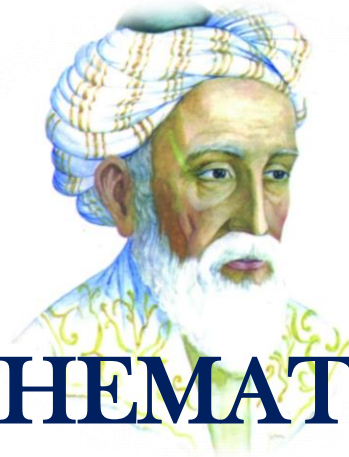


⊕∘ΧΠΛΞ⊕ ∣ ΗΕΥΟΞΘ
⊕∘Γ∘Π∘Θ⊕ ∣ %ΘΧΓΞ %!∘Γ%Ο
Λ %ΘΘΗΓΛ ∘ΓЖΠ∘Ο% Λ ⊕%Π!%⊕



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

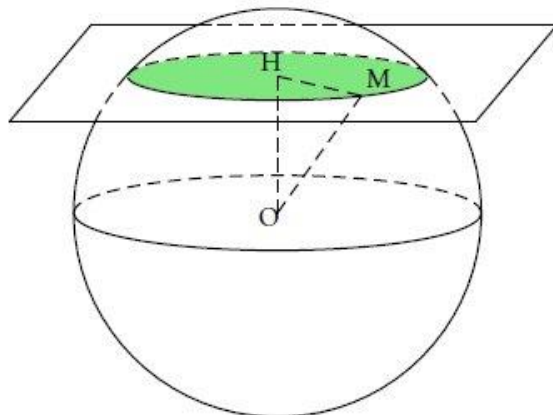
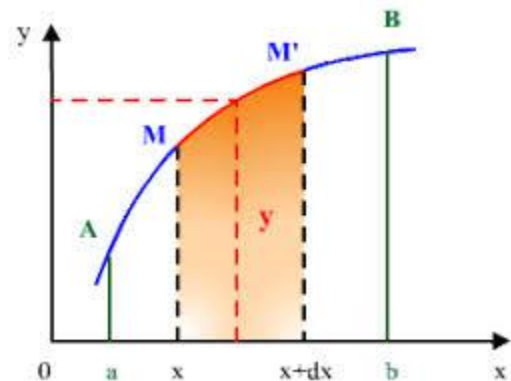


MATHEMATIQUES

Examens nationaux 2008-2025

2 Bac Sciences mathématiques

exemple



ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ

المملكة المغربية

ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵏⵓⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ

وزارة التربية الوطنية

ⵏ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵏⵓⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ

والتعليم الأولي والرياضة



المركز الوطني لامتحانات المدرسية وتقييم التعلّيمات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

2025

العادية

الدورة

الموضوع

γ**

ⵏ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵏⵓⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ

NS

24F

الرياضيات

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2025 -الموضوع-		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلّيمات 	
1				
5				
Y**				
	LLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLL	NS - 24F		

4h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة المسلك

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte quatre exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(10 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte à l'arithmétique(3 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} + e}$

et soit (Γ) sa courbe représentative dans un repère **orthogonal** $(O; \vec{i}, \vec{j})$

Partie I :

- 0.25 1- a) Montrer que: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(1-x) = f(x)$
 0.25 b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
 0.5 c) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 0.5 d) Interpréter graphiquement les deux résultats obtenus.

- 0.5 2- a) Montrer que: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = f(x) \frac{1 - e^{2x-1}}{1 + e^{2x-1}}$

b) Donner les variations de f puis en déduire que :

1 $(\forall x \in \mathbb{R}) ; 0 < f(x) < \frac{1}{2}$

- 0.5 3- Représenter graphiquement la courbe (Γ) .

(On prendra $\|\vec{i}\| = 1cm$, $\|\vec{j}\| = 2cm$ et $\frac{1}{2\sqrt{e}} \cong 0.30$ et $\frac{1}{1+e} \cong 0.27$)

- 0.5 4- a) Montrer que: $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$

- 0.25 b) En déduire que $\int_0^1 f(x) dx = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$

- 5- a) En effectuant le changement de variables : $t = e^x$, montrer que :

0.25 $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dt}{t^2 + e}$

- 0.5 b) Montrer que : $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{e}} \left(\arctan(\sqrt{e}) - \frac{\pi}{4} \right)$

- 0.25 c) En déduire l'aire, en cm^2 , du domaine plan délimité par (Γ) , les droites d'équations respectives : $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$

Partie II :

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 \in \left] 0; \frac{1}{2} \right[$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = f(u_n)$

- 0.5 1- En utilisant le résultat de la question I.2-a), montrer que :

$(\forall x \in \mathbb{R}) ; |f'(x)| \leq f(x)$

- 0.5 2- a) Montrer que : $\left(\forall x \in \left[0; \frac{1}{2} \right] \right) ; 0 \leq f'(x) < \frac{1}{2}$

الصفحة	3	NS - 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2025 - الموضوع
5			- مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

- 0.25 b) Montrer que la fonction $g: x \mapsto g(x) = f(x) - x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
- 0.5 c) En déduire qu'il existe un unique réel $\alpha \in \left]0; \frac{1}{2}\right[$ tel que : $f(\alpha) = \alpha$
- 0.5 3- a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < u_n < \frac{1}{2}$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$
- 0.5 c) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$
- 0.25 d) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α

Partie III :

On considère la suite numérique $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = \frac{1}{n(n+1)} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{k}{e^n + e^{\frac{n-k}{n}}}$$

0.25 1-a) Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{k}{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

0.5 b) Montrer que : $\int_0^1 x f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$

(On pourra effectuer le changement de variables : $t = 1 - x$)

0.5 2- Montrer que la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite.

EXERCICE2 : (3.5 points)

Soit $\alpha \in [0; 2\pi[$

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E_α) d'inconnue z :

$$(E_\alpha) : z^2 - 2^\alpha e^{i\alpha} (1 + 2i)z + i 2^{2\alpha+1} e^{i2\alpha} = 0$$

Partie I :

0.25 1- a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E_α) est : $\Delta_\alpha = (2^\alpha e^{i\alpha} (1 - 2i))^2$

0.5 b) En déduire les deux solutions a et b de l'équation (E_α) avec $|a| < |b|$

0.25 2- Vérifier que $\frac{b}{a}$ est un imaginaire pur.

Partie II :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On note par $M(z)$ le point d'affixe le nombre complexe z

On pose $\frac{b}{a} = \lambda i$ avec $\lambda = \text{Im}\left(\frac{b}{a}\right)$

1- On considère les points $A(a)$, $B(b)$ et $H(h)$ avec $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

0.5 a) Montrer que : $\frac{h}{b-a} = -\left(\frac{\lambda}{\lambda^2+1}\right)i$ puis en déduire que les droites (OH) et (AB) sont perpendiculaires.

0.5 b) Montrer que : $\frac{h-a}{b-a} = \frac{1}{\lambda^2+1}$ puis en déduire que les points H, A et B sont alignés.

2- Soient $I(m)$ le milieu du segment $[OH]$ et $J(n)$ le milieu du segment $[HB]$

0.5 a) Montrer que : $\frac{n}{m-a} = -\lambda i$

0.5 b) En déduire que les droites (OJ) et (AI) sont perpendiculaires et que $OJ = |\lambda| AI$

0.25 c) Soit K le point d'intersection des droites (OJ) et (AI)

Montrer que les points K, I, H et J sont cocycliques.

0.25 d) Montrer que les droites (IJ) et (OA) sont perpendiculaires.

EXERCICE3 : (3 points)

Soient p un nombre premier impair et a un entier premier avec p

0.5 1- Montrer que $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$ ou $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$

2- On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $ax^2 \equiv 1 \pmod{p}$. Soit x_0 une solution de cette équation.

0.5 a) Montrer que : $x_0^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$

0.25 b) En déduire que : $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$

3- Soit n un entier naturel non nul.

0.5 a) Montrer que si p divise $2^{2n+1} - 1$ alors $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$

0.5 b) En déduire que l'équation $(E) : 11x + (2^{2n+1} - 1)y = 1$ admet au moins une solution dans $\mathbb{Z}^2$

4- On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation $(F) : x^2 + 5x + 2 \equiv 0 \pmod{11}$

0.25 a) Montrer que : $(F) \Leftrightarrow 2(2x+5)^2 \equiv 1 \pmod{11}$

0.5 b) En déduire que l'équation (F) n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z}$

EXERCICE4 : (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire et non commutatif de zéro la

matrice $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité la matrice $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, et que $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ est

un espace vectoriel réel.

Soient la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ et l'ensemble $E = \{M(x) = I + xA / x \in \mathbb{R}\}$

0.25 1- a) Vérifier que : $A^2 = -2A$

0.25 b) En déduire que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) \times M(y) = M(x + y - 2xy)$

0.25 2- a) Calculer $M\left(\frac{1}{2}\right) \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

0.25 b) En déduire que la matrice $M\left(\frac{1}{2}\right)$ n'est pas inversible dans $(M_3(\mathbb{R}), \times)$

0.25 3- Montrer que : $E - \left\{M\left(\frac{1}{2}\right)\right\}$ est stable pour la multiplication dans $M_3(\mathbb{R})$

(on pourra utiliser l'identité : $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{2}\left(x + y - 2xy - \frac{1}{2}\right)$)

1 4- Montrer que : $\left(E - \left\{M\left(\frac{1}{2}\right)\right\}, \times\right)$ est un groupe commutatif.

5- On munit E de la loi de composition interne T définie par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) T M(y) = M\left(x + y - \frac{1}{2}\right)$$

et on considère l'application φ définie de $\mathbb{R}$ vers E par : $\forall x \in \mathbb{R} ; \varphi(x) = M\left(\frac{1-x}{2}\right)$

0.5 a) Montrer que φ est un homomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers (E, T) et que $\varphi(\mathbb{R}) = E$

0.25 b) En déduire que (E, T) est un groupe commutatif.

0.5 6- Montrer que $(E, T, \times)$ est un corps commutatif.

FIN

المملكة المغربية



وزارة التربية الوطنية

والتعليم الأولي والرياضة

المركز الوطني لامتحانات المدرسية وتقييم التعلم

2025

العادية

الدورة

الموضوع

Y**

LLLLLLLLLLLLLLLLLLLL-LLLLL

NS

24F

الرياضيات

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2025 -الموضوع-		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني لامتحانات المدرسية وتقييم التعلّيمات	
1				
5				
Y**				
	LLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLL	NS - 24F		

4h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة المسلك

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte quatre exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(10 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte à l'arithmétique(3 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} + e}$

et soit (Γ) sa courbe représentative dans un repère **orthogonal** $(O; \vec{i}, \vec{j})$

Partie I :

- 0.25 1- a) Montrer que: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(1-x) = f(x)$
 0.25 b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
 0.5 c) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 0.5 d) Interpréter graphiquement les deux résultats obtenus.

- 0.5 2- a) Montrer que: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = f(x) \frac{1 - e^{2x-1}}{1 + e^{2x-1}}$

b) Donner les variations de f puis en déduire que :

1 $(\forall x \in \mathbb{R}) ; 0 < f(x) < \frac{1}{2}$

- 0.5 3- Représenter graphiquement la courbe (Γ) .

(On prendra $\|\vec{i}\| = 1cm$, $\|\vec{j}\| = 2cm$ et $\frac{1}{2\sqrt{e}} \cong 0.30$ et $\frac{1}{1+e} \cong 0.27$)

- 0.5 4- a) Montrer que: $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$

- 0.25 b) En déduire que $\int_0^1 f(x) dx = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$

- 5- a) En effectuant le changement de variables : $t = e^x$, montrer que :

0.25 $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dt}{t^2 + e}$

- 0.5 b) Montrer que : $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{e}} \left(\arctan(\sqrt{e}) - \frac{\pi}{4} \right)$

- 0.25 c) En déduire l'aire, en cm^2 , du domaine plan délimité par (Γ) , les droites d'équations respectives : $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$

Partie II :

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 \in \left] 0; \frac{1}{2} \right[$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = f(u_n)$

- 0.5 1- En utilisant le résultat de la question I.2-a), montrer que :

$(\forall x \in \mathbb{R}) ; |f'(x)| \leq f(x)$

- 0.5 2- a) Montrer que : $\left(\forall x \in \left[0; \frac{1}{2} \right] \right) ; 0 \leq f'(x) < \frac{1}{2}$

الصفحة	3	NS - 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2025 - الموضوع
5			- مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

- 0.25 b) Montrer que la fonction $g: x \mapsto g(x) = f(x) - x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
- 0.5 c) En déduire qu'il existe un unique réel $\alpha \in \left]0; \frac{1}{2}\right[$ tel que : $f(\alpha) = \alpha$
- 0.5 3- a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < u_n < \frac{1}{2}$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$
- 0.5 c) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$
- 0.25 d) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α

Partie III :

On considère la suite numérique $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = \frac{1}{n(n+1)} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{k}{e^n + e^{\frac{n-k}{n}}}$$

0.25 1-a) Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{k}{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

0.5 b) Montrer que : $\int_0^1 x f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$

(On pourra effectuer le changement de variables : $t = 1 - x$)

0.5 2- Montrer que la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite.

