 2x + 3y = 78$ **0,5pt**

2) On se propose de trouver tous les couples de points $(B\ ;\ C)$ ayant pour coordonnées des nombres entiers relatifs.

a) Montrer que l'on est ramené à l'équation (E), avec $x\ et\ y$ appartenant à l'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs. **1pt**

b) A partir de la difinition de $B\ et\ C$ trouver une solution particulière $(x_0\ ;\ y_0)$ de (E). **0,5pt**

c) Démontrer qu'un couple $(x\ ;\ y)$ est solution de (E) si et seulement si $(x\ ;\ y) = (12 + 3k\ ;\ 18 - 2k)$ où k est un entier relatif. **1pt**

d) Combien y'a-t-il de couples de points $(B\ ;\ C)$ ayant pour coordonnées des nombres entiers relatifs, tels que : $-6 \leq x \leq 21\quad et\quad -5 \leq y \leq 14$? **1pt**

Exercice 2 : 5pts

Le plan P est rapporté au repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$. On considère l'application affine f de P dans P qui à tout point $M(x\ ;\ y)$ associe le point $M'(x';\ y')$ telles que : $\begin{cases} x' = -\frac{6}{5}x + \frac{8}{5}y - \frac{8}{5} \\ y' = \frac{8}{5}x + \frac{6}{5}y - \frac{1}{5} \end{cases}$ et $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexe

1) a) f est-elle bijective ? Justifiez votre réponse. **0,5pt**

b) Déterminer l'ensemble des points invariants par f. **0,5pt**

c) Quelle est l'image par f de la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$? **1pt**

2) On désigne par $M(x\ ;\ y)$ le point d'affixe z et par M' le point d'affixe z' où $z\ et\ z'$ sont deux nombres complexes

a) Sachant que $f(M) = M'$, exprimer z' en fonction de z. **2pt**

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. **1pt**

Problème1 : 11pts

Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\ et\ (C)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$. Unité 2 cm

1) Déterminer l'ensemble de définition de f. **0,5pt**

2) Démontrer que (C) admet deux asymptotes dont on précisera les équations. **1pt**

3) Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f. **1pt**

4) a) Démontrer que (C) admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées. Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point I. **1pt**

b) Etudier la position de (C) par rapport à (T). **0,5pt**

5) Tracer $(C)\ et\ (T)$ dans le même repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ du plan. **1,5pt**

6) a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_{\frac{1}{2}}^{0} f(x)\,dx$ **1pt**

b) Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par (C), (T) et la droite d'équation $x = -\frac{1}{2}$. **0,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Partie B :

Soit h la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\left]0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$ par : $h(x) = \frac{1}{2}f(\cos x)$ où f est la fonction définie en A)

1) Vérifier que h est la primitive qui s'annule en $\frac{\pi}{2}$ de la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sin x}$. **0,5pt**

2) Calculer l'intégrale $K = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} dx$ **0,5pt**

3) Soit $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $I_n = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos^n x}{\sin x} dx$.

a) Calculer I_0 et I_1. **0,5pt**

b) Calculer l'intégrale $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} cos^n x . \sin x\, dx$. **0,5pt**

c) En déduire l'expression de $I_n - I_{n+2}$ en fonction de n puis calculer I_2 , I_3 , I_4 et I_5. **2pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2012 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : 6pts

A) Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{x^3+2x+2}{1-x^2}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **0,5pt**

2) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x de D_f on ait : $f(x) = ax + \frac{b}{1-x} + \frac{c}{1+x}$ **1pt**

3) En déduire l'ensemble des primitives de f sur D_f. **0,5pt**

B) Deux commerçantes, Awa et Fanta se rendent au marché pour acheter des mangues. Chaque mangue coûte 5 F l'unité. Awa dit à Fanta, je dispose d'un montant égal à m_1 francs et Fanta répond, moi aussi j'ai une somme égale à m_2 francs.

L'entier m_1 s'écrit $m_1 = 1x00y2$ dans le système de numération de base huit et m_2 s'écrit $m_2 = x1y003$ dans le système de numération de base sept.

1) Déterminer les chiffres x et y pour que chacune des deux commerçantes puisse, avec la totalité de son argent, acheter un nombre maximum de mangues. **1,5pt**

2) Déterminer le montant que dispose chacune des commerçantes. En déduire le nombre de mangues que chacune d'elles peut acheter. **1pt**

3) a) Décomposer m_1 et m_2 en produit de facteurs premiers. **0,5pt**

b) En déduire le nombre de diviseurs de m_1 et m_2 puis le $PGCD(m_1\ ;\ m_2)$. **0,5pt**

4) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $m_1u + m_2v = 5$ où u et v sont deux entiers relatifs. **0,5pt**

Exercice 2 : 6pts

I) On considère le complexe Z défini par $Z = \frac{z^2}{z+i}$ $où$ $z = x + yi$, $avec$ $(x\ ,\ y) \in \mathbb{R}^2$

1) On note $Z = X + Yi$, $(X\ ,\ Y) \in \mathbb{R}^2$. Ecrire X et Y en fonction de x et y. **1,5pt**

2) Au complexe z on associe le plan $M(x\ ,\ y)$ d'un plan rapporté à un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$. Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que Z soit imaginaire pur non nul. **1pt**

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + 2iz - 2 = 0$. Montrer que les images des solutions de cette équation appartiennent à l'ensemble (Γ). **1pt**

II) 1) On désigne respectivement par a et b (entiers naturels non nuls) la longueur et la largeur mesurées enmètres d'un rectangle. Sachant que $a = 72$ et que le plus petit miltiple commun à a et b est 216, quelles sont les valeurs possibles de b ? **1,5pt**

2) Trouver les diviseurs dans $\mathbb{N}$ de l'entier 240. Calculer l'entier naturel n tel que : $n^2 - 240$ est un carré parfait. **1pt**

Problème: 8pts

Soit f la fonction de $[0\ ;\ +\infty[$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{8}{x+\sqrt{x^2+8}}$

1) a) Etudier le sens de variation de f. **1,5pt**

b) Etudier la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat. **0,5pt**

c) Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**

2) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$: 1 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

a) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse nulle. **0,5pt**

b) Tracer (T) et (C). **1pt**

3) En utilisant les variations de f, démontrer que $\forall\ x \in [1\ ;\ 2]$, $1 \leq f(x) \leq 2$. **1pt**

4) a) Démontrer que pour tout réel x de $[1\ ;\ 2]$, on a : $|f'(x)| \leq \frac{2}{3}$. **1,5pt**

b) En utilisant le théorème des inégalités des accroissements finis, montrer que pour tout x de $[1\ ;\ 2]$ on a : $|f(x) - 2| \leq \frac{2}{3}|x - 1|$. En déduire un encadrement de f sur $[1\ ;\ 2]$ par deux fonctions affines que l'on précisera sur la figure. **1,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2013 (SET – MTI – MTGC)

Exercice 1 : 6pts

I) 1) Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation $x^3 - y^3 = 631$. **1pt**

2) a) Trouvez le reste de la division euclidienne de 111 *par* 7 et de 10^n par 7 suivant les valeurs de l'entier naturel n. **0,5pt**

b) Soit l'entier naturel $N = 999\,888\,777\,666\,555\,444\,333\,222\,111$.

