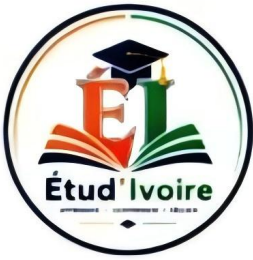


BACCALAURÉAT
SESSION 2026

Durée : 4 h
Coefficient : 5



MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.*

EXERCICE 1 (2 points)

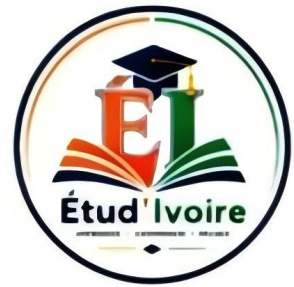
Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

- Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ sont les fonctions du type :
 $x \mapsto ae^{2x} + be^{-2x}$, $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$.
- Une primitive sur $] -\frac{b}{a}; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{ax+b}$ est la fonction $x \mapsto \ln(ax+b)$ où $a \in]0; +\infty[$ et $b \in \mathbb{R}$.
- L'excentricité d'une ellipse est toujours inférieure à celle d'une hyperbole.
- Toute suite géométrique de raison inférieure ou égale à -1 est divergente.
- A et B sont deux points distincts du plan. La ligne de niveau 2 de l'application $M \mapsto \frac{MA}{MB}$ est le cercle de diamètre $[IJ]$, où $I = \text{bar}\{(A; 1); (B; 2)\}$ et $J = \text{bar}\{(A; -2); (B, 1)\}$.
- Toute isométrie du plan qui laisse invariant deux points distincts E et F et qui n'est pas l'application identique est la symétrie orthogonale d'axe (EF).

EXERCICE 2 (2 points)

Écris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de l'une des lettres A, B, C ou D qui permet d'obtenir la proposition vraie.

- La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ est convergente et a pour limite :
A : 0 ; B : 1 ; C : e^3 ; D : 3.
- La variance d'une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres 4 et $\frac{1}{3}$ est :
A. $\frac{8}{3}$; B. $\frac{8}{9}$; C. $\frac{4}{3}$; D. $\frac{11}{3}$.
- Le plan est muni d'une repère orthonormé (O ; I, J). L'axe focal de la conique d'équation $y^2 + 9x^2 - 18x = 0$ est la droite d'équation.
A : $x = 0$; B : $y = 0$; C : $x = 1$; D : $y = 1$.
- Le plan est muni d'un repère orthogonal. L'aire de la partie du plan délimitée par la courbe de la fonction $x \mapsto 2x - x^2$ et les droites d'équation $x = 0$, $x = 2$ et $y = 0$ en unités d'aires est :
A : $\frac{2}{3}$; B : $\frac{1}{3}$; C : 2 ; D : $\frac{4}{3}$.



EXERCICE 3 (3 points)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

- On pose : $B_n = \text{PGCD}(n^2 + 1 ; n + 1)$.
 - Justifie que : $B_n = \text{PGCD}(n + 1 ; 2)$.
 - Déduis-en les valeurs possibles de B_n .
- On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation $(E_n) : (n^2 + 1)x + (n + 1)y = 1$.
 - Justifie que l'équation (E_n) admet des solutions si et seulement si n est pair.
 - Dans le cas où n est pair, vérifie que $(-\frac{n}{2} ; 1 + \frac{n}{2}(n - 1))$ est une solution particulière de (E_n) .
 - Résous dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation (E_n) .