EXERCICE2 : (3.5 points)

Soit $\alpha \in [0; 2\pi[$

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E_α) d'inconnue z :

$$(E_\alpha) : z^2 - 2^\alpha e^{i\alpha} (1 + 2i)z + i 2^{2\alpha+1} e^{i2\alpha} = 0$$

Partie I :

0.25 1- a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E_α) est : $\Delta_\alpha = \left(2^\alpha e^{i\alpha} (1 - 2i)\right)^2$

0.5 b) En déduire les deux solutions a et b de l'équation (E_α) avec $|a| < |b|$

0.25 2- Vérifier que $\frac{b}{a}$ est un imaginaire pur.

Partie II :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On note par $M(z)$ le point d'affixe le nombre complexe z

On pose $\frac{b}{a} = \lambda i$ avec $\lambda = \text{Im}\left(\frac{b}{a}\right)$

1- On considère les points $A(a)$, $B(b)$ et $H(h)$ avec $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

0.5 a) Montrer que : $\frac{h}{b-a} = -\left(\frac{\lambda}{\lambda^2+1}\right)i$ puis en déduire que les droites (OH) et (AB) sont perpendiculaires.

0.5 b) Montrer que : $\frac{h-a}{b-a} = \frac{1}{\lambda^2+1}$ puis en déduire que les points H, A et B sont alignés.

2- Soient $I(m)$ le milieu du segment $[OH]$ et $J(n)$ le milieu du segment $[HB]$

0.5 a) Montrer que : $\frac{n}{m-a} = -\lambda i$

0.5 b) En déduire que les droites (OJ) et (AI) sont perpendiculaires et que $OJ = |\lambda| AI$

0.25 c) Soit K le point d'intersection des droites (OJ) et (AI)

Montrer que les points K, I, H et J sont cocycliques.

0.25 d) Montrer que les droites (IJ) et (OA) sont perpendiculaires.

EXERCICE3 : (3 points)

Soient p un nombre premier impair et a un entier premier avec p

0.5 1- Montrer que $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 [p]$ ou $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 [p]$

2- On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $ax^2 \equiv 1 [p]$. Soit x_0 une solution de cette équation.

0.5 a) Montrer que : $x_0^{p-1} \equiv 1 [p]$

0.25 b) En déduire que : $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 [p]$

3- Soit n un entier naturel non nul.

0.5 a) Montrer que si p divise $2^{2n+1} - 1$ alors $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 [p]$

0.5 b) En déduire que l'équation $(E) : 11x + (2^{2n+1} - 1)y = 1$ admet au moins une solution dans $\mathbb{Z}^2$

4- On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation $(F) : x^2 + 5x + 2 \equiv 0 [11]$

0.25 a) Montrer que : $(F) \Leftrightarrow 2(2x+5)^2 \equiv 1 [11]$

0.5 b) En déduire que l'équation (F) n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z}$

EXERCICE4 : (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire et non commutatif de zéro la

matrice $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité la matrice $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, et que $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ est

un espace vectoriel réel.

Soient la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ et l'ensemble $E = \{M(x) = I + xA / x \in \mathbb{R}\}$

0.25 1- a) Vérifier que : $A^2 = -2A$

0.25 b) En déduire que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) \times M(y) = M(x + y - 2xy)$

0.25 2- a) Calculer $M\left(\frac{1}{2}\right) \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

0.25 b) En déduire que la matrice $M\left(\frac{1}{2}\right)$ n'est pas inversible dans $(M_3(\mathbb{R}), \times)$

0.25 3- Montrer que : $E - \left\{M\left(\frac{1}{2}\right)\right\}$ est stable pour la multiplication dans $M_3(\mathbb{R})$

(on pourra utiliser l'identité : $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{2}\left(x + y - 2xy - \frac{1}{2}\right)$)

1 4- Montrer que : $\left(E - \left\{M\left(\frac{1}{2}\right)\right\}, \times\right)$ est un groupe commutatif.

5- On munit E de la loi de composition interne T définie par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) T M(y) = M\left(x + y - \frac{1}{2}\right)$$

et on considère l'application φ définie de $\mathbb{R}$ vers E par : $\forall x \in \mathbb{R} ; \varphi(x) = M\left(\frac{1-x}{2}\right)$

0.5 a) Montrer que φ est un homomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers (E, T) et que $\varphi(\mathbb{R}) = E$

0.25 b) En déduire que (E, T) est un groupe commutatif.

0.5 6- Montrer que $(E, T, \times)$ est un corps commutatif.

FIN

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2024 -الموضوع-		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات
1			
5			
**			
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	NS 24F	

4h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة المسلك

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(7.5 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte à l'analyse(2.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE5 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte à l'arithmétique(3 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (7.5 points)

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]1, +\infty[$ par :

$$f(1) = \frac{1}{2} \text{ et pour tout } x \in]1, +\infty[, \quad f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2 - 1}$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.5 1- Montrer que f est continue à droite en 1

0.5 2- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.25 3- a) Soit $x \in]1, +\infty[$

En posant : $t = (x-1)^2$, vérifier que : $\frac{1-x+\ln(x)}{(x-1)^2} = \frac{-\sqrt{t} + \ln(1+\sqrt{t})}{t}$

0.5 b) Montrer que $(\forall t \in]0, +\infty[) , -\frac{1}{2} < \frac{-\sqrt{t} + \ln(1+\sqrt{t})}{t} < \frac{-1}{2(1+\sqrt{t})}$

(On pourra utiliser le théorème des accroissements finis sur l'intervalle $[0; t]$)

0.25 c) En déduire que : $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x+\ln(x)}{(x-1)^2} = -\frac{1}{2}$

0.5 4- a) Montrer que : $\forall x \in]1, +\infty[, \quad \frac{f(x) - \frac{1}{2}}{x-1} = -\frac{\ln(x)}{x-1} \times \frac{1}{2(x+1)} + \frac{\ln(x) - x + 1}{2(x-1)^2}$

0.5 b) En déduire que f est dérivable à droite en 1 puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

5- Pour tout $x \in]1, +\infty[$ on pose $I(x) = \int_1^x \frac{t^2 - 1}{t^3} dt$ et $J(x) = \int_1^x \frac{t^2 - 1}{t^2} dt$

0.5 a) Montrer que : $\forall x \in]1, +\infty[, 0 \leq I(x) \leq J(x)$

0.5 b) Montrer que pour tout $x \in]1, +\infty[, I(x) = \ln(x) - \frac{x^2 - 1}{2x^2}$ et $J(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$

0.5 c) Montrer que : $\forall x \in]1, +\infty[, f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2} \times \frac{I(x)}{J(x)}$

0.5 d) En déduire que : $\forall x \in]1, +\infty[, -\frac{1}{2} \leq f'(x) \leq 0$

0.25 6- a) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0.5 b) Tracer la courbe (C) (On prendra $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ et $\|\vec{j}\| = 2\text{cm}$)

0.5 7- Montrer que l'équation $f(x) = x - 1$ admet une unique solution a dans $]1, 2[$

8- Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par :

$$a_0 \in]1, +\infty[\quad \text{et} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}, \quad a_{n+1} = 1 + f(a_n)$$

- 0.5 a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), |a_{n+1} - a| \leq \frac{1}{2}|a_n - a|$
- 0.5 b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}), |a_n - a| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a_0 - a|$
- 0.25 c) En déduire que la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.

EXERCICE2 : (2.5 points)

Soit F la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0;1]$ par : $F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$

- 0.5 1-a) Montrer que F est continue, strictement croissante sur $[0;1]$
- 0.5 b) En déduire que F est une bijection de $[0;1]$ vers $[0;\beta]$ avec $\beta = \int_0^1 e^{t^2} dt$
- 2- On note F^{-1} la bijection réciproque de F
- Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose : $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n F^{-1}\left(\frac{k}{n}\beta\right)$
- 0.5 a) Montrer que la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est convergente de limite $\ell = \frac{1}{\beta} \int_0^\beta F^{-1}(t) dt$
- 0.5 b) Montrer que $\ell = \frac{1}{\beta} \int_0^1 u e^{u^2} du$
- (On pourra effectuer le changement de variable $u = F^{-1}(t)$)
- 0.5 c) En déduire que : $\ell = \frac{e-1}{2\beta}$

EXERCICE3 : (3.5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z

$$(E_\alpha): z^2 - 2iz + \alpha = 0 \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{C}$$

Partie I :

- 0.25 1-a) Montrer que le discriminant de l'équation (E_α) est $\Delta = -4(1 + \alpha)$
- 0.25 b) Déterminer l'ensemble des valeurs α pour lesquelles l'équation (E_α) admette dans l'ensemble $\mathbb{C}$ deux solutions distinctes.
- 0.5 2- On note z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E_α) .
Déterminer $z_1 + z_2$ et $z_1 z_2$

Partie II :

Soient Ω , M_1 et M_2 les points d'affixes respectivement α , z_1 et z_2

1- On suppose que $\alpha = m^2 - 2m$ avec $m \in \mathbb{R}$

0.5 a) Déterminer z_1 et z_2 en fonction de m

0.25 b) En déduire que les points O , M_1 et M_2 sont alignés.

2-On suppose que les points O , M_1 et M_2 ne sont pas alignés.

0.25 a) Montrer que $\frac{z_1}{z_2}$ est un imaginaire pur si et seulement si $\operatorname{Re}(z_1 \overline{z_2}) = 0$

0.5 b) Montrer que : $|z_1 - z_2|^2 = |z_1 + z_2|^2 - 4 \operatorname{Re}(z_1 \overline{z_2})$

0.25 c) En déduire que $\frac{z_1}{z_2}$ est un imaginaire pur si et seulement si $|z_1 - z_2| = 2$

0.25 3-a) Montrer que : $(z_1 - z_2)^2 = \Delta$

0.5 b) Déterminer l'ensemble Γ des points Ω pour que le triangle OM_1M_2 soit rectangle en O

EXERCICE4 : (3.5 points)

On considère dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*$ la loi de composition interne T définie par :

$$\forall ((a,b), (c,d)) \in (\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*)^2 ; (a,b)T(c,d) = (a\overline{d} + c, bd)$$

($\overline{d}$ étant le conjugué du nombre complexe d)

0.5 1-a) Vérifier que $(i,2)T(1,i) = (2,2i)$, puis calculer $(1,i)T(i,2)$

0.25 b) En déduire que la loi T n'est pas commutative dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*$

0.5 2- Montrer que la loi T est associative dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*$

0.25 3- Vérifier que $(0,1)$ est l'élément neutre pour T dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*$

0.5 4-a) Vérifier que $\forall (a,b) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C}^* ; (a,b)T\left(-\frac{a}{b}, \frac{1}{b}\right) = (0,1)$

0.5 b) Montrer que $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*, T)$ est un groupe non commutatif.