- Montrez que N peut s'écrire en fonction de 111 **0,5pt**

- Quel est le reste de la division euclidienne de N par 7 ? **1pt**

II) Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$. Soit T_α l'application de P *vers* P qui à tout point $M(x\ ;\ y)$ associe le point $M'(x';\ y')$ telles que : $\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x - \alpha y \\ y' = \alpha x - \frac{1}{2}y \end{cases}$ où α est un paramètre réel.

1) Montrez que, pour tout α, T_α est bijective et admet un unique point invariant que l'on précisera. **1pt**

2) Montrez qu'il existe une valeur unique de α pour laquelle T_α est une homothétie H dont on précisera le centre et le rapport. **1pt**

3) Montrer qu'il existe 2 valeurs de α pour lesquelles T_α est une isométrie. Vérifiez que ces deux isométries sont réciproques l'une de l'autre. On note $\mathbb{R}\ et\ \mathbb{R}^{-1}$. **1pt**

Exercice 2 : 4pts

Une substance est injectée par voie intramusculaire. Elle passe du muscle au sang et est éliminée par les reins. Après étude, on constate que la quantité de substance contenue dans le sang à un instant t est donnée approximativement par la fonction q définie par : $q(t) = q_0(e^{-0,5t} - e^{-t})$ où $t \geq 0$ est le temps exprimé en heure, q_0 la quantité de substance injectée en milligramme.

1) Etablir le tableau de variation de q. **1pt**

2) On désire contrôler les effets de cette substance. Pour cela il faut que la quantité de ce médicament contenue dans le sang soit comprise entre 2 valeurs $q_m\ et\ q_M$. **1pt**

$q_m = 1,2\ mg$ est le seuil d'efficacités et $q_M = 2,6\ mg$ est le seuil de toxicité. Déduire du tableau de variation de q, les valeurs qu'on peut donner à q_O pour qu'à aucun moment, la quantité de substance dans le sang ne soit toxique.

3) On pose $q_0 = 10$.

a) Tracez soigneusement la courbe de q dans un repère de votre choix. **1pt**

b) Déterminez graphiquement l'intervalle de temps durant lequel le médicament est efficace. **1pt**

Problème : 10pts

Pour tout entier n strictement positif on considère la fonction f_n définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f_n = \frac{(\ln x)^n}{x^2}$. On note (C_n) la courbe représentative de f_n dans le repère orthogonal $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées).

Partie A : Etude de f_1

1) Déterminez $\lim\limits_{x\to 0} f_1(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$. Que peut – on en déduire pour (C_1) ? **1pt**

2) Etudiez le sens de variation de f_1 et donnez le tableau de variation de f_1. **1pt**

3) Donnez une équation de la tangente au point d'abscisse 1 à (C_1). **0,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

4) Déterminez $\lim\limits_{x\to 0} f_2(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f_2(x)$. Que peut – on en déduire pour C_2. **1pt**

5) Calculez $f_2'(x)$ et donnez le tableau de variations de f_2. **1pt**

Partie B :

1) Etudiez le signe de $f_1(x) - f_2(x)$; en déduire la position relative de (C_1) et (C_2). **1pt**

2) Tracez (C_1) et (C_2) dans le même repère orthogonal. **1,5pt**

Partie C :

m $étant$ un entier naturel non nul, on pose $I_m = \int_1^e f_m(x)\,dx$.

1) On pose $F(x) = \frac{1+\ln x}{x}$. Calculez $F'(x)$. En déduire I_1. **1pt**

2) En utilisant une intégration par parties, montrez que $I_{m+1} = -\frac{1}{e} + (m+1)I_m$ **1pt**

3) Calculez I_2 puis l'aire en cm^2 du domaine compris entre (C_1) et (C_2) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **1pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2014 (TSE)

Exercice 1 : _____ 6pts

I) On se place dans le corps $\mathbb{C}$ des nombres complexes, pour $n \in \mathbb{N}$, on pose, $\forall\, z \in \mathbb{C}\ ,\ h_n(z) = z^n(1-z)$.

1) Pour $n \in \mathbb{N}^*$; résoudre l'équation $h_n(z) = h_0(z)$. **1pt**

2) On se propose de résoudre le système suivant : (1) $\begin{cases} h_n(z) = 1 \\ |z| = |1-z| \end{cases}$

a) Montrez que l'équation $|z| = |1-z|$ a une infinité de solution. **0,5pt**

b) Soit z_0 l'une de ces solutions, calculez, en fonction du module ρ et l'argument θ de z_0 , l'argument de $1 - z_0$; le module et l'argument de ${z_0}^n(1-z_0)$. **1,5pt**

c) En déduire que le système (1) n'admet de solution que si $n \equiv 1[6]$. **0,5pt**

Quel est l'ensemble des solutions du système ? **0,5pt**

II) 1) On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) : $11x + 8y = 79$.

a) Montrez que si $(x\ ;\ y)$ est solution de (E) alors $y \equiv 3[11]$ **0,5pt**

b) Résoudre alors l'équation (E). **0,5pt**

2) Le prix total de 41 $pièces$ détachées réparties en trois lots est de 48000F

Le prix d'une pièce du 1er lot est 4800F ; le prix d'une pièce du 2ème lot est 3600F et le prix d'une pièce du 3ème lot est 400F. Déterminez le nombre de pièces de chaque lot. **1pt**

NB : On pourra utiliser l'équation (E). Les parties I) et II) sont indépendantes.

Exercice 2 : _____ 4pts

I) Dans une classe de terminale, la taille moyenne des élèves est de 167 cm. La taille moyenne des filles est de 160 cm et la taille moyenne des garçons est de 173,5 cm.

Quelle est l'effectif de la classe sashant qu'il est compris entre 50 et 60 ? **2pt**

II) Le vieux Yara a laissé son héritage dans un coffre dont la combinaison comporte les cinq chiffres $x,\ y,\ z,\ t\ et\ h$ dans cet ordre, du système décimal. Il a mentionné sur son testament que sa fortune reviendrait à celui de ses héritiers qui trouverait la combinaison à partir des données suivantes :

- Le 1er chiffre est pair ;
- La somme des deux premiers chiffres est 15 ;
- Le troisième est la différence des deux premiers(le 1er moins le 2ème) ;
- Le 1er chiffre est le produit du troisième par le quatrième ;
- Le nombre est divisible par 9.