EXERCICE 4 (4,5 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ d'unité graphique 2 cm, on donne les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives

$$Z_A = -1 - i ; Z_B = 1 - i ; Z_C = 1 + i ; Z_D = -1 + i \text{ et } Z_E = 1 - 3i.$$

- Place les points A, B, C, D et E dans le repère $(O ; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
- Justifie qu'il existe une rotation r et une seule qui applique A sur B et C sur D.
 - Détermine l'angle et le centre de r .
- On pose $f = h \circ r$, où h est l'homothétie de centre C et de rapport 2.
 - Justifie que f est une similitude directe dont on précisera l'angle et le rapport. On note I le centre de f .
 - Justifie que E est l'image de A par f .
- On désigne par (Γ_1) l'ensemble des points M du plan tels que $\text{Mes}(\widehat{MA, ME}) = \frac{\pi}{2}$ et (Γ_2) l'ensemble des points M tels que : $ME^2 - 4MA^2 = 0$.
 - Détermine et construis l'ensemble (Γ_1) .
 - Détermine et construis l'ensemble (Γ_2) .
 - Déduis-en la construction du point I.

EXERCICE 5 (3,5 points)

On considère la fonction f_n définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par : $f_n(x) = x^{1-n}e^{nx}$, ($n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$). On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

- Justifie que la droite (OJ) est une asymptote à (C_n) .
 - Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$.
- On admet que f_n est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
 - Démontre que : $\forall x \in]0 ; +\infty[, f'_n(x) = \frac{nx - (n-1)}{x^n} e^{nx}$.
 - Déduis-en que f_n admet un minimum unique au point d'abscisse $a_n = 1 - \frac{1}{n}$.
 - Dresse le tableau de variation de f_n .
- On rappelle que : $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$.
 - Justifie que : $\forall x \in]0 ; +\infty[, \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \frac{e^x}{x}$.
 - Déduis-en la position relative des courbes (C_n) et (C_{n+1}) sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - Justifie que : $f_n(a_n) = (\frac{n}{n-1})^{n-1} e^{n-1}$.

EXERCICE 6**(5 points)**

Dans le cadre des activités du club de robotique d'un établissement secondaire, des élèves de terminale C effectuent des essais de vols de drones dans un espace spécialement aménagé pour cette activité.

Cet espace est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Les drones sont programmés pour survoler un mur vertical de hauteur 8 m assimilé à la portion de plan (P) d'équation $2x - y - 5 = 0$ comprise entre les niveaux $z = 0$ et $z = 8$.

Un vol est réussi lorsque le drone passe au-dessus du mur, c'est-à-dire si sa trajectoire coupe le plan (P) pour une valeur de z telle que $z > 8$.

La performance d'un élève est déterminée par le nombre de fois, par mois, que son drone ne rentre pas en collision avec le mur. Moins il y a de collision, plus l'élève est performant.

L'élève Fatim a noté dans le tableau suivant ses performances au cours des 7 premiers mois de sa formation.

Mois	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de collisions	25	21	18	17	14	11	9

On admet que les conditions d'entraînement restent identiques au fil des mois.

Pour le premier vol du 8^e mois, elle place son drone au point $A(1 ; 2 ; 0)$ et veut le faire décoller en suivant une trajectoire rectiligne dirigée par le vecteur $\vec{u}(2 ; -1 ; 9)$.

Elle souhaite savoir si son vol sera réussi et le rang du mois à partir duquel sa performance sera à moins de 3 collisions par mois.

1. Étudie la trajectoire du drone lancé par Fatim et justifie si elle réussira oui ou non son vol.
2. Détermine le rang du mois à partir duquel la performance de Fatim sera à moins de 3 collisions par mois.