0.5 5-a) Montrer que $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ est stable par la loi de composition interne T

0.5 b) Montrer que $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ est un sous-groupe du groupe $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*, T)$

الصفحة	5	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2024 - الموضوع	
5			- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

EXERCICE5 :(3 points)

Soient p et q deux nombres premiers distincts et r un entier naturel premier avec p et avec q

- 1 1- a) Montrer que p divise $r^{p-1} - 1$ et que q divise $r^{q-1} - 1$
- 0.5 b) En déduire que p et q divisent $r^{(p-1)(q-1)} - 1$
- 0.5 c) Montrer que pq divise $r^{(p-1)(q-1)} - 1$
- 1 2- Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $2024^{192}x \equiv 3 \pmod{221}$ [221] (On donne : $221 = 13 \times 17$)

FIN

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader

de la formation et du recrutement

Commerce Gestion & Info



GESTION
INFORMATISÉE
TECHNICIEN

ACTION
COMMERCIALE
ET MARKETING
TECHNICIEN

GESTION
D'ENTREPRISE
TECHNICIEN SPÉCIALISÉ

COMMERCE
INTERNATIONAL
TECHNICIEN SPÉCIALISÉ

ASSISTANT
COMPTABLE
TECHNICIEN



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

EXERCICE1		Éléments de réponses	Barème
1-		Continuité de f à droite en 1	0.5
2-		Calcul de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	0.25
		Interprétation graphique.....	0.25
3-	a)	Vérification.	0.25
	b)	Démonstration de la double inégalité : $\left(\forall t \in]0, +\infty[\right) , \quad -\frac{1}{2} < \frac{-\sqrt{t} + \ln(1 + \sqrt{t})}{t} < \frac{-1}{2(1 + \sqrt{t})}$	0.5
	c)	Déduction.	0.25
4-	a)	Démonstration de l'égalité.	0.5
	b)	Dérivabilité de f à droite en 1 Interprétation graphique	0.25 0.25
5-	a)	Démonstration de la double inégalité.	0.5
	b)	Démonstration des deux égalités.	0.25x2
	c)	Démonstration de : $\forall x \in]1, +\infty[, \quad f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2} \times \frac{I(x)}{J(x)}$	0.5
	d)	Déduction.	0.5
6-	a)	Tableau de variation de f	0.25
	b)	Tracé de la courbe (C)	0.5
7-		L'existence et l'unicité de a	0.5
8-	a)	Application du TAF ou de l'inégalité des accroissements finis.	0.5
	b)	Démonstration par récurrence.	0.5
	c)	Déduction de la convergence de la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$	0.25

EXERCICE2		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	Continuité et monotonie de F sur $[0;1]$	0.5
	b)	Déduction.	0.5
2-	a)	Convergence et limite de la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$	0.25×2
	b)	Démonstration de l'égalité $\ell = \frac{1}{\beta} \int_0^1 u e^{u^2} du$	0.5
	c)	Déduction.	0.5

EXERCICE3			Éléments de réponses	Barème
Partie I	1-	a)	Démonstration de l'égalité $\Delta = -4(1 + \alpha)$	0.25
		b)	Détermination de l'ensemble des valeurs α	0.25
	2-		Détermination de $z_1 + z_2$ et $z_1 z_2$	0.25×2
Partie II	1-	a)	Calcul de z_1 et z_2 en fonction de m	0.5
		b)	Déduction.	0.25
	2-	a)	Démonstration de l'équivalence.	0.25
		b)	Démonstration de l'égalité.	0.5
		c)	Déduction.	0.25
	3-	a)	Démonstration de l'égalité $(z_1 - z_2)^2 = \Delta$	0.25
		b)	Détermination de l'ensemble Γ	0.5

EXERCICE4		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	Vérification et calcul.	0.25×2
	b)	Déduction.	0.25
2-		Associativité de la loi T dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*$	0.5
3-		Vérification.	0.25
4-	a)	Vérification.	0.5
	b)	Démonstration que $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*, T)$ est un groupe non commutatif.	0.5
5-	a)	Stabilité de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ par la loi de composition interne T	0.5
	b)	Démonstration que $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ est un sous-groupe du groupe $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*, T)$	0.5

EXERCICE5		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	Démonstration que $p / r^{p-1} - 1$ et que $q / r^{q-1} - 1$	0.5×2
	b)	Déduction.	0.5
	c)	Démonstration que $pq / r^{(p-1)(q-1)} - 1$	0.5
2-		Résolution, dans $\mathbb{Z}$, de l'équation $2024^{192} x \equiv 3 \pmod{221}$	1

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader
de la formation et du recrutement

MEDIA

Audiovisuel

Infographie

**Développement
Multimédia**

Journalisme

2 ans



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

4h	مدة الإجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة المسلك

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (6.5 points)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2

On considère la fonction numérique f_n définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f_n(0) = 0 \quad \text{et} \quad \forall x \in]0, +\infty[; f_n(x) = x - x^n \ln x$$

Et on note (C_n) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

0.25 1-a) Montrer que f_n est continue à droite en 0

0.75 b) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.5 c) Montrer que f_n est dérivable à droite en 0 et que son nombre dérivé à droite en 0 est égal à 1

0.5 d) Montrer que f_n est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que :

$$\forall x \in]0, +\infty[; f'_n(x) = 1 - x^{n-1} - nx^{n-1} \ln x$$

0.5 e) Montrer que f_n est strictement croissante sur $[0; 1]$ et strictement décroissante sur $[1, +\infty[$

0.5 2-a) Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, on a : $\forall x \in [0, +\infty[; f_{n+1}(x) \leq f_n(x)$

0.25 b) En déduire la position relative des deux courbes (C_n) et (C_{n+1})

0.5 3-a) Montrer que pour tout $n \geq 2$, il existe un unique réel $\alpha_n \in]1; 2[$ tel que : $f_n(\alpha_n) = 0$
(On prendra $\ln 2 = 0,7$)

0.25 b) Vérifier que $(\forall n \geq 2) \quad \alpha_{n+1}^n \ln \alpha_{n+1} = 1$

0.25 c) En déduire que pour tout $n \geq 2$, $f_n(\alpha_{n+1}) = \alpha_{n+1} - 1$

0.5 d) Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n \geq 2}$ ainsi définie est strictement décroissante.

0.25 e) En déduire que la suite $(\alpha_n)_{n \geq 2}$ est convergente.

4- On pose : $\ell = \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$

0.25 a) Montrer que : $1 \leq \ell \leq 2$

0.5 b) Montrer que pour tout $n \geq 2$, $n - 1 = -\frac{\ln(\ln(\alpha_n))}{\ln(\alpha_n)}$

0.25 c) On suppose que $\ell > 1$. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln(\alpha_n))}{\ln(\alpha_n)}$ en fonction de ℓ

0.5 d) En déduire la valeur de la limite ℓ

EXERCICE2 : (3.5 points)

0.25 1-a) Calculer l'intégrale : $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

0.5 b) Pour tout entier $n \geq 1$, on pose : $u_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{n}{n^2 + k^2}$

Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est convergente puis déterminer sa limite.

0.25 2- Montrer que : $\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx \leq 1$

0.5 3-a) Montrer que : $(\forall x \in [0,1]) ; 0 \leq e^x - 1 \leq e.x$

0.25 b) En déduire que : $(\forall x \in [0,1]) ; 0 \leq e^x - 1 - x \leq \frac{e}{2}x^2$

4- Pour tout entier $n \geq 1$, on pose : $w_n = \sum_{k=1}^{k=n} \left(e^{\frac{n}{n^2+k^2}} - 1 \right)$

0.25 a) Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, on a : $0 \leq w_n - u_n \leq \frac{e}{2} \sum_{k=1}^{k=n} \left(\frac{n}{n^2 + k^2} \right)^2$

0.25 b) Montrer que la fonction : $x \mapsto (1+x^2)^{-2}$ est strictement décroissante sur $[0,1]$

0.25 c) En déduire que pour tout entier $n \geq 1$ et pour tout entier $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, on a :

$$\frac{1}{n} \left(1 + \left(\frac{k}{n} \right)^2 \right)^{-2} \leq \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} (1+x^2)^{-2} dx$$

0.5 5-a) Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, on a : $0 \leq w_n - u_n \leq \frac{e}{2n}$

0.5 b) En déduire que la suite $(w_n)_{n \geq 1}$ est convergente et déterminer sa limite.

EXERCICE3 : (3.5 points)

Soit $m \in \mathbb{C}^*$

Partie I : On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z

$$(E) : z^2 - (2+i)mz + m^2(1+i) = 0$$

0.25 1- a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = (im)^2$

0.5 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

2- Soient z_1 et z_2 les deux solutions de (E)

0.5 Mettre sous la forme exponentielle $z_1 z_2$ dans le cas où $m = re^{i\theta}$ ($r \in \mathbb{R}_+^*$, $\theta \in \mathbb{R}$)

Partie II : Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On pose $z_1 = m$ et $z_2 = m(1+i)$

Soit M_1 le point d'affixe z_1 , M_2 le point d'affixe z_2 et $M_3(z_3)$ l'image du point O par

la rotation de centre M_2 et d'angle $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ et $M_4(z_4)$ l'image du point M_1 par

l'homothétie de centre O et de rapport k ($k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$)

0.75 1- Calculer z_3 en fonction de m et z_4 en fonction de m et k

0.75 2- Donner la forme algébrique de $\frac{z_4 - z_2}{z_4 - z_1} \times \frac{z_3 - z_1}{z_3 - z_2}$

0.75 3- En déduire que les points M_1, M_2, M_3 et M_4 sont cocycliques si et seulement si $k = -2$

EXERCICE4 : (3.5 points)

On munit l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes de la loi de composition interne $*$ définie par : $\forall (x, x', y, y') \in \mathbb{R}^4$; $(x + iy) * (x' + iy') = (xy' + y^5 x') + iyy'$

Partie I :

0.25 1- a) Vérifier que : $1 * 2i = 2$

0.25 b) Montrer que la loi de composition interne $*$ n'est pas commutative.

0.5 2- Montrer que la loi $*$ est associative.

0.25 3- a) Vérifier que : $1 * (1 + 2i) = 2$

0.25 b) En déduire que $(\mathbb{C}, *)$ n'est pas un groupe.

4- Soit E le sous-ensemble de $\mathbb{C}$ défini par $E = \{x + yi / x \in \mathbb{R} \text{ et } y \in \mathbb{R}^*\}$

0.25 a) Montrer que E est stable dans $(\mathbb{C}, *)$

0.5 b) Montrer que $(E, *)$ est un groupe non commutatif.

Partie II :

On considère les sous-ensembles de E définies par : $F = \{yi / y \in \mathbb{R}^*\}$ et

$G = \{x + i / x \in \mathbb{R}\}$

0.5 1- Montrer que F est un sous-groupe de $(E, *)$

2- On considère l'application φ définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{C}$ par : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \varphi(x) = x + i$

0.25 a) Montrer que : $\varphi(\mathbb{R}) = G$

0.25 b) Montrer que φ est un homomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers $(\mathbb{C}, *)$

0.25 c) En déduire que $(G, *)$ est un groupe commutatif.

EXERCICE 5 : (3 points)

- 0.5 1- En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer l'entier $u \in \{1, 2, \dots, 22\}$ tel que :
 $10u \equiv 1 [23]$
- 0.5 2- Soient m un entier naturel et q et r , respectivement, le quotient et le reste de la division euclidienne de m par 10
- 0.75 a) Montrer que : $m \equiv 10(q + ur) [23]$
- 0.75 b) Montrer que : $23 \text{ divise } m \Leftrightarrow 23 \text{ divise } (q + ur)$
- 3- On considère dans $\mathbb{N}$ le système $(S) : \begin{cases} x \equiv 1 [23] \\ x \equiv 2 [10] \end{cases}$
- 0.75 a) Montrer que si x est une solution du système (S) alors il existe $q \in \mathbb{N}$ tel que
 $x = 10q + 2$ et $23 \text{ divise } (q + 7)$
- 0.5 b) Résoudre dans $\mathbb{N}$ le système (S)

FIN



AUTODESK
3DS MAX

FORMATION CONTINUE



NOUS VOUS GARANTISSONS

DES FORMATIONS ACCÉLÉRÉES DE COURTE DURÉE
ET DE HAUT NIVEAU.
DES HORAIRES ADAPTÉS À VOS DISPONIBILITÉS.