Quelle est la combinaison cherchée ? **2pt**

NB : Les parties I) et II) sont indépendantes.

Problème : _____ 10pts

Partie A : Soit φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = (x^2 + x + 1)e^{-x} - 1$

1) a) Déterminez les limites de φ en $-\infty$ puis en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat de $\lim\limits_{x\to+\infty} \varphi(x)$. **1pt**

b) Calculer $\varphi'(x)$ et étudiez son signe. Dressez le tableau de variation de φ. **1,5pt**

2) Démontrez que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$, dont l'une notée α est dans $[1\ ;\ +\infty[$. Vérifiez que $1{,}79 < \alpha < 1{,}80$ **1pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

3) En déduire le signe de φ sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

Partie B : On donne les fonction f et g définies par $f(x) = (2x+1)e^{-x}$ et $g(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

Leurs courbes sont respectivement notées (C_f) et (C_g).

1) Déterminez les domaines de définition de f $et\ de\ g$ puis calculez leurs limites aux bornes de ces domaines de définition. **1pt**

2) Montrez que (C_f) et (C_g) admettent au point $A(0\ ;\ 1)$ une tangente commune (T) donnez une équation cartésienne de (T). **1,5pt**

3) a) Vérifiez que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) - g(x) = \frac{(2x+1)\varphi(x)}{x^2+x+1}$ où φ est la fonction définie dans la partie A. **0,5pt**

b) Etudiez le signe de $f(x) - g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. **0,5pt**

c) En déduire la position relative des courbes (C_f) et (C_g). **0,5pt**

4) a) Déterminez une primitive G de la fonction g sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

b) Déterminez les réels $a\ et\ b$ tels que la fonction F définie par $F(x) = (ax+b)e^{-x}$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

c) Déduire une primitive H de $f - g$ sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

d) Calculez l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan délimitée par les courbes (C_f) et (C_g) et les droites d'équations $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 0$. **0,5pt**

NB : Les tracés de (C_f) et (C_g) ne sont pas demandés.

Scanné avec CamScanner

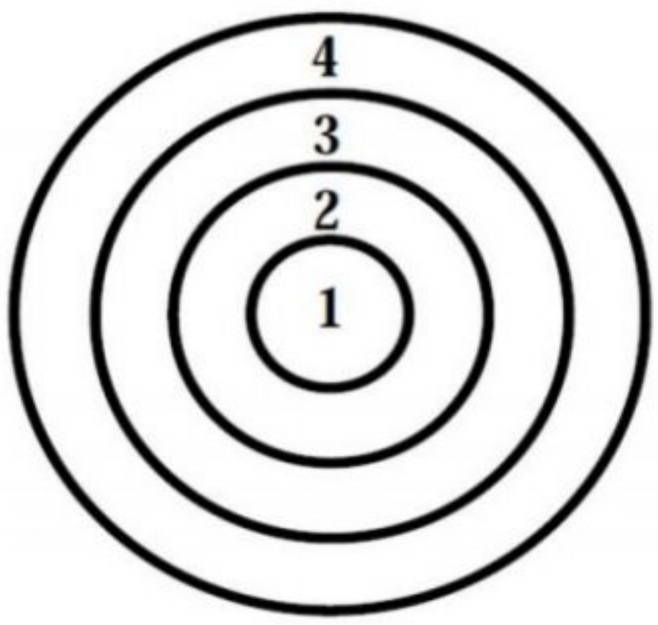
Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2015 (TSE)

Exercice 1 : _____ 5pts

Un cible est constituée de cercles concentriques de rayons respectifs 1, 2, 3, 4 déterminant 4 zones numérotées (1), (2), (3), (4) (chaque zone est une couronne), on considère l'extérieur de la cible comme une $5^{ème}$ zone.

1) Un joueur lance une flèche. La probabilité d'atteindre l'une des zones 1, 2, 3, 4 est proportionnelle à l'aire de cette zone. (Rappel : l'aire d'un disque de rayon r est $A = \pi r^2$). Montrer que les probabilités P_1, P_2, P_3, P_4 d'atteindre respectivement les zones (1), (2), (3), (4) sont égales à K, 3k, 5k, 7k où K est un nombre que l'on ne demande pas de calculer dans cette question. **1,5pt**



2) – Si la flèche touche la zone (1), le joueur gagne 4 000 FCFA
- Si la flèche touche la zone (2), le joueur gagne 3 000 FCFA
- Si la flèche touche la zone (3), le joueur gagne 2 000 FCFA
- Si la flèche touche la zone (4), le joueur gagne 1 000 FCFA
- Si la flèche touche la zone (), le joueur perd 30 000 FCFA

On suppose que l'espérance mathématique de X est nulle.

On appelle X le gain obtenu à l'issue d'une partie (lancé d'une flèche)

a) Déterminez les probabilités P_1, P_2, P_3, P_4 et la probabilité P_5 de manquer la cible. **1,5pt**

b) Donnez sous forme de tableau la loi de probabilité de X. **1pt**

II) Trois villages désignés par les lettres A, B et C sont disposés en triangle comme suit :

Le village A est à 4 km de B, à 3 km de C et le village B est à 5 km de C.

Ces trois villages décident de creuser un forage situé à égale distance des villages, déterminez son emplacement en précisant la distance qui le sépare de chacun des villages. **1pt**

Exercice 2 : _____ 5pts

I) α et β sont deux entiers naturels et $N = 2^{\alpha} \times 3^{\beta}$ tels que le nombre de diviseurs de N^2 est le triple du nombre de diviseurs de N.

1) Prouvez que $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$. **1pt**

2) Déduisez en les valeurs de N. **0,5pt**

II) Le plan affine est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ et $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes.

Soient A, B et C trois points d'affixes respectives $a = -1 + 3i$; $b = -4 + 2i$ et $c = 1 + 4i$.

Soit f la transformation du plan dans lui-même qui à tout points M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = (2 - 2i)z + 1$.