CORRIGE	BAREME
<u>EXERCICE 1 (2 points)</u>	
1. F	0,25
2. F	0,5
3. V	0,25
4. V	0,25
5. F	0,5
6. V	0,25
<u>EXERCICE 2 (2 points)</u>	
1. C ; 2. B ; 3. C ; 4. D	0,5 x 4
<u>EXERCICE 3 (3 points)</u>	
1. a) $n^2 + 1 = (n+1)(n-1) + 2$ $\text{PGCD}(n^2 + 1; n+1) = \text{PGCD}(n+1; 2)$	0,5
b) $B_n = \text{PGCD}(n+1; 2)$ donc les valeurs possibles de B_n sont 1 et 2.	0,5
2. a) Si n pair alors $n+1$ est impair donc $\text{PGCD}(n^2 + 1; n+1) = \text{PGCD}(n+1; 2) = 1$ et l'équation (E_n) admet des solutions Si n est impair alors $n+1$ est pair donc $\text{PGCD}(n^2 + 1; n+1) = \text{PGCD}(n+1; 2) = 2$ Comme 2 ne divise pas 1, l'équation (E_n) n'admet pas de solution.	0,75
b) Vérification Correcte	0,5
c) Résolution $(n^2 + 1)x + (n+1)y = 1$ $(n^2 + 1)x + (n+1)(1 + \frac{n}{2}(n-1)) = 1$ Ce qui entraîne $(n^2 + 1)(x + \frac{n}{2}) = (n+1)(-y + 1 + \frac{n}{2}(n-1))$ D'après Gauss $n^2 + 1$ divise $-y + 1 + \frac{n}{2}(n-1)$ et $n+1$ divise $x + \frac{n}{2}$; Il existe un entier relatif k tel que $-y + 1 + \frac{n}{2}(n-1) = k(n^2 + 1)$ et $x + \frac{n}{2} = k(n+1)$	

CORRIGÉ	BAREME
$S_{2 \times n} = \left\{ \left(-\frac{n}{2} + k(n+1); -k(n^2+1) + 1 + \frac{n}{2}(n-1) \right) \right\}$ $k \in \mathbb{Z}$	(0,75)
EXERCICE 4 (4,5 points) 1. Voir feuille annexe. (Trois points bien placés — 0,5) (Plus de trois points bien placés 0,75) 2. a) $AC = 2\sqrt{2}$ et $BD = 2\sqrt{2}$ Les vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{BD}$ n'étant pas colinéaires, il existe une unique rotation r qui applique A sur B et C sur D. b) Angle : $\frac{\pi}{2}$; Centre : l'origine O 3. a) $f = h \circ r$ où h est l'homothétie de rapport 2 et r la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ donc f est une similitude directe de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$. b) $f(A) = h \circ r(A) = h(B) = E$ car B est le milieu de $[CE]$ ($3C + 3E = 3B$) 4. a) $M \in (\Gamma_1) \Leftrightarrow \text{Mes}(\vec{MA}, \vec{ME}) = \frac{\pi}{2}$ (Γ_1) est le demi-cercle de diamètre $[AE]$ contenant le point B privé des points A et E. Construction (voir feuille annexe) b) $M \in (\Gamma_2) \Leftrightarrow \vec{ME}^2 - 4\vec{MA}^2 = 0$ $\Leftrightarrow \vec{ME}^2 - 4\vec{MA}^2 = 0$ $\Leftrightarrow (\vec{ME} - 2\vec{MA}) \cdot (\vec{ME} + 2\vec{MA}) = 0$ $\Leftrightarrow \vec{MG}_1 \cdot \vec{MG}_2 = 0$ où $G_1 = \text{bar} \{ (E; 1); (A; -2) \}$ et $G_2 = \text{bar} \{ (E; 1); (A; 3) \}$ (Γ_2) est le cercle de diamètre $[G_1 G_2]$	(0,75) (0,5) (0,25 + 0,25) (0,25 x 3) (0,5) (0,25) (0,25) (0,5)

CORRIGE

BAREME

Construction (voir feuille annexe)

$$c) \begin{cases} f(A) = E \\ f(I) = I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IE = 2IA \\ \text{Mes}(\vec{IA}, \vec{IE}) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

donc $IE^2 - 4IA^2 = 0$ et $I \in (\Gamma_2)$
 $\text{Mes}(\vec{IA}, \vec{IE}) = \frac{\pi}{2}$ et $I \in (\Gamma_1)$

$$\{I\} = (\Gamma_1) \cap (\Gamma_2)$$

0,25

0,25