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma

EXERCICE1		Réponses	Barème
1-	a)	Continuité de f_n à droite en 0	0.25
	b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = -\infty$	0.25
		$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x} = -\infty$	0.25
		Interprétation graphique.....	0.25
	c)	Dérivabilité de f_n à droite en 0	0.25
		$(f_n)'_d(0) = 1$	0.25
d)	Dérivabilité de f_n sur $]0, +\infty[$	0.25	
	$\forall x \in]0, +\infty[\ ; \ f'_n(x) = 1 - x^{n-1} - nx^{n-1} \ln x$	0.25	
e)	f_n est strictement croissante sur $[0;1]$	0.25	
	f_n est strictement décroissante sur $[1, +\infty[$	0.25	
2-	a)	Démonstration de : $\forall n \geq 2 \ , \ \forall x \in [0, +\infty[\ ; \ f_{n+1}(x) \leq f_n(x)$	0.5
	b)	Déduction.	0.25
3-	a)	L'existence et l'unicité de α_n	0.25×2
	b)	Vérification.	0.25
	c)	Déduction.	0.25
	d)	La suite $(\alpha_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante	0.5
	e)	Déduction de la convergence de la suite $(\alpha_n)_{n \geq 2}$	0.25
4-	a)	Démonstration de l'encadrement : $1 \leq \ell \leq 2$	0.25
	b)	Démonstration de : $\forall n \geq 2 \ , \ n - 1 = -\frac{\ln(\ln(\alpha_n))}{\ln(\alpha_n)}$	0.5
	c)	Calcul de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln(\alpha_n))}{\ln(\alpha_n)}$ en fonction de ℓ	0.25
	d)	Déduction de la valeur de la limite ℓ	0.5

EXERCICE2		Réponses	Barème
1-	a)	Calcul de l'intégrale : $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$	0.25
	b)	Convergence et limite de la suite $(u_n)_{n \geq 1}$	0.25x2
2-		Démonstration de la majoration : $\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx \leq 1$	0.25
3-	a)	Démonstration de la double inégalité.	0.5
	b)	Déduction de la double inégalité.	0.25
4-	a)	Démonstration de : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq w_n - u_n \leq \frac{e}{2} \sum_{k=1}^{k=n} \left(\frac{n}{n^2 + k^2} \right)^2$	0.25
	b)	La fonction : $x \mapsto (1+x^2)^{-2}$ est strictement décroissante sur $[0,1]$	0.25
	c)	Déduction.	0.25
5-	a)	Démonstration de : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq w_n - u_n \leq \frac{e}{2n}$	0.5
	b)	Convergence et limite de la suite $(w_n)_{n \geq 1}$	0.5

EXERCICE3			Réponses	Barème
Partie I	1-	a)	Vérification.	0.25
		b)	Résolution de l'équation (E)	0.25x2
	2-		La forme exponentielle de $z_1 z_2$	0.5
Partie II	1-	Calcul de z_3 en fonction de m		0.25
		Calcul de z_4 en fonction de m et de k		0.5
	2-		la forme algébrique de $\frac{z_4 - z_2}{z_4 - z_1} \times \frac{z_3 - z_1}{z_3 - z_2}$	0.75
3-		Déduction de l'équivalence.		0.75

EXERCICE4			Réponses	Barème
Partie I	1-	a)	Vérification.	0.25
		b)	La non-commutativité de la loi *	0.25
	2-		Associativité de la loi * dans $\mathbb{C}$	0.5
	3-	a)	Vérification.	0.25
		b)	Déduction.	0.25

Partie II	4-	a)	Stabilité de E dans $(\mathbb{C}, *)$	0.25
		b)	$(E, *)$ est un groupe non commutatif.	0.5
	1-		F est un sous-groupe de $(E, *)$	0.5
	2-	a)	Démonstration de l'égalité $\varphi(\mathbb{R}) = G$	0.25
		b)	φ est un homomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers $(\mathbb{C}, *)$	0.25
		c)	Dédution.	0.25

EXERCICE5		Réponses	Barème
1-		Détermination de l'entier $u \in \{1, 2, \dots, 22\}$ tel que : $10u \equiv 1 [23]$ (la preuve de l'unicité de u n'est pas demandée)	0.5
2-	a)	Démonstration de la congruence : $m \equiv 10(q + ur) [23]$	0.5
	b)	Démonstration de l'équivalence.	0.75
3-	a)	Preuve de l'existence de l'entier q vérifiant $x = 10q + 2$ et $23 \mid (q + 7)$, où x est une solution du système (S)	0.75
	b)	Résolution du système (S)	0.5

FORMATION CONTINUE

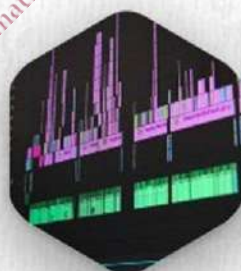
UNE ATTESTATION SERA DÉLIVRÉE
À LA FIN DE LA FORMATION



MAKE UP ARTIST



PÂTISSERIE



MONTAGE VIDEO



SECOURISME



DIGITAL
MARKETING



AUTOCAD



AIDE
PHARMACIEN



SKETCHUP



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

FORMATION CONTINUE

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(7.75 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte à l'analyse(2.25 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte à l'arithmétique(3 pts)
- L'EXERCICE5 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (7.75 points)**Partie I**

0.5 1- a) Montrer que : $\forall t \in [0, +\infty[; \frac{4}{(2+t)^2} \leq \frac{1}{1+t} \leq \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{(1+t)^2} \right)$

0.5 b) En déduire que : $\forall x \in [0, +\infty[; \frac{2x}{2+x} \leq \ln(1+x) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 + 2x}{1+x} \right)$

2- Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$$

0.5 Montrer que : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{g(x) - 1}{x} = \frac{-1}{2}$

Partie II

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(0) = 1 \text{ et } \forall x \in]0, +\infty[; f(x) = g(x)e^{-x}$$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.5 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.25 2- a) Montrer que f est continue à droite en 0

0.25 b) Vérifier que : $\forall x \in]0, +\infty[; \frac{f(x) - 1}{x} = \left(\frac{e^{-x} - 1}{x} \right) g(x) + \left(\frac{g(x) - 1}{x} \right)$

0.5 c) En déduire que f est dérivable à droite en 0 et déterminer $f'_d(0)$

3- Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ puis que :

0.75 $\forall x \in]0, +\infty[; f'(x) = \frac{x - (1+x)^2 \ln(1+x)}{x^2(1+x)} e^{-x}$

0.5 4- a) Montrer que : $\forall x \in]0, +\infty[; -\frac{3}{2} < \frac{x - (1+x)^2 \ln(1+x)}{x^2(1+x)} < 0$

0.25 b) En déduire que : $\forall x \in]0, +\infty[; -\frac{3}{2} < f'(x) < 0$

0.25 5- a) Dresser le tableau de variations de f

0.75 b) Construire la courbe (C) en faisant apparaître la demi-tangente à droite au point d'abscisse 0. (On prendra $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$)

Partie III

0.5 1- Montrer que l'équation d'inconnue $x : f(x) = 3x$, admet une unique solution α dans $]0, +\infty[$

2- Soient $\beta \in \mathbb{R}^+$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par :



$$u_0 = \beta \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} ; u_{n+1} = \frac{1}{3} f(u_n)$$

- 0.5 a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} ; u_n \geq 0$
- 0.5 b) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} ; |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$
- 0.5 c) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} ; |u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^n} |\beta - \alpha|$
- 0.25 d) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α

EXERCICE2 : (2.25 points)

On considère la fonction numérique : $x \mapsto e^x$ et soit (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et pour tout $k \in \{0; 1; \dots; n\}$, on note M_k le point de la courbe (Γ) de coordonnées $\left(\frac{k}{n}; e^{\frac{k}{n}}\right)$

- 0.5 1- a) Montrer que : $\forall k \in \{0; 1; \dots; (n-1)\} \exists c_k \in \left]\frac{k}{n}; \frac{k+1}{n}\right[$ tel que : $e^{\frac{k+1}{n}} - e^{\frac{k}{n}} = \frac{1}{n} e^{c_k}$
- 0.25 b) Montrer que : $\forall k \in \{0; 1; \dots; (n-1)\} ; M_k M_{k+1} = \frac{1}{n} \sqrt{1 + e^{2c_k}}$
($M_k M_{k+1}$ désigne la distance de M_k à M_{k+1})
- 0.5 c) En déduire que : $\forall k \in \{0; 1; \dots; (n-1)\} ; \frac{1}{n} \sqrt{1 + e^{\frac{2k}{n}}} \leq M_k M_{k+1} \leq \frac{1}{n} \sqrt{1 + e^{\frac{2(k+1)}{n}}}$

2- Soit $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite numérique définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^* ; S_n = \sum_{k=0}^{n-1} M_k M_{k+1}$

- 0.5 a) Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}^* ; \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{1 + e^{\frac{2k}{n}}} \leq S_n \leq \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{1 + e^{\frac{2k}{n}}}$
- 0.5 b) En déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \int_0^1 \sqrt{1 + e^{2x}} dx$

EXERCICE3 : (3.5 points)

On considère le nombre complexe : $u = 1 + (2 - \sqrt{3})i$

- 0.5 1- a) Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes : $1-i$ et $1+\sqrt{3}i$
- 0.25 b) Montrer que : $\frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{2\sqrt{2}} = e^{i\frac{\pi}{12}}$
- 0.25 c) En déduire que : $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$
- 0.5 d) Montrer que : $u = (\sqrt{6} - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$

2- On considère les deux suites numériques $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par :

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 0 \quad \text{et} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad \begin{cases} x_{n+1} = x_n - (2 - \sqrt{3})y_n \\ y_{n+1} = (2 - \sqrt{3})x_n + y_n \end{cases}$$

0.5 a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $x_n + iy_n = u^n$

0.5 b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $x_n = \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)^n}$ et $y_n = \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)^n}$

3- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

Pour tout entier naturel n , on note A_n le point d'affixe u^n

0.5 a) Déterminer les entiers n pour lesquels les points O , A_0 et A_n sont alignés.

0.5 b) Montrer que pour tout entier n , le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle en A_n

EXERCICE 4 : (3 points)

Soit p un nombre premier impair. On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation $(E): x^2 \equiv 2 \pmod{p}$

0.25 1- a) Montrer que : $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$

0.25 b) En déduire que : $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$ ou $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$

(On remarque que : $(2^{\frac{p-1}{2}} - 1)(2^{\frac{p-1}{2}} + 1) = 2^{p-1} - 1$)

2- Soit x une solution de l'équation (E)

0.5 a) Montrer que p et x sont premiers entre eux.

0.5 b) En déduire que : $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$ (On pourra utiliser le théorème de Fermat)

0.25 3- Montrer que pour tout $k \in \{1, 2, \dots, p-1\}$, p divise C_p^k

(On rappelle que : $(\forall k \in \{1, 2, \dots, p-1\}) \quad C_p^k = \frac{p!}{k!(p-k)!}$ et que : $kC_p^k = pC_{p-1}^{k-1}$)

0.25 4-a) En utilisant la formule de Moivre, montrer que :

$$(1+i)^p = 2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p\frac{\pi}{4}\right) + i 2^{\frac{p}{2}} \sin\left(p\frac{\pi}{4}\right)$$

(i étant le nombre complexe tel que : $i^2 = -1$)

0.5 b) On admet que : $(1+i)^p = \sum_{k=0}^{\frac{p-1}{2}} (-1)^k C_p^{2k} + i \sum_{k=0}^{\frac{p-1}{2}} (-1)^k C_p^{2k+1}$

Montrer que : $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p\frac{\pi}{4}\right) \in \mathbb{Z}$ et $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p\frac{\pi}{4}\right) \equiv 1 \pmod{p}$ (on pourra utiliser la question 3-)

0.5 5- En déduire que si $p \equiv 5 \pmod{8}$ alors l'équation (E) n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z}$



41A7390

EXERCICES : (3.5 points)

On rappelle que $(M_2(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau non commutatif de zéro la matrice $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité la matrice $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, et que $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel réel.

On considère l'ensemble $E = \left\{ M(x, y) = \begin{pmatrix} x+y & y \\ 2y & x-y \end{pmatrix} / (x, y) \in \mathbb{R}^2 \right\}$

Partie I :

- 0.5 1- Montrer que E est un sous-groupe de $(M_2(\mathbb{R}), +)$
- 0.25 2- Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$
- 0.25 3- a) Vérifier que : $\forall (x, y, x', y') \in \mathbb{R}^4 ; M(x, y) \times M(x', y') = M(xx' + 3yy', xy' + yx')$
- 0.5 b) En déduire que $(E, +, \times)$ est un anneau commutatif et unitaire.
- 0.25 4- a) Vérifier que : $M(\sqrt{3}, 1) \times M(-\sqrt{3}, 1) = O$
- 0.25 b) En déduire que $(E, +, \times)$ n'est pas un corps.