1) Déterminez la nature et les éléments caractéristiques de f. **1pt**

2) Déterminez l'affixe du point B' image de B par la transformation f. Vérifiez que les vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB'}$ sont orthogonaux. **0,5pt**

3) Soit $M(x\ ;\ y)$ où x et y sont des entiers relatifs et M' son image par f. Montrez que les vecteurs $\overrightarrow{CM'}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

orthogonaux si et seulement si $x + 3y = 2$. **1pt**

4) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $x + 3y = 2$ et en déduire l'ensemble des points M dont les coordonnées sont des entiers appartenant à $[-5\ ;\ 5]$. **1pt**

Problème : _____ 10pts

Partie A : Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

1) On désigne par $M(x\ ;\ y)$ un point du plan, $M_1(x_1\ ;\ y_1)$ son image par la symétrie orthogonale d'axe la droite d'équation $y = x$ et $M'(x';\ y')$ l'image de M_1 l'image de M_1 par la symétrie orthogonale d'axe $(O\ ;\ \vec{\imath})$.

a) Exprimez $x'\ et\ y'$ en fonction de $x\ et\ y$. **1pt**

b) Caractérisez l'application qui transforme $M\ en\ M'$. **1pt**

c) On désigne par r l'application qui au point $M(x\ ;\ y)$ associe le point $M''(x'';\ y'')$ définie par : $\begin{cases} x'' = 1 + y \\ y'' = 1 - x \end{cases}$

Montrez que, r est une rotation dont on précisera le centre Ω et d'angle θ. **1pt**

2) Lorsque le point le point M décrit la droite d'équation $y = x$, déterminez l'ensemble décrit par le point M'' ainsi que l'ensemble décrit par le milieu du segment $[MM'']$. **1,5pt**

3) Au point $M(x\ ;\ y)$ on associe le point $M_2(x_2\ ;\ y_2)$ définies par $\begin{cases} x_2 = 1 + 3y \\ y_2 = 1 - 2x \end{cases}$

a) Quelle est la nature de l'ensemble (E) des points M_2 lorsque M décrit le cercle unité de centre O ? **1pt**

b) Caractériser l'image de (E) par la rotation r définie en 1) c). **0,5pt**

Partie B : Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = (2x - 1)\sqrt{\frac{x+1}{2}}$.

1) Etudiez les variations de f et tracez sa courbe (C_f) dans le plan muni du repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$. Précisez les tangentes à (C_f) aux points d'abscisses $-1\ et\ -\frac{1}{2}$. **1,5pt**

2) Soit (C'_f)la courbe image de (C_f) par la symétrique orthogonale par rapport à $(O\ ;\ \vec{\imath})$.

On pose $\Gamma = (C_f) \cup (C'_f)$. Tracez Γ dans le même repère que (C_f). **0,5pt**

3) On considère le point $A(-1\ ;\ 0)$ et la droite Δ d'équation $x = -2$. Soit m un paramètre non nul, D la droite d'équation $y = mx$ et D' la droite orthogonale à D en $O(0\ ;\ 0)$. Les droites $(D)\ et\ (D')$ coupent Δ en $P\ et\ P'$ respectivement.

Soit k le milieu du segment $[PP']$, la droite (AK) coupent $D\ et\ D'\ en\ M\ et\ M'$ respectivement.

a) Déterminez les coordonnées de $M\ et\ M'$ en fonction de m. **1,5pt**

b) On appelle Γ_1 l'ensemble des points M lorsque $m \in \mathbb{R}^*$ et Γ'_1 celui des points M' lorsque $m \in \mathbb{R}^*$. Trouvez une relation entre $\Gamma_1\ et\ \Gamma'_1$. **0,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2016 (TSE-STI)

Exercice 1 : 6pts

Le plan complexe est muni d'un repère ortho normal direct $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$, unité graphique 1 cm. On considère les points $B,\ D\ et\ C$ définis par : $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{v}$ tel que $ABCD$ soit un rectangle.

1) Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice. **0,5pt**

2) Soit E l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$. Détermine l'affixe Z_E $de\ E$. Construis E. **1pt**

3) Détermine les nombres réels $a\ et\ b$ tels que le point F d'affixe $Z_F = 6 - 4i$ soit le barycentre des points A, $B\ et\ C$ affectés respectivement des coefficients $a,\ b\ et\ 1$. **1pt**

4) On considère la similitude directe S qui transforme $A\ en\ E\ et\ B\ en\ F$.

a) Exprime Z' en fonction de $Z\ ou\ Z'$ est l'affixe du point M' image de M par S. **1pt**

b) Détermine le centre Ω, l'angle θ et le rapport k de la similitude S. **1pt**

c) Détermine les images de $C\ et\ D\ par\ S$. **0,5pt**

d) Calcule l'aire de l'image par S du rectangle $ABCD$. **1pt**

Exercice 2 : 4pts

I) On veut entourer avec un minimum d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimensions $525\ m\ \ et\ \ 285\ m$. Les arbres seront régulièrement espacés, de plus, il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle. Calcule :

1) La distance comprise entre deux arbres. **0,5pt**

2) Le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ. **1pt**

II) On considère l'équation $(E) : 11x - 26y = 1$, où $x\ \ et\ \ y$ désignent deux nombres entiers relatifs.

1) Vérifie que le couple $(-7\ ;\ -3)$ est une solution de (E). **0,5pt**

2) Résous alors l'équation (E). **1pt**

3) En déduis le couple d'entiers relatifs $(p\ ,\ q)$ solution de (E) que : $0 \leq p \leq 25$. **1pt**

Problème : 10pts

Partie A :

A l'instant $t = 0$ (t est exprimé en heures), on injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de 2,5 unités substance médicamenteuse. On suppose que la substance se répartit instantanément dans le sang et qu'elle est ensuite progressivement éliminée.

On note $Q(t)$ la quantité de substance présente dans le sang à l'instant t, exprimée en unités adaptées. On admet que le processus d'élimination peut être représenté mathématique par l'équation différentielle : $Q'(t) = -\beta.Q(t)$, où β est un nombre qui sera déterminé expérimentalement.

1) Montre qu'on a $Q(t) = 2{,}5e^{-\beta t}$. **1pt**

2) Calcule la valeur de β, sachant qu'au bout d'une heure la quantité de substance présente dans le sang a diminué de 30%. On donnera d'abord la valeur exacte puis une valeur décimale approchée à 10^{-4} près. **1,5pt**

3) Etudie le sens de variation de Q pour $t \geq 0$. Détermine sa limite en $+\infty$, et trace la courbe représentative (Γ) de Q dans le plan P. **1,5pt**

4) Au bout de combien de temps la quantité de substance présente dans le sang a-t-elle été réduite de moitié ?
On donnera la valeur exacte et une valeur décimale approchée à 10^{-2} près. **1pt**

Partie B :

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

1) Détermine l'ensemble de définition de f. **0,5pt**

2) Etudie les variations de f. **1pt**

3) Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ (unité 2cm). Montre que (C) admet une asymptote oblique dont on précisera l'équation puis préciser la position de (C) par rapport à l'asymptote oblique. **1,5pt**

4) Montre que le point $I\left(\frac{1}{2}\ ;\ -\frac{1}{4}\right)$ est centre de symétrie pour (C). **0,75pt**

5) Donne une équation de la tangente en I à (C). **0,5pt**

6) Construis (C). **0,75pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2017 (TSE-STI)

Exercice 1 : _____ 5pts

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v}\ )$, on considère les points M_n d'affixe $Z_n = \left(\frac{1}{2}i\right)^n \left(1 + i\sqrt{3}\right)$ où n est un entier naturel.