Partie II :

Soient $F = \{x + y\sqrt{3} / (x, y) \in \mathbb{Q}^2\}$ et $G = \left\{ M(x, y) = \begin{pmatrix} x+y & y \\ 2y & x-y \end{pmatrix} / (x, y) \in \mathbb{Q}^2 \right\}$

- 0.25 1- Montrer que : $\forall (x, y) \in \mathbb{Q}^2 ; x + y\sqrt{3} = 0$ si et seulement si $(x = 0 \text{ et } y = 0)$
- 0.25 2- Montrer que $F - \{0\}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{R}^*, \times)$
- 3- Soit φ l'application définie de $F - \{0\}$ vers E par :
- $$\forall (x, y) \in \mathbb{Q}^2 - \{(0, 0)\} ; \varphi(x + y\sqrt{3}) = M(x, y)$$
- 0.25 a) Vérifier que : $\varphi(F - \{0\}) = G - \{O\}$
- 0.25 b) Montrer que φ est un homomorphisme de $(F - \{0\}, \times)$ vers $(E, \times)$
- 0.25 c) En déduire que $(G - \{O\}, \times)$ est un groupe commutatif.
- 0.25 4- Montrer que $(G, +, \times)$ est un corps commutatif.

FIN

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader

de la formation et du recrutement

SANTÉ

- ◆ T.S Orthophoniste
- ◆ Technicien de laboratoire
- ◆ Technicien en Radiologie
- ◆ I. Anesthésiste Réanimateur



BAC : 3 ANS

NIVEAU BAC : 2 ANS

- ◆ kinésithérapeute
- ◆ Opticien optométriste
- ◆ Sage femme
- ◆ Infirmiers
- ◆ Prothésiste dentaire



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (10 points)**Partie I**

Pour tout entier naturel **non nul** n , on considère la fonction f_n définie sur $I = [0, +\infty[$

par : $f_n(0) = 0$ et $(\forall x \in]0, +\infty[) ; f_n(x) = \sqrt{x} (\ln x)^n$

et soit (C_n) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

0.5 1-a) Vérifier que : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \sqrt{x} (\ln x)^n = (2n)^n \left(x^{\frac{1}{2n}} \ln \left(x^{\frac{1}{2n}} \right) \right)^n$, en déduire que

f_n est continue à droite en 0

0.25 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$

0.75 c) Vérifier que : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \frac{f_n(x)}{x} = (2n)^n \left(\frac{\ln \left(x^{\frac{1}{2n}} \right)}{x^{\frac{1}{2n}}} \right)^n$, en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x}$

puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.5 d) Calculer, suivant la parité de n , $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f_n(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.75 2-a) Montrer que f_n est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que :

$$(\forall x \in]0, +\infty[) ; f'_n(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\ln x)^{n-1} (2n + \ln x)$$

0.25 b) Vérifier que : $\forall n \geq 2$, $f'_n(x) = 0$ si et seulement si $(x = 1 \text{ ou } x = e^{-2n})$

1 c) Étudier, suivant la parité de n , le sens de variation de f_n et donner son tableau de variations.

0.25 d) Montrer que si n est impair et $n \geq 3$ alors le point d'abscisse 1 est un point d'inflexion de (C_n)

Partie II :

1- Soit $\beta \in]1, e[$ un réel fixé. On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; u_n = f_n(\beta)$$

0.25 a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 0 < u_n < \sqrt{e}$

0.25 b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est décroissante.

0.25 c) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

0.5 2-a) Montrer que pour tout entier n non nul, il existe un unique réel $x_n \in]1, e[$ tel que : $f_n(x_n) = 1$

الصفحة	3	RS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2023 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
5	0.75	b) Montrer que la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, ainsi définie est croissante, en déduire qu'elle est convergente.	
	3-	On pose : $\ell = \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$	
0.5	a)	Montrer que : $1 < \ell \leq e$	
0.25	b)	Montrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\ln x_n)^n = \frac{1}{\sqrt{\ell}}$	
0.25	c)	Montrer que si $\ell < e$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln(\ln x_n) = -\infty$	
0.25	d)	En déduire la valeur de ℓ	
		Partie III :	
		On pose pour tout $x \in I$, $F(x) = \int_x^1 (f_1(t))^2 dt$	
0.25	1-a)	Montrer que la fonction F est continue sur I	
1	b)	En utilisant une double intégration par parties, montrer que :	
		$(\forall x \in]0, +\infty[); F(x) = -\frac{x^2}{2} \ln^2(x) + \frac{x^2}{2} \ln(x) + \frac{1}{4}(1 - x^2)$	
0.5	2-a)	Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} F(x)$	
0.25	b)	En déduire la valeur de $F(0)$	
0.5	c)	Calculer, en cm^3 , le volume du solide engendré par la rotation d'un tour complet autour de l'axe des abscisses de la portion de la courbe (C_1) relative à l'intervalle $[0,1]$. (On prendra $\ i\ = 1\text{cm}$)	
EXERCICE2 : (3.5 points)			
Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment.			
PARTIE I :			
On considère dans $\mathbb{R}_+^2$ le système suivant : (S): $\begin{cases} \sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{x+y}\right) = \frac{12}{5} \\ \sqrt{y} \left(1 - \frac{1}{x+y}\right) = \frac{4}{5} \end{cases}$			
1- Soit $(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$ une solution du système (S). On pose : $z = \sqrt{x} + i\sqrt{y}$			
0.25	a)	Montrer que : $z + \frac{1}{z} = \frac{12}{5} + \frac{4}{5}i$	
0.75	b)	Montrer que : $z^2 - \left(\frac{12}{5} + \frac{4}{5}i\right)z + 1 = 0$, en déduire les valeurs possibles de z	
		(On remarque que : $\frac{28}{25} + \frac{96}{25}i = \left(\frac{2}{5}(4 + 3i)\right)^2$)	
0.25	c)	En déduire les valeurs du couple (x, y)	
0.5	2-	Résoudre dans $\mathbb{R}_+^2$ le système (S)	

PARTIE II :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

Soit (U) le cercle de centre O et de rayon 1 et $A(a)$, $B(b)$ et $C(c)$ trois points du cercle (U) deux à deux distincts.

0.25 1- Montrer que : $(\forall z \in \mathbb{C}) ; |z|=1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$

0.5 2-a) La droite passant par A et parallèle à (BC) coupe le cercle (U) au point $P(p)$

Montrer que : $p = \frac{bc}{a}$

0.5 b) La droite passant par A et perpendiculaire à (BC) coupe le cercle (U) au point $Q(q)$. Montrer que : $q = -p$

0.5 c) La droite passant par C et parallèle à (AB) coupe le cercle (U) au point $R(r)$
Montrer que les deux droites (PR) et (OB) sont perpendiculaires.

EXERCICE3 : (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{C}), +, \times)$ est un anneau unitaire et non commutatif d'unité

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Soit } E = \left\{ M(a, b, c) = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & -c \\ 0 & c & b \end{pmatrix} / (a, b, c) \in \mathbb{C}^3 \right\}$$

0.25 1- Montrer que E est un sous-groupe de $(M_3(\mathbb{C}), +)$

2- On munit l'ensemble $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$\forall ((x, z), (x', z')) \in (\mathbb{C} \times \mathbb{C})^2 ; (x, z) * (x', z') = (x + x', z + z') \text{ et on considère}$$

l'application φ définie de E vers $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ par :

$$\forall (a, b, c) \in \mathbb{C}^3, \varphi(M(a, b, c)) = (a, b + ci)$$

0.5 a) Montrer que φ est un homomorphisme de $(E, +)$ vers $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}, +)$ et que

$$\varphi(E) = \mathbb{C} \times \mathbb{C}$$

0.25 b) En déduire que $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}, +)$ est un groupe commutatif.

3- On munit $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ de la loi de composition interne T définie par :

$$\forall ((x, z), (x', z')) \in (\mathbb{C} \times \mathbb{C})^2 ; (x, z) T (x', z') = (x \operatorname{Re}(z') + x' \operatorname{Re}(z), zz')$$

($\operatorname{Re}(z)$ désigne la partie réelle du nombre complexe z)

0.25 a) Montrer que T est commutative.

0.25 b) Vérifier que $(0, 1)$ est l'élément neutre de T dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$

0.5 c) Vérifier que $\forall x \in \mathbb{C}, (1, i) T (x, -i) = (0, 1)$; en déduire que T est non associative dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$

4- Soit $G = \{(\operatorname{Im}(z), z) / z \in \mathbb{C}\}$

($\operatorname{Im}(z)$ désigne la partie imaginaire du nombre complexe z)

الصفحة	5	RS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2023 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	
5				

- 0.25 a) Montrer que G est un sous-groupe de $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}, *)$
(On remarque que $(- \operatorname{Im}(z), -z)$ est le symétrique de $(\operatorname{Im}(z), z)$ pour la loi $*$)
- 0.25 b) Soit ψ l'application définie de $\mathbb{C}^*$ vers $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ par : $\forall z \in \mathbb{C}^* ; \psi(z) = (\operatorname{Im}(z), z)$
Montrer que ψ est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \times)$ vers $(\mathbb{C} \times \mathbb{C}, T)$
- 0.5 c) En déduire que $(G - \{(0,0)\}, T)$ est un groupe commutatif.
- 0.5 5- Montrer que $(G, *, T)$ est un corps commutatif.

EXERCICE4 : (3 points)

Soit p un nombre premier impair. On pose : $S = 1 + p + p^2 + p^3 + \dots + p^{p-1}$

Soit q un nombre premier qui divise S .

- 0.5 1- a) Montrer que p et q sont premiers entre eux.
- 0.25 b) En déduire que : $p^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}$
- 0.5 c) Vérifier que : $p^p - 1 = (p-1)S$, en déduire que : $p^p \equiv 1 \pmod{q}$
- 2- On suppose que p et $q-1$ sont premiers entre eux.
- 0.75 a) En utilisant le théorème de Bézout, montrer que : $p \equiv 1 \pmod{q}$
- 0.25 b) En déduire que $S \equiv 1 \pmod{q}$
- 0.75 3- Montrer que : $q \equiv 1 \pmod{p}$

FIN

Privé

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader de la formation et du recrutement

BTP



- TS. Génie civil et Travaux Gros Œuvres
- TS. Dessinateur Métreur en Bâtiment
- T. Dessinateur en Bâtiment
- T. Chef de chantier



MÉDIA

- Audiovisuel
- Developpement Multimedia
- Infographie
- Journalisme



SANTÉ

- TS. Orthophoniste
- TS. de Laboratoire
- TS. en Radiologie
- I. Anesthésiste Réanimateur
- Kinésithérapeute
- Opticien Optométriste
- Prothésiste Dentaire
- Sage Femme
- Infirmiers



COMMERCE & GESTION



- Gestion D'entreprise
- Gestion Informatisée
- Assistant Comptable
- Action Commerciale et Marketing
- Commerce International



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

FORMATION DIPLOMANTE

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	مسلك العلوم الرياضية – أ و ب - خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
 - L'épreuve comporte quatre exercices indépendants.
 - Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
-
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(10 pts)
 - L'EXERCICE2 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
 - L'EXERCICE3 se rapporte à l'arithmétique(3 pts)
 - L'EXERCICE4 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (10 points)

0.25 A-1- Vérifier que : $(x \in]-1; +\infty[) ; 0 \leq 1 - x + x^2 - \frac{1}{x+1} \leq x^3$

0.25 2- En déduire que : $(x \in]-1; +\infty[) ; 0 \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ln(1+x) \leq \frac{x^4}{4}$

B- On considère la fonction f définie sur $I = [0; +\infty[$ par :

$$f(0) = \frac{1}{2} \text{ et pour tout } x \text{ de }]0; +\infty[; f(x) = \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

0.5 1-a) Montrer que f est continue à droite en 0

0.5 b) Montrer que f est dérivable à droite en 0

0.5 c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.5 2-a) Montrer que : $(x \in]0; +\infty[) ; f'(x) = -\frac{g(x)}{x^3}$

$$\text{où } g(x) = x + \frac{x}{x+1} - 2\ln(1+x)$$

0.5 b) Montrer que : $(x \in I) ; 0 \leq g(x) \leq x^2$

0.25 c) En déduire que : $(x \in I) ; 0 \leq g(x) \leq \frac{x^3}{3}$

0.25 d) Déterminer le sens de variation de f sur I

0.25 3-a) Dresser le tableau de variation de f

b) Représenter graphiquement la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

0.5 (On prendra $\|\vec{i}\| = 2cm$ et $\|\vec{j}\| = 2cm$)

0.5 C-1- Montrer qu'il existe un unique réel $a \in]0; 1[$ tel que $f(a) = a$

2- On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = \frac{1}{3} \text{ et } (n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = f(u_n)$$

0.5 a) Montrer que : $(n \in \mathbb{N}) ; u_n \in [0; 1]$

0.5 b) Montrer que : $(n \in \mathbb{N}) ; |u_{n+1} - a| \leq \frac{1}{3} |u_n - a|$

- 0.5 c) Montrer par récurrence que : $(n \in \mathbb{N}) ; |u_n - a| \leq \frac{1}{3^n}$
- 0.25 d) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers a
- D-** Pour tout $x \in I$, on pose : $F(x) = \int_x^1 f(t)dt$
- 0.5 1- Montrer que la fonction F est dérivable sur I et calculer $F'(x)$ pour tout $x \in I$
- 0.5 2-a) En utilisant la méthode d'intégration par parties, montrer que :
- $$(x \in]0, +\infty[) ; F(x) = 2\ln 2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \ln(1+x)$$
- 0.5 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$, puis en déduire que : $\int_0^1 f(t)dt = 2\ln 2 - 1$
- 0.5 c) Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$
- E-** On pose : pour tout k de $\mathbb{N}$, $D_k = \int_k^{k+1} f(t)dt$
- et pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} D_k$
- 0.25 1-a) Vérifier que : $(k \in \mathbb{N}) ; 0 \leq D_k \leq f(k) - f(k+1)$
- 0.5 b) En déduire que : $(n \in \mathbb{N}^*) ; 0 \leq S_n \leq \frac{1}{2}$
- 0.25 2-a) Montrer que la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est monotone.
- 0.25 b) En déduire que la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est convergente.
- 0.25 c) Montrer que la limite l de la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ vérifie : $\frac{3}{2} - 2\ln 2 \leq l \leq \frac{1}{2}$

EXERCICE2 : (3.5 points)

Soit m un nombre complexe non nul donné et $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

I- On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z

$$(E_m) : z^2 + mj^2z + m^2j = 0$$

- 0.5 1- Vérifier que : $j^3 = 1$ et $1 + j + j^2 = 0$
- 0.25 2-a) Montrer que le discriminant de l'équation (E_m) est : $D = m^2(1 - j)^2$
- 0.5 b) Déterminer z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E_m)

- 0.5 3- Dans cette question, on suppose que : $m = 1 + i$
Montrer que $(z_1 + z_2)^{2022}$ est un imaginaire pur.
- II- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, u, v) .
- Soit j la transformation du plan complexe qui à tout point $M(z)$ fait correspondre le point $M'(z')$ tel que : $z' = (1 + j)z$
- 0.25 1- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application j
2- On considère les points A, B et C d'affixes respectives m, mj et mj^2
et on note $A'(a')$, $B'(b')$ et $C'(c')$ les images respectives des points A, B et C par l'application j et soient $P(p)$, $Q(q)$ et $R(r)$ les milieux respectifs des segments BA' , CB' et AC'
- 0.75 a) Montrer que : $a' = -mj^2$, $b' = -m$ et $c' = -mj$
- 0.25 b) Montrer que : $p + qj + rj^2 = 0$
- 0.5 c) En déduire que le triangle PQR est équilatéral.

EXERCICE3 : (3 points)

Soit n un entier naturel strictement supérieur à 1

On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $(E_n) : (x + 1)^n - x^n = ny$

Soit (x, y) une solution de l'équation (E_n) dans $\mathbb{Z}^2$ et soit p le plus petit diviseur premier de n

- 0.25 1-a) Montrer que : $(x + 1)^n \equiv x^n \pmod{p}$
- 0.25 b) Montrer que p est premier avec x et avec $(x + 1)$
- 0.25 c) En déduire que : $(x + 1)^{p-1} \equiv x^{p-1} \pmod{p}$
- 0.5 2- Montrer que si n est pair, alors l'équation (E_n) n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z}^2$
- 3- On suppose que n est impair.
- 0.5 a) Montrer qu'il existe un couple (u, v) de $\mathbb{Z}^2$ tel que : $nu + (p-1)v = 1$
(On rappelle que p est le plus petit diviseur premier de n)
- 0.25 b) Soient q et r respectivement le quotient et le reste dans la division euclidienne de u par $(p-1)$. Vérifier que : $nr = 1 - (p-1)(v + nq)$
- 0.5 c) On pose : $v' = -(v + nq)$. Montrer que : $v'^3 \equiv 0$

0.5

d) Montrer que l'équation (E_n) n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z}^2$

EXERCICE 4 : (3.5 points)

On rappelle que $(M_2(\mathbb{Z}), +, ')$ est un anneau unitaire non commutatif d'unité

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(\mathbb{Z}, +, ')$ est un anneau commutatif unitaire et intègre.

Soit $E = \left\{ M(a,b) = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix} \mid (a,b) \in \mathbb{Z}^2 \right\}$

0.25

1-a) Montrer que E est un sous-groupe de $(M_2(\mathbb{Z}), +)$

0.25

b) Vérifier que pour tout a, b, c et d de $\mathbb{Z}$, on a :

$$M(a,b)' M(c,d) = M(ac + 3bd, ad + bc)$$

0.5

c) Montrer que $(E, +, ')$ est un anneau commutatif et unitaire.

2- Soit j l'application définie de E vers $\mathbb{Z}$ par :

$$j(M(a,b)) = a^2 - 3b^2$$

0.5

Montrer que j est un homomorphisme de $(E, ')$ vers $(\mathbb{Z}, ')$

3- Soit $M(a,b) \in E$

0.25

a) Montrer que $M(a,b)' M(a,-b) = (a^2 - 3b^2).I$

0.5

b) Montrer que si $M(a,b)$ est inversible dans $(E, ')$ alors $j(M(a,b)) = 1$

0.5

c) On suppose que $j(M(a,b)) = 1$.

Montrer que $M(a,b)$ est inversible dans $(E, ')$ et préciser son inverse.

0.25

4-a) Montrer que : $j(M(a,b)) = 0 \iff a = b = 0$

0.25

b) En déduire que l'anneau $(E, +, ')$ est intègre.

0.25

c) Est-ce que $(E, +, ')$ est un corps ? justifier votre réponse.

FIN

EXERCICE1			Eléments de réponses	Barème
A-	1-		Vérification	0.25
	2-		Déduction	0.25
B-	1-	a)	f est continue à droite en 0	0.5
		b)	f est dérivable à droite en 0.	0.5
		c)	* Calcul de limite..... *La droite d'équation $y = 0$ asymptote à la courbe en $+\infty$	0.25 0.25
	2-	a)	Calcul de $f'(x)$	0.5
		b)	*Calcul de $g'(x)$ *Encadrement de $g'(x)$	0.25 0.25
		c)	Encadrement de $g(x)$	0.25
		d)	f est strictement décroissante sur I	0.25
	3-	a)	Tableau de variation	0.25
b)		Représentation graphique de (C)	0.5	
C-	1-		Existence et unicité de $a \in]p;1[$	0.25x2
	2-	a)	Tous les termes de la suite sont dans $[0;1]$	0.5
		b)	Application du TAF ou de l'inégalité des accroissements finis	0.5
		c)	La démonstration de l'inégalité par récurrence	0.5
		d)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n - a = 0$ et donc (u_n) converge vers a	0.25
D-	1-		* F est dérivable sur I	0.25
			* $(x \in I) ; F'(x) = -f(x)$	0.25
	2-	a)	Intégration par parties	0.5
		b)	* $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = 2\ln 2 - 1$	0.25
			* $\int_0^1 f(t)dt = F(0) = 2\ln 2 - 1$	0.25
c)	L'aire en cm^2 est : $\int_0^1 f(t)dt \approx 4cm^2$		0.5	

الصفحة : 2 على 3		NR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2022 - عناصر الإجابة مادة: الرياضيات - مسلك العلوم الرياضية - أ و ب - خيار فرنسية	
E-	1-	a)	Vérification de la double inégalité	0.25
		b)	Encadrement de S_n	0.5
	2-	a)	La suite est croissante	0.25
		b)	Convergence de la suite	0.25
		c)	$S_1 \leq S_n \leq \frac{1}{2}$ avec $S_1 = \frac{3}{2} - 2\ln 2$	0.25
EXERCICE2		Eléments de réponses		Barème
I-	1-		Vérification $j^3 = 1$ Vérification $1 + j + j^2 = 0$	0.25 0.25
	2-	a)	$D = \frac{1}{n} (1 - j)^2$	0.25
		b)	Détermination de z_1 et de z_2	0.25x2
	3-		$(z_1 + z_2)^{2022}$ est un imaginaire pur	0.5
II-	1-		j est la rotation de centre O et d'angle $\frac{p}{3}$	0.25
	2-	a)	Calcul de $a\phi$, $b\phi$ et $c\phi$	0.25x3
		b)	$p + qj + rj^2 = 0$	0.25
		c)	Dédution	0.5
EXERCICE3		Eléments de réponses		Barème
1-	a)		p est un diviseur de n	0.25
	b)		Si p divise l'un alors il divise l'autre	0.25
	c)		On applique le théorème de FERMAT	0.25
2-			$p = 2$	0.5
3-	a)		n et $p - 1$ sont premiers entre eux, puis on applique le théorème de BEZOUT	0.5
	b)		Vérification	0.25
	c)		$v\phi^3 = 0$	0.5
	d)		$(x+1)^{nr} \equiv (x+1)^{1+(p-1)v'} [p]$ et $(x)^{nr} \equiv (x)^{1+(p-1)v'} [p]$	0.5

EXERCICE4		Eléments de réponses	Barème
1-	a)	E sous- groupe de $(M_2(i), +)$	0.25
	b)	Vérification de l'égalité	0.25
	c)	$(E, +, ')$ est un anneau	0.25
commutatif et unitaire		0.25	
2-		j homomorphisme de $(E, ')$ vers $(\phi, ')$	0.5
3-	a)	Egalité	0.25
	b)	L'implication	0.5
	c)	$M(a,b)$ est inversible et détermination de l'inverse	0.25x2
4-	a)	L'équivalence	0.25
	b)	L'anneau $(E, +, ')$ est intègre	0.25
	c)	La justification que l'anneau intègre $(E, +, ')$ n'est pas un corps	0.25

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte quatre exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice 1 se rapporte à l'analyse(10 pts)
- L'exercice 2 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- L'exercice 3 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)
- L'exercice 4 se rapporte à l'arithmétique(3 pts)

EXERCICE1 : (10 points)

0.25 A-1- Montrer que : $(x \mapsto 1 + x e^x)$;

0.25 2-a) Montrer que : $(x \mapsto 1 - e^{-x} e^x)$;

0.5 b) En déduire que : $(x \mapsto 1 - x + \frac{x^2}{2} - e^{-x} e^x \frac{x^3}{6})$

0.5 c) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - x - e^{-x}}{x^2} = -\frac{1}{2}$

B- On considère la fonction f définie sur $I = [0, +\infty[$ par :

$$f(0) = 1 \quad \text{et} \quad (x \mapsto]0, +\infty[) ; \quad f(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$$

Et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; i, j)$

0.5 1-a) Montrer que f est continue à droite en 0

0.25 b) Vérifier que : $(x > 0) ; \quad \frac{f(x) - 1}{x} = \frac{1 - 2x - e^{-2x}}{x^2} - \frac{1 - x - e^{-x}}{x^2}$

0.5 c) En déduire que f est dérivable à droite en 0 et que le nombre dérivé à droite en 0 est $\frac{3}{2}$