1) Exprime Z_{n+1} en fonction de Z_n puis Z_n en fonction de Z_0 et n. **0,5pt**

2) donne $Z_0\ ,\ Z_1\ , Z_2\ , Z_3\ et\ Z_4$ sous forme algébrique et trigonométrique. **1,25pt**

3) Place les points $M_0\ ,\ M_1\ ,\ M_3\ \ et\ \ M_4$ (unité 4 cm) **1pt**

4) Détermine la distance OM_n en fonction de n. **0,5pt**

5) a) Montre que $M_nM_{n+1} = \frac{\sqrt{5}}{2^n}$. **0,5pt**

b) On pose $\mathrm{L_n} = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{M_kM_{k+1}}$ $(\mathrm{c'est - à - dire\ L_n = M_0M_1 + M_1M_2 + \cdots + M_nM_{n+1}})$

Détermine L_n en fonction de n puis la limite de L_n quand n tend vers $+\infty$. **0,5pt**

6) Détermine une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OM_0}\ ;\ \overrightarrow{0M_n}\right)$ en fonction de n ? **0,5pt**

7) Pour quelles valeurs de n les points $O,\ M_0\ \ et\ \ M_n$ son alignés ? **0,25pt**

Exercice 1 : _____ 5pts

I) Dans le plan affine, on considère le triangle ABC rectangle en A, I le milieu du segment $[AB]$ et J le centre de gravité de ABC.

Pour tout réel m, différent de $-\frac{1}{3}$, on note G_m le barycentre du système de points pondérés :

$\{(A\ ;\ 1)\ ;\ \ (\mathrm{B}\ ;\ \mathrm{m})\ \ ;\ \ (\mathrm{C}\ ;\ 2\mathrm{m})\}$.

Pour tout point M du plan on noté $\overrightarrow{V_m} = 3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$.

1) Montre que G_1 est le milieu du segment $[CI]$. **0,5pt**

2) Montre que les points $G_1\ ;\ J\ \ et\ \ C$ sont alignés. **0,5pt**

3) Montre que pour tout point M, $\overrightarrow{V_m} = -\left(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}\right)$. **0,5pt**

4) Montre que pour tout réel m distinct de $-\frac{1}{3}$, $A\overrightarrow{G_m}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AG_{-1}}$. **0,5pt**

5) Montre que le triangle $IBG_{-\frac{1}{2}}$ est un triangle rectangle. **0,5pt**

II) Dans le plan affine euclidienne rapporté au repère orthonormé, on considère l'application affine f définie par :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{5}(-3x + 4y + 4) \\ y' = \frac{1}{5}(4x + 3y - 2) \end{cases}$$

1) Démontre que, f est une isométrie. **0,75pt**

2) Trouve l'ensemble des points invariants par f. **0,75pt**

3) Caractérise géométriquement l'application f. **1pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2017 (TSE-STI)

Problème : _____ 10pts

Partie A :

Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1 - x$. On appelle (C) la courbe représentative de f.

1) a) Calcule la fonction dérivée de f. **0,5pt**

b) Dresse le tableau de variation de f' sur $[0\ ;\ +\infty[$ puis endéduire le signe de f' sur $[0\ ;\ +\infty[$. **1pt**

c) Dresse le tableau de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$. **0,5pt**

d) Montre que (C) admet une asymptote (D) que l'on déterminera. **0,5pt**

e) Construis $(C)\ et\ (D)$ sur un même graphique. **1,5pt**

2) a) etablis que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[0\ ;\ +\infty[$ une solution et une seule notée α. **0,25pt**

b) Justifie l'encadrement : $1 \leq \alpha \leq 2$. **0,25pt**

Partie B :

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $J = [1\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1$.

1) Etudie les variations de g sur J puis en déduis que pour tout $x \in J$, $g(x) \in J$. **1,5pt**

2) Montre que pour tout $x \in J, on\ a : |g'(x)| \leq \frac{3}{e^2}$. En déduis que pour tout $x \in J$, on a : $|g(x) - \alpha| \leq \frac{3}{e^2}|x - \alpha|$. **1pt**

3) Soit (u_n) la suite d'éléments de J définie par par $U_n = 1\ et\ U_{n+1} = g(U_n)$ pour tout entier n positif ou nul.

a) Montre que pour tout entier n positif ou nul, on a : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{e^2}|U_n - \alpha|$. **0,5pt**

b) En déduis que pour tout entier n positif ou nul, on a : $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{e^2}\right)^n$. **0,5pt**

c) Détermine la limite de la suite (U_n). **0,5pt**

d) Détermine un entier p pour lequel on est sur d'avoir $|U_p - \alpha| \leq 10^{-3}$. Calcule U_p à 10^{-3} **1pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juin 2018 (TSE-STI)

Exercice 1 : _____ 6pts

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ (unité graphique 1 cm).

On considère dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation (E) d'inconnue z suivante :

$z^3 + (-8+i)z^2 + (17-8i)z + 17i = 0$

Partie A :

1) Montre que $-i$ est une solution de (E).

2) Détermine les nombres réels $a,\ b\ et\ c$ tels que :

$z^3 + (-8+i)z^2 + (17-8i)z + 17i = (z+i)(az^2+bz+c)$

3) Résous l'équation (E) dans l'ensemble des nombres complexes.

Partie B :

On appelle $A,\ B\ et\ C$ les points d'affixes respectives $4+i\ ;\ 4-i\ ;\ -i$.

1) Place les points sur une figure que l'on complétera dans la suite de l'exercice.

2) Soit r l'application du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = iz - 2i + 2$. Le point Ω est le point d'affixe 2. On appelle S l'image de A par r. Calcule l'affixe s de S.

3) Démontre que les points $B,\ A,\ S,\ C$ appartiennent à un même cercle C dont on déterminera le centre et le rayon.

Tracer C.

4) A tout point M d'affixe $z \neq 2$, on associe le point M' d'affixe : $z' = \frac{iz+10-2i}{z-2}$.

a) Détermine les affixes des points $A',\ B',\ C'$ associés respectivement aux points $A,\ B\ et\ C$.

b) Vérifier que $A',\ B',\ C'$ appartienne à un cercle (C') de centre P, d'affixe i. Détermine son rayon et trace (C').

c) Pour tout nombre complexe $z \neq 2$, exprime $|z'-i|$ en fonction de z.

d) Soit M un point d'affixe z appartenant au cercle (C). Démontre que $|z'-1| = 2\sqrt{5}$.

e) en déduis à quel ensemble appartiennent les points M' associés aux points du cercle (C).

Exercice 2 : _____ 4pts

I. On considère l'équation $(E) : 8x + 5y = 1$, où $(x\ ;\ y)$ est un couples entiers relatifs.

1) a) Donne une solution particulière de l'équation (E).

b) Résous l'équation (E).

2) Soit N un entier naturel tel qu'il existe un couple $(a\ ;\ b)$ de nombres entiers vérifiant : $\begin{cases} N = 8a+1 \\ N = 5b+2 \end{cases}$

a) Montre que le couple $(a\ ;\ -b)$ est solution de (E).

b) Quel est le reste, dans la division de N par 40 ?

3) a) Résous l'équation $8x + 5y = 100$, où (x ; y) est un couple de nombres entiers relatifs.

b) Au $VIII^{è}$ siècle, un groupe composé d'hommes et de femmes a dépensé 100 pièces de monaine dans une auberge.

Les hommes ont dépensé 8 pièces chacun et les femmes 5 pièces chacune.

Combien pouvait il y avoir d'hommes et de femmes dans le groupes ?

II) On se propose de résoudre l'équation différentielle : $y' - 2y = -\frac{2}{1+e^{-2x}}$ (E).

1) Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' la fonction définie par : $f(x) = e^{2x}g(x)$.

Montre que f est une solution de (E) si, et seulement si $g'(x) = -\frac{2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

2) En déduis toutes les solutions de (E).

Problème : _____ 10pts

I) On définit la fontion g sur l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$.

a) On admet le résul $\lim\limits_{x\to 0} x\ln x = 0$. *En déduis la limite de* $g(x)$ *lorsque* x *tend vers* 1.

b) Calcule $g'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$.

c) Résous l'inéquation : $1 - \ln(x-1) > 0$, d'inconnue x appartenant à l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$.

d) Etudie le sens de variation de g sur l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$.

e) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique notée α, dans l'intervalle $[e+1\ ;\ e^3+1]$, puis étudie le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$.

II) soit φ la fonction définie sur l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$ par $\varphi(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$.

A/ a) Détermine $\lim\limits_{x\to 1}\varphi(x)$ *et prouve que* $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x) = 0$

b) Calcule $\varphi'(x)$ et montre que $\varphi'(x)$ est du signe de $g(x^2)$ sur l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$.

c) Montre que φ est croissante sur l'intervalle $]1\ ;\ \sqrt{\alpha}]$ et décroissante sur $[\sqrt{\alpha}\ ;\ +\infty[$.

B/ On définit la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$.

1) Vérifie que, pour tout x appartenanr à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f(x) = \varphi(e^x)$.

2) En déduis :

a) la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0 ;

b) la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$;

c) le sens de variation de f surl'intervalle et le fait que f admet un maximum en $\ln(\sqrt{\alpha})$.

3) Montre que, pour tout x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[\ ;\ f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$.

4) Réproduis et compléte le tableau suivant en donnant des valeurs approchées à 10^{-2} près.

x	0,1	0,5	1	1,5	2	3
$f(x)$						

Représente graphiquement f dans un repère orthogonal, d'unité 5 cm en abscisse, 10 cm en ordonnée. On prendra 10 comme valeur approchée de α.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session d'août 2019 (TSE-STI)

Exercice 1 : _____ 6pts

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ (unité graphique 5 cm), on considère les points $A\ et\ B$ d'affixes respectives $z_A = 1 + i \quad et \quad z_B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1.

1) Donne la forme trigonométrique de z_A et celle de z_B.

2) Dans la suite de l'exercice, M désigne un point de (C) d'affixe $e^{i\alpha}$, $[0\ ;\ 2\pi]$. On considère l'application qui à tout point M de (C), associe $f(M) = MA \times MB$.

a) Montre, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, l'égalité suivante : $e^{i2\alpha} - 1 = 2ie^{i\alpha}\sin\alpha$.

b) Montre l'égalité suivante : $f(M) = \left|e^{i2\alpha} - 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right)e^{i\alpha}\right|$

c) En déduis l'égalité suivante : $f(M) = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{2} + 2\sin\alpha\right)^2}$

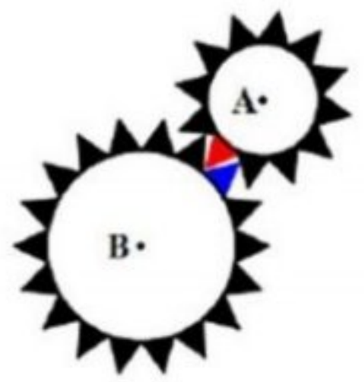
3) a) En utilisant 2). c), montre qu'il existe deux points $M\ de\ (C)$, dont on donnera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ est minimal. Donne cette valeur minimale.

b) En utilisant 2).c), montre qu'il existe un seul point $M\ de\ (C)$, dont on donnera les coordonnées, pour lequel $f(M)$ est maximal. Donne cette valeur maximale.

Exercice 2 : _____ 4pts

I) Une roue d'engrenage (A) a douze dents.

a) Elle est en contact avec une roue (B) de 18 dents. Au bout de combien de tours de chacune d'elles seront-elles de nouveau, et pour la première fois dans la même position ?



b) Elle est maintenant en contact avec une roue dentée (C), ayant plus de 12 dents. Après 10 tours de (A), les deux roux sont, de nouveau pour la première fois, dans la même position. Détermine le nombre de dents de la roue (C).

II) On considère un triangle du plan.

1) a) Détermine et construis le point G, barycentre de $\{(A\ ;\ 1)\ ;\ (B\ ;-1)\ ;\ (C\ ;\ 1)\}$.

b) Détermine et construis le point G', barycentre de $\{(A\ ;\ 1)\ ;\ (B\ ;\ 5)\ ;\ (C\ ;-2)\}$

2) a) Soit J le milieu de $[AB]$. Exprime $\overrightarrow{GG'}\ et\ \overrightarrow{JG'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{AC}$ et en déduis l'intersection des droites $(GG')\ et\ (AB)$.

b) Montre que le barycentre I de $\{(B\ ;\ 2)\ ;\ (C\ ;-1)\}$ appartient à (GG').

3. Soit D un point quelconque du plan. Soient O le milieu de $[CD]$ et K le milieu de $[OA]$. Détermine trois réels $a,\ d\ et\ c$ tels que K soit barycentre de $\{(A\ ;\ a)\ ;\ (D\ ;\ d)\ ;\ (C\ ;\ c)\}$.

Problème 1 : _____ 10pts

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$. L'unité graphique est 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session d'août 2019 (TSE-STI)

Partie A :

Soit f fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2 + \cos x)e^{1-x}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

1) Montre que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) > 0$.