0.5 2-a) Montrer que : $(x > 0) ; \quad f'(x) = \frac{e^{-2x}}{x^2} (2x + 1 - e^x (1 + x))$

0.5 b) Montrer que : $(x > 0) ; \quad f'(x) \leq -e^{-2x}$
(On pourra utiliser : $1 + x \leq e^x$)

0.25 c) En déduire le sens de variations de f sur I

3- On admet que : $(x > 0) ; \quad f''(x) = \frac{e^{-2x}}{x^3} (-4x^2 - 4x - 2 + e^x (2 + 2x + x^2))$

0.25 a) Montrer que : $(x > 0) ; \quad 1 + x + \frac{x^2}{2} \leq e^x$

0.5 b) En déduire que : $(x > 0) ; \quad f''(x) > 0$

4- On admet que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\frac{3}{2}$

0.5 a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$

0.5 b) En déduire que : $(x \in I) ; \quad |f'(x)| \leq \frac{3}{2}$

- 0.5 5-a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 0.25 b) Dresser le tableau de variations de f
- 0.25 c) Déterminer la position relative de la courbe (C) par rapport à sa demi-tangente au point $T(0;1)$
- 0.5 d) Représenter graphiquement la courbe (C) dans le repère $(O; \overset{I}{i}, \overset{I}{j})$

C-1- Pour tout x de $[0;1]$, on pose : $g(x) = f(x) - x$

- 0.5 a) Montrer que g est une bijection de $[0;1]$ vers un intervalle J que l'on déterminera.
- 0.5 b) Montrer qu'il existe un unique réel $a \in]0;1[$ tel que $f(a) = a$

2- Pour tout entier naturel non nul n et pour tout entier $k \in \{0;1,\dots,n\}$, on considère les nombres réels $x_k = \frac{ka}{n}$ et on pose :

$$I_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(t) dt \quad \text{et} \quad J_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x_k) dt$$

- 0.5 a) Montrer que : $\forall k \in \{0;1,\dots,n\} ; |J_k - I_k| \leq \frac{3}{2} \int_{x_k}^{x_{k+1}} (t - x_k) dt$
- 0.5 b) En déduire que : $\forall k \in \{0;1,\dots,n\} ; |J_k - I_k| \leq \frac{3a^2}{4n}$

3- On pose : $L = \int_0^a f(t) dt$

- 0.5 a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $\left| \frac{a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{ka}{n}\right) - L \right| \leq \frac{3a^2}{4n}$
- 0.25 b) En déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{ka}{n}\right) = \int_0^a f(t) dt$

EXERCICE2 : (3.5 points)

Soit $m \in \mathbb{Z} \setminus \{-1;0;1\}$

I- On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (E_m) d'inconnue z :

$$(E_m): \quad mz^2 - (m-1)^2z - (m-1)^2 = 0$$

- 0.25 1-a) Montrer que le discriminant de l'équation (E_m) est : $D = (m^2 - 1)^2$
- 0.5 b) Déterminer z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E_m)

0.5

2) On prend uniquement dans cette question $m = e^{iq}$, avec $0 < q < p$

Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.

II- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les deux points A et B d'affixes respectives $m-1$ et $\frac{1}{m}-1$

0.5

1- Montrer que les points O , A et B sont alignés si et seulement si $m \in \mathbb{R}$;

2- On suppose que m n'est pas un nombre réel.

Soient C l'image du point B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{p}{3}$ et D l'image du

point A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{p}{3}$

et soient $P(p)$, $Q(q)$ et $R(r)$ les milieux respectifs des segments $[AC]$, $[AD]$ et $[OB]$

0.5

a) Montrer que l'affixe du point C est : $c = m-1 + \frac{1}{m}e^{i\frac{p}{3}} - m\frac{1}{m}e^{i\frac{p}{3}}$

et que l'affixe du point D est : $d = (m-1)e^{i\frac{p}{3}}$

0.5

b) Montrer que : $2(p-r) = m-1 + \frac{1}{m}e^{i\frac{p}{3}} - m\frac{1}{m}e^{i\frac{p}{3}} - \frac{1}{m}$

et $2(q-r) = (m-1)e^{i\frac{p}{3}} - \frac{1}{m}e^{i\frac{p}{3}} - m\frac{1}{m}e^{i\frac{p}{3}}$

0.25

c) Montrer que : $q-r = e^{i\frac{p}{3}}(p-r)$

0.5

d) Quelle est la nature du triangle PQR ? (justifier votre réponse)

EXERCICE3 : (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{C}), +, \cdot)$ est un anneau unitaire non commutatif et non intègre

d'unité $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (La loi $\cdot$ étant la multiplication usuelle des matrices)

Pour tout réel a on pose $M(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a+1 & 3 & -1 \\ 2a+3 & 6 & -2 \end{pmatrix}$

et soit $G = \{M(a) / a \in \mathbb{R}\}$

1- Soit j l'application de i vers $M_3(i)$ définie par : $(a \hat{i} i) ; j(a) = M(a)$

- 0.5 a) Montrer que j est un homomorphisme de $(i, +)$ vers $(M_3(i), ')$
- 0.5 b) Montrer que $j(i) = G$, en déduire que $(G, ')$ est un groupe commutatif.
- 0.5 c) Déterminer J l'élément neutre dans $(G, ')$
- 0.5 d) Déterminer l'inverse de $M(a)$ dans $(G, ')$
- 0.5 e) Résoudre dans $(G, ')$ l'équation : $M(1)' X = M(2)$

0.25 2-a) Montrer que : $(a \hat{i} i) ; M(a)' J = M(a)' I$

0.5 b) En déduire que pour tout $a \hat{i} i$, $M(a)$ n'est pas inversible dans $(M_3(i), ')$

0.25 c) Vérifier que les matrices de la forme $X = \begin{pmatrix} x & 1 & 0 \\ x+2 & 3 & 0 \\ 3x+5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ avec $x \hat{i} i$, sont des solutions dans $(M_3(i), ')$ de l'équation : $M(1)' X = M(2)$

EXERCICE4 (3 points)

- 0.5 1- Montrer que 137 est un nombre premier.
- 0.5 2- Déterminer un couple (u, v) de ϕ^2 tel que : $38u + 136v = 2$
- 3- Soit $x \hat{i} \phi$ tel que : $x^{38} \equiv 1 [137]$
- 0.5 a) Montrer que x et 137 sont premiers entre eux.
- 0.5 b) Montrer que : $x^{136} \equiv 1 [137]$
- 0.5 c) Montrer que : $x^2 \equiv 1 [137]$
- 0.5 4- Résoudre dans ϕ l'équation (E): $x^{19} \equiv 1 [137]$

FIN

EXERCICE1			Eléments de réponses	Barème
A-	1-		Inégalité	0.25
	2-	a)	Double inégalité	0.25
		b)	Déduction de la double inégalité	0.5
		c)	Calcul de la limite	0.5
B-	1-	a)	Continuité à droite en 0	0.5
		b)	Vérification de l'égalité	0.25
		c)	Déduction de la dérivabilité de la fonction f à droite en 0 et du nombre dérivé à droite en 0	0.5
	2-	a)	Calcul de $f'(x)$	0.5
		b)	Démonstration de l'inégalité $f'(x) \leq -e^{-2x}$	0.5
		c)	f est strictement décroissante sur I	0.25
	3-	a)	L'inégalité	0.25
		b)	Déduction	0.5
	4-	a)	Calcul de la limite	0.5
		b)	Déduction	0.5
	5-	a)	Calcul de limite.....	0.25
			Interprétation graphique	0.25
		b)	T.V	0.25
		c)	Position relative de (C) avec sa demi-tangente	0.25
		d)	Représentation graphique	0.5
	C-	1-	a)	g est une bijection de $[0;1]$ vers $J = \frac{e^2 - 1}{e^2}; 1$
b)			Existence et unicité de a	0.25x2
2-		a)	$ I_k - J_k \leq \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(t) - f(x_k) dt$ puis application de l'inégalité des accroissements finis	0.5
		b)	Déduction de l'inégalité	0.5
3-		a)	Démonstration de l'inégalité	0.5
		b)	Déduction de la limite	0.25

الصفحة : 2 على 2		RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2022 - عناصر الإجابة مادة: الرياضيات - مسلك العلوم الرياضية - أ و ب - خيار فرنسية	
EXERCICE2			Eléments de réponses	Barème
I-	1-	a)	Le calcul du discriminant	0.25
		b)	Détermination de z_1 et z_2	0.25x2
	2-		Formes exponentielles de z_1 et z_2	0.25x2
II-	1-		Equivalence	0.5
	2-	a)	Calcul de c et de d	0.25x2
		b)	Calcul de $2(p - r)$ et de $2(q - r)$	0.25x2
		c)	L'égalité	0.25
		d)	Le triangle PQR est équilatéral Justification.....	0.25 0.25

EXERCICE3		Eléments de réponses	Barème
1-	a)	j homomorphisme	0.5
	b)	$j(i) = G$	0.25
		$(G, ')$ groupe commutatif.....	0.25
	c)	Détermination de J	0.5
	d)	Détermination de l'inverse de $M(a)$ dans le groupe $(G, ')$	0.5
e)	Résolution de l'équation	0.5	
2-	a)	Démonstration de l'égalité $M(a)' I = M(a)' J$	0.25
	b)	Dédution	0.5
	c)	Vérification	0.25

EXERCICE4		Indications de solutions	Barème
1-		137 premier	0.5
2-		Algorithme d'Euclide	0.5
3-	a)	Théorème de BEZOUT ou toute autre méthode juste	0.5
	b)	Théorème de FERMAT	0.5
	c)	Application de 2-	0.5
4-		$S = \{1 + 137k : k \in \mathbb{Z}\}$	0.5

Privé

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader de la formation et du recrutement

BTP



- TS. Génie civil et Travaux Gros Œuvres
- TS. Dessinateur Métreur en Bâtiment
- T. Dessinateur en Bâtiment
- T. Chef de chantier



MÉDIA

- Audiovisuel
- Développement Multimedia
- Infographie
- Journalisme



SANTÉ

- TS. Orthophoniste
- TS. de Laboratoire
- TS. en Radiologie
- I. Anesthésiste Réanimateur
- Kinésithérapeute
- Opticien Optométriste
- Prothésiste Dentaire
- Sage Femme
- Infirmiers



COMMERCE & GESTION



- Gestion D'entreprise
- Gestion Informatisée
- Assistant Comptable
- Action Commerciale et Marketing
- Commerce International



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

FORMATION DIPLOMANTE

الصفحة	2	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

EXERCICE1 : (12 points)

Pour tout entier naturel n , on considère la fonction f_n définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_n(x) = \frac{-2e^x}{1+e^x} + nx$$

Soit (C_n) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(On prendra $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$)

Partie I :

- 0.5 1-a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f_n(x) - nx + 2)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 0.5 b) Montrer que la courbe (C_n) admet, en $-\infty$, une asymptote (Δ_n) dont on déterminera une équation cartésienne.
- 0.5 2-a) Montrer que la fonction f_n est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que :
- $$(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'_n(x) = \frac{-2e^x}{(1+e^x)^2} + n$$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \frac{4e^x}{(1+e^x)^2} \leq 1$
- 0.5 c) En déduire le sens de variation de la fonction f_n sur $\mathbb{R}$
(On distinguera les deux cas : $n=0$ et $n \geq 1$)
- 0.5 3-a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe (C_n) au point I d'abscisse 0
- 0.5 b) Montrer que le point I est le seul point d'inflexion de la courbe (C_n)
- 0.5 4- Représenter graphiquement dans le même repère, les deux courbes (C_0) et (C_2) .
- 5- Pour tout réel $t > 0$, on pose $A(t)$ l'aire du domaine plan limité par (C_n) et les droites d'équations respectives : $y = nx - 2$, $x = 0$ et $x = t$
- 0.5 a) Calculer $A(t)$ pour tout $t > 0$
- 0.5 b) Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} A(t)$

Partie II :

On considère la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par :

$$u_0 = 0 \quad \text{et} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = f_0(u_n)$$

- 0.5 1-a) Montrer que l'équation $f_0(x) = x$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; |f'_0(x)| \leq \frac{1}{2}$
- 0.5 2-a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$

الصفحة	3	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

0.5 b) En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |\alpha|$

0.5 c) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ converge vers α

Partie III :

On suppose dans cette partie que $n \geq 2$

0.5 1- a) Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, il existe un unique réel x_n solution de l'équation $f_n(x) = 0$

0.5 b) Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, $0 < x_n < 1$

(On prendra $\frac{2e}{1+e} < 1.47$)

0.5 2-a) Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, $f_{n+1}(x_n) > 0$

0.5 b) En déduire que la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante.