2) a) Montrer que, pour tout $x\ de\ \mathbb{R}$, $\sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos x + \sin x$

b) En déduis que, pour tout $x\ de\ \mathbb{R}$, $2 + \cos x + \sin x > 0$.

c) Montre que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

3) a) Montre que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $e^{1-x} \leq f(x) \leq 3e^{1-x}$.

b) En déduis les limites de f en $+\infty\ et\ en\ -\infty$.

c) Interprète géométriquement le résultat obtenu lors du calcul de la limite de f en $+\infty$.

4) a) Montre que, sur l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$, l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique α.

b) Donne un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

5) Représente la courbe C sur $[0\ ;\ \pi]$.

Partie B :

On veut calculer l'aire A, exprimée en unités d'aire, du domaine limité par la courbe C, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $t = 1$.

1) Montre que $A = 2e - 2 + \int_0^1 (e^{1-t}\cos t)\,dt$

2) On pose $I = \int_0^1 (e^{1-t}\cos t)\,dt \quad et \quad J = \int_0^1 (e^{1-t}\sin t)\,dt$

a) A partir de deux intégrations par parties, montre que : $I = e - J - \cos 1\ \ et\ J = I - \sin 1$.

b) En déduis la valeur de I.

3) Détermine la valeur exacte de A en unité d'aire, puis donne une valeur approchée de A à 10^{-2} près par défaut.

Partie C :

Soit h la fonction définie sur $h(x) = -1 - \frac{\sin x}{2+\cos x}$.

1) a) Montre que la fonction h admet les primitives sur $\mathbb{R}$.

b) Calcule la primitive H de la fonction h, qui prend en 0 la valeur $(1 + \ln 3)$.

2) a) Détermine $\ln(f(x))$ pour tout $x\ de\ \mathbb{R}$.

b) Etudie le sens de variation de la fonction H.

c) Détermine le tableau de variation de H.

3) On appelle Γ la courbe représentative de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto 1 - x + \ln(2 + \cos x)$. On ne demande pas de représenter Γ. On appelle Δ la droite d'équation $y = -x + 1$.

a) Etudie la position relative de Γ et de Δ.

b) Détermine les abscisses des points commun à Γ et Δ.

4) a) Etablie une équation de la tangente (T) à Γ au point d'abscisse 0.

b) Etudie la position relative de Γ et (T).

5) Montre que la courbe Γ est contenue dans une bande du plan limité par deux droites parallèles dont on donnera les équations.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de septembre 2020 (TSE-STI)

Exercice 1 : _____ 5pts

On désigne par $A\ et\ B$ les points d'affixes respectives $z_A = 2 - i\ et\ z_B = -2i$, et pour tout nombre complexe z différent $de\ z_B$, On pose $Z = \frac{z - z_A}{z - z_B}$

1) Détermine, dans chaque cas, l'ensemble des points $M(z)$ tel que :

a) Z soit un réel ;

b) Z soit un imaginaire pur (éventuellement nul) ;

c) Z soit de module 1.

2) Calcule $|Z - 1| \times |z - z_B|$ et en déduis que, lorsque $M(z)$ parcourt le cercle de centre B et de rayon R, les points d'affixes Z sont tous situés sur un même cercle dont on précisera le centre et rayon.

Exercice 2 : _____ 5pts

1) Démontre que pour tout entier naturel n, $2^{3n} - 2$ est un multiple de 7. En déduis que $2^{3n+1} - 1$ et $2^{3n+2} - 4$ sont des multiples de 7.

2) Détermine les restes de la division par 7 des puissances de 2.

3) Pour tout $p \in \mathbb{N}$, on considère le nombre $A_p = 2^p + 2^{2p} + 2^{3p}$.

a) Si $p = 3n$, quel est reste de la division de A_p par 7 ?

b) Démontre que si $p = 3n + 1$ alors A_p est divisible par 7.

c) Étudie le cas où $p = 3n + 2$.

Problème : _____ 10pts

Les parties $A\ et\ B$ sont indépendantes.

A) Soit f la fonction définie $[0\ ;\ +\infty[\ par\ f(x) = \ln(e^{2x} + 2e^{-x})$.

On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$, unité graphique : 2cm.

1) Montre que, pour tout réel x positif : $f(x) = 2x + \ln(1 + e^{-3x})$.

2) a) Étudie la limite de $f\ en\ +\infty$.

b. Montre que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote à (C), quand x tend vers $+\infty$.

c) Étudie la position de $(C)\ et\ (D)$.

3) Étudie les variations de f.

4) Trace $(C)\ et\ (D)$.

5) Montre que, pour tout réel α, $\alpha > 0$: $\int_0^{\alpha} e^{-3x}\,dx \leq \frac{1}{3}$.

6) Établis que, pour tout réel $u, u \geq 0\ ;\ \ln(1 + u) \leq u$.

7) En déduis que, pour tout réel $\alpha, \alpha > 0$: $\int_0^{\alpha} \ln(1 + 2e^{-3x})\,dx \leq \frac{2}{3}$.

8) Soit $A(x)$ l'aire, exprimée en cm², du domaine limité par les droites d'équations $x = 0$;

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

$x = \alpha,\ \ y = 2x\ et$ la courbe (C). En déduis des questions précédentes une majoration de $A(\alpha)$ par un nombre indépendant de α.

B) 1) Étudie les variations de la fonction h définie dans l'intervalle $[2\ ;\ 4]$ par :

$h : x \longmapsto h(x) = 2 - x + \ln x$; en déduis que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique β

2) Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel $n,\ u_{n+1} = 2 + \ln u_n$.

Montre que l'image de l'intervalle $[2\ ;\ 4]$ par la fonction $g : x \longmapsto 2 + lnx$ est incluse dans l'intervalle $[2\ ;\ 4]$. .

3) Montre que en utilisant l'inégalité des accroissements finis que pour tout entier naturel $n : |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \beta|$.

4) En utilisant un raisonnement par récurrence, prouve que pour tout entier nature $n : |u_n - \beta| \leq 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

5) En déduis que (u_n) est convergente.

6) Détermine un entier N tel que $|u_N - \beta| \leq 10^{-4}$.

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session d'août 2021 (TSE-STI)

Exercice 1 : 6pts

Soit la fonction polynôme p de l'ensemble $\mathbb{C}$, des nombres complexes, dans $\mathbb{C}$ définie pour tout nombre complexe z par : $p(z) = z^3 - (7+9i)z^2 + (-14+39i)z + 50$.