0.5 c) Montrer que la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est convergente.

0.5 3-a) Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, $\frac{1}{n} < x_n < \frac{1}{n} \left(\frac{2e}{1+e} \right)$

0.5 b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$, puis montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} nx_n = 1$

0.5 4-a) Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, on a : $x_n \leq x_2$

0.5 b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} (x_n)^n$

EXERCICE2 : (4 points)

Soient a , b et c trois nombres complexes non nuls tel que : $a+b \neq c$

0.5 1-a) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z

$$(E) : z^2 - (a+b+c)z + c(a+b) = 0$$

0.5 b) On suppose dans cette question que : $a=i$, $b=e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $c=a-b$

Ecrire les deux solutions de l'équation (E) sous forme exponentielle.

2- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les trois points $A(a)$, $B(b)$ et $C(c)$ qu'on suppose non alignés.

Soient $P(p)$ le centre de la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ qui transforme B en A

et $Q(q)$ le centre de la rotation d'angle $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ qui transforme C en A

et $D(d)$ le milieu du segment $[BC]$

الصفحة	4	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

- 1 a) Montrer que : $2p = b + a + (a - b)i$ et $2q = c + a + (c - a)i$
- 0.5 b) Calculer : $\frac{p - d}{q - d}$
- 0.5 c) En déduire la nature du triangle PDQ
- 3- Soient E le symétrique de B par rapport à P et F le symétrique de C par rapport à Q et K le milieu du segment $[EF]$
- 0.5 a) Montrer que l'affixe de K est $k = a + \frac{i}{2}(c - b)$
- 0.5 b) Montrer que les points K , P , Q et D sont cocycliques.

EXERCICE3 : (4 points)

Partie I : On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $(E) : 47x - 43y = 1$

- 0.25 1- Vérifier que le couple $(11, 12)$ est une solution particulière de l'équation (E)
- 0.75 2- Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E)

Partie II : On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation $(F) : x^{41} \equiv 4 \pmod{43}$

- 1- Soit $x \in \mathbb{Z}$ une solution de l'équation (F)
- 0.5 a) Montrer que x et 43 sont premiers entre eux, en déduire que : $x^{42} \equiv 1 \pmod{43}$
- 0.5 b) Montrer que : $4x \equiv 1 \pmod{43}$, en déduire que : $x \equiv 11 \pmod{43}$
- 0.5 2- Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}$ de l'équation (F)

Partie III : On considère dans $\mathbb{Z}$ le système à deux équations suivant $(S) : \begin{cases} x^{41} \equiv 4 \pmod{43} \\ x^{47} \equiv 10 \pmod{47} \end{cases}$

- 1- Soit x une solution du système (S)
- 0.5 a) Montrer que x est solution du système $(S') : \begin{cases} x \equiv 11 \pmod{43} \\ x \equiv 10 \pmod{47} \end{cases}$
- 0.5 b) En déduire que : $x \equiv 527 \pmod{2021}$ (On pourra utiliser la partie I)
- 0.5 2- Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}$ du système (S)

FIN

Privé

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader de la formation et du recrutement

BTP



- TS. Génie civil et Travaux Gros Œuvres
- TS. Dessinateur Métreur en Bâtiment
- T. Dessinateur en Bâtiment
- T. Chef de chantier



MÉDIA

- Audiovisuel
- Développement Multimedia
- Infographie
- Journalisme



SANTÉ

- TS. Orthophoniste
- TS. de Laboratoire
- TS. en Radiologie
- I. Anesthésiste Réanimateur
- Kinésithérapeute
- Opticien Optométriste
- Prothésiste Dentaire
- Sage Femme
- Infirmiers



COMMERCE & GESTION



- Gestion D'entreprise
- Gestion Informatisée
- Assistant Comptable
- Action Commerciale et Marketing
- Commerce International



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma

FORMATION DIPLOMANTE

الصفحة	2	NR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
2			

		b)	Calcul de $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$	0.25
			Justifier que $\lim_{n \rightarrow +\infty} nx_n = 1$	0.25
	4-	a)	Justifier l'inégalité	0.5
		b)	Déduction de $\lim_{n \rightarrow +\infty} (x_n)^n$	0.5

Exercice 2		Éléments de solutions	barème
1-	a)	La résolution de l'équation Toutes les méthodes sont acceptées	0.5
	b)	L'écriture des deux racines sous forme exponentielle.	0.25x2
2-	a)	La démonstration des deux égalités	0.5x2
	b)	Le calcul du rapport	0.5
	c)	La détermination de la nature du triangle PDQ	0.5
3-	a)	La démonstration de l'égalité	0.5
	b)	La démonstration de la cocyclicité des quatre points.	0.5

Exercice 3		Éléments de solutions	Barème
Partie I	1-	Vérification	0.25
	2-	La résolution de l'équation (E) en justifiant les diverses étapes de la solution Toute réponse non complète est notée 0	0.75
Partie II	1-	a) Justifier que x et 43 premiers entre eux..... Justifier la congruence $x^{42} \equiv 1 [43]$	0.25 0.25
		b) Justifier la congruence $4x \equiv 1 [43]$	0.25
		Justifier la congruence $x \equiv 11 [43]$	0.25
	2-	Détermination de l'ensemble des solutions de (F)	0.5
Partie III	1-	a) -Justifier que $x \equiv 11 [43]$	0.25
		- Justifier que $x \equiv 10 [47]$	0.25
		b) Justifier que $x \equiv 527 [2021]$ Toute réponse non complète est notée 0	0.5
	2-	Donner l'ensemble des solutions du système (S) (Etude de la réciproque) Toute réponse non complète est notée 0	0.5

/

Privé

www.excelweb.ma



leader
de la formation et du recrutement

TECHNICIEN SPÉCIALISÉ

BAC TOUTES BRANCHE ou PLUS

3 ANS

TS.ORTHOPHONISTE



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الصفحة 1	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة الاستدراكية 2021 - الموضوع -		الجمهورية الجزائرية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
4			RS 24F	
**1			SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	
4h	مدة الإجاز	الرياضيات		المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)		الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.

- L'épreuve comporte 4 exercices indépendants.

- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice1 se rapporte à l'analyse(8 pts)
- L'exercice2 se rapporte à l'analyse(4 pts)
- L'exercice3 se rapporte aux nombres complexes.....(4 pts)
- L'exercice4 se rapporte à l'arithmétique(4 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 :(8 points)

Partie I- On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I =]-\infty, 1[$ par :

$$f(x) = \ln(1-x)$$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.25 1- a) Montrer que la fonction f est continue sur I

0.25 b) Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur I

0.75 c) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

0.5 d) Interpréter graphiquement les résultats obtenus

0.25 e) Donner le tableau de variations de f

0.25 2-a) Montrer que la courbe (C) est concave.

0.25 b) Représenter graphiquement la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.25 3- a) Montrer que f est une bijection de I vers $\mathbb{R}$

On note f^{-1} sa bijection réciproque.

0.25 b) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$

0.25 c) Vérifier que : $f^{-1}(-1) = 1 - e^{-1}$

Partie II- Pour tout réel x et pour tout entier naturel $n \geq 2$, on pose :

$$P_n(x) = x + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n}$$

0.5 1- Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, il existe un unique réel $x_n \in]0, 1[$ tel que :

$$P_n(x_n) = 1$$

0.5 2- Déterminer le réel $\alpha = x_2$ et vérifier que : $0 < \alpha < 1$

0.5 3- a) Montrer que : pour tout entier $n \geq 2$, on a : $P_{n+1}(x_n) > 1$

0.5 b) En déduire que la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ ainsi définie est strictement décroissante.

0.25 c) Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, on a : $x_n \in]0, \alpha]$

0.25 d) Montrer que la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est convergente.

4- pour tout réel $x \in I$ et pour tout entier $n \geq 2$, on pose :

$$f_n(x) = f(x) + P_n(x)$$

0.5 a) Montrer que : $(\forall x \in I) ; (\forall n \geq 2) \quad f'_n(x) = \frac{-x^n}{1-x}$

الصفحة	3	RS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - الموضوع
4			- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

- 0.25 b) Montrer que : $(\forall x \in [0, \alpha]) ; (\forall n \geq 2) \quad |f'_n(x)| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$
- 0.5 c) En déduire que : $(\forall x \in [0, \alpha]) ; (\forall n \geq 2) \quad |f_n(x)| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$
- 0.5 d) Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad |f(x_n) + 1| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$
- 0.5 e) En déduire la valeur de $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$

EXERCICE2 : (4 points)

On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \int_0^x e^{t-\frac{t^2}{2}} dt$

- 0.5 1- a) Déterminer le signe de $F(x)$ en fonction de x
- 1 b) Montrer que F est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer sa dérivée première $F'(x)$
- 0.5 2-a) En utilisant la méthode d'intégration par partie, montrer que

$$\int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 (1-x) e^{x-\frac{x^2}{2}} dx$$

- 0.5 b) Calculer $\int_0^1 F(x) dx$

3- On considère la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} \left((n-k) \int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} e^{x-\frac{x^2}{2}} dx \right)$$

- 0.5 a) Vérifier que :
- $$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} (n-k) F\left(\frac{k+1}{n}\right) - \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} (n-k) F\left(\frac{k}{n}\right)$$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} F\left(\frac{k}{n}\right)$
- 0.5 c) En déduire que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est convergente et déterminer sa limite.

EXERCICE3 : (4 points)

m est un nombre complexe différent de 2 et de $-i$

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z :

$$(E) : z^2 - (m-i)z - im = 0$$

الصفحة	4	RS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

- 0.5 1-a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $(m+i)^2$
- 0.5 b) Déterminer z_1 et z_2 les deux solutions de (E)
- 0.75 c) Sachant que $m = e^{i\frac{\pi}{8}}$; écrire le nombre $z_1 + z_2$ sous forme exponentielle.
- 2- On considère les points A , B et M d'affixes respectifs 2 , $-i$ et m et soit M' le symétrique de M par rapport à l'axe imaginaire.
- 0.5 a) Déterminer en fonction de m l'affixe de M'
- 0.75 b) Déterminer en fonction de m l'affixe du point N tel que le quadrilatère $ANM'B$ soit un parallélogramme.
- 1 c) Montrer que les deux droites (AM) et (BM') sont perpendiculaires si et seulement si $\operatorname{Re}((2-i)m) = \operatorname{Re}(m^2)$

EXERCICE4 : (4 points)

Soit a un entier naturel supérieur ou égal à 2 et soit $A = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6$
Soit p un nombre premier impair tel que : p divise A

- 1 1-a) Montrer que $a^7 \equiv 1 [p]$, en déduire que $\forall n \in \mathbb{N} ; a^{7n} \equiv 1 [p]$
- 1 b) Montrer que a et p sont premiers entre eux, en déduire que :
- $$\forall m \in \mathbb{N} ; a^{(p-1)m} \equiv 1 [p]$$
- 2- On suppose que 7 ne divise pas $p-1$
- 0.5 a) Montrer que : $a \equiv 1 [p]$
- 0.5 b) En déduire que : $p = 7$
- 1 3- Montrer que si p un nombre premier impair tel que : p divise A
alors : $p = 7$ ou $p \equiv 1 [7]$

FIN

FORMATION
CONTINUE

Marketing Digital


+
certificat de formation



Durée de la Formation
1 MOIS / 32 HEURES

PROGRAMME DE FORMATION

- Initiation en marketing digitale
- Email marketing
- Marketing en social media
- Création site web(CMS)
- SEO/SEA



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.facebook.com/groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma

الصفحة	2	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

		$x \mapsto P_n(x) - 1$ sur l'intervalle $[0;1]$.	
2-		$P_2(x) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$, on trouve $\alpha = \sqrt{3} - 1 \dots\dots