1) Démontre que la fonction polynôme p admet une racine imaginaire pure noté z_0. **1,5pt**

2) Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$. On note z_1 et z_1 les solutions non imaginaire pures avec $Re(z_1) < Re(z_2)$. **2,5pt**

3) Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixe respectives z_0, z_1 et z_2.

a) Détermine l'affixe z_G du point G barycentre du système $\{(A,\ 1)\ ;\ (B,-1)\ ;\ (C,\ 1)\}$ puis écris z_G sous la forme exponentielle. **0,5pt**

b) Détermine puis construis l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 + MC^2 = 4$. **1pt**

c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCG$? **0,5pt**

Exercice 2 : 5pts

A) On désigne par x un entier naturel supérieur ou égal à 5.

Soient les entiers naturels N et N' que s'écrivent respectivement $\overline{100x}$ et $\overline{x001}$ dans le système de base $x+1$.

1) Ecris N et N' dans le système de base x. **1pt**

2) Ecrire $N + N'$ dans le système de base $x+1$. Déduis-en que $N + N'$ est un multiple de $x+1$. **1pt**

3) Donne, dans le système de base x, le quotient q de la division euclidienne de $N + N'$ par $x+1$. **0,5pt**

4) Montre qu'il existe deux entiers naturels a et b tels que $\overline{ab}^x \times \overline{aaa}^x = q$ **1pt**

B) Détermine tous les couples $(\alpha\ ;\ \beta)$ d'entiers naturels non nuls vérifiant :

$PGCD(\alpha\ ;\ \beta) + PPCM(\alpha\ ;\ \beta) = \beta + 9$ **1,5pt**

Problème : 9pts

Partie A

Soit la fonction g de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par : $g: x \mapsto g(x) = x - 1 - x\ln x$.

1) Détermine l'ensemble de définition D_g de g puis calcule les limites de g aux bornes de D_g. **1pt**

2) g' désigne la fonction dérivée de la fonction g.

a) Détermine puis étudie le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x. **0,5pt**

b) Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variations. **1pt**

c) Déduis-en le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,5pt**

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$ d'unité graphique :2 cm. (C) désigne la représentation graphique de la fonction f de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ définie par :

$f : x \mapsto f(x) = |x^2 - 1| + \ln|x-1|, si\ x \leq 0$ et $f : x \mapsto f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$, si $x > 0$.

1) D_f désigne l'ensemble de définition de la fonction f.

a) Détermine D_f. **0,25pt**

b) Calcule les limites de f aux bornes de D_f. **1pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

2. Etude de f en -1 :

a) Etudie la continuité et la dérivabilité de f en -1. **0,75pt**

b) Donne une interprétation graphique des résultats obtenus. **0,25pt**

3) Détermination de la fonction dérivée, notée f', de la fonction **0,5pt**

a) Calcule $f'(x)$ pour $x \leq 0$. **0,5pt**

b) Montre que: $\forall\, x \in D_f \cap \mathbb{R}_+^*$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x-1)^2}$. Donne le sens de variation de f puis dresse son tableau de variations. **1pt**

4) Construction de la représentation graphique de f :

a) Précise les branches infinies de (C). **0,25pt**

b) Trace (C). **0,25pt**

Partie C :

1) Montre que la fonction $H : x \mapsto -x + (x-1)\ln|x-1|$ est une primitive sur $]-\infty\ ;\ 1[$ de la fonction $h : x \mapsto \ln|x-1|$. **0,75pt**

2) Calcule l'aire A , en cm , de la partie du plan définie par : $\begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$ **0,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner

Baccalauréat Malien : Session de juillet 2022 (TSE-STI)

Exercice 1 : 5pts

1) Démontre que pour tout entier naturel n, $3^{6n+2} + 3^{3n+1} + 1$est divisible par 13. **1pt**

2) Détermine le chiffre des unités du nombre 17^{97} écrit dans le système décimal. **1pt**

3) Détermine les entiers naturels a et b $(a < b)$ tels que : $\begin{cases} a \times b = 1734 \\ a \wedge b = 17 \end{cases}$ **1pt**

4) a) Résous, dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation : $17x - 13y = 4$. **1pt**

b) La division euclidienne d'un entier naturel N par 13 donne pour reste 5. Le même entier divisé par 17 donne pour reste 1. Quel sera son reste dans la division euclidienne par 221 ? **1pt**

Exercice 2 : 5pts

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$. On appelle A, B et C les points d'affixes respectives : $z_A = -1 + 3i$; $z_B = -2$ et $z_C = -\frac{3-3i}{2}$.

Soit f l'application du plan privé de A dans le plan qui, à tout point M d'affixe z distinct de z_A, associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = \frac{z+2}{z+1-3i}$.

1) Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 3iz - 2 = 0$. **1pt**

2) Détermine les affixes des points invariants par f. **1pt**

3) Détermine l'ensemble des points M tels que M' appartienne au cercle de centre O et de rayon 1. **1pt**

4) En posant $z = x + iy$, détermine $Im\ (z')$ en fonction de x et y. Déduis-en l'ensemble des points M tels que M' appartienne à l'axe des abscisses. **1pt**

5) a) Montre que pour tout $z \neq -1 + 3i$, on ait l'équivalence : $\frac{z+2}{z+1-3i} = -\frac{\bar{z}+2}{\bar{z}+1+3i} \Leftrightarrow (z + z_C)\left(\overline{z + z_C}\right) = \frac{5}{2}$. **0,5pt**

b) Déduis-en l'ensemble des points M tels que M' ait une affixe imaginaire pure. **0,5pt**

Problème : 10pts

I. Soit la fonction f définie sur $[0;\ \pi]$ par $f : x \mapsto f(x) = \frac{2+cosx}{2-cosx}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$

1) Étudie les variations de f. **2pt**

2) Démontre que f est une bijection de $[0;\ \pi]$ sur un sous-ensemble E de $\mathbb{R}$ que l'on précisera. **1pt**

3) Construis (C). **1pt**

II) Soit A, B, C trois points du plan $\mathcal{P}$ tels que $AB = AC = 5\ unités,\ BC = 6\ unités$.

1) Construis le triangle ABC puis calcule $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. **2pt**

2) Construis le barycentre G des points pondérés $(A;\ 2), (B;\ 3)$ et $(C;\ 3)$ puis calcule GA. **2pt**

3) Soit h l'application de $\mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}$

$M \longmapsto h(M) = 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$.

a) Exprime $h(M)$ en fonction de $h(G)$ et MG. **0,5pt**

b) Calcule $h(A)$ et $h(G)$. **0,5pt**

c) Détermine puis construis l'ensemble (E) des points M tels que $h(M = h(A)$. **0,5pt**

d) E et F sont deux points distincts du plan. Détermine puis construis l'ensemble (Γ) des points M tel que : $\frac{ME}{MF} = \frac{3}{2}$. **0,5pt**

Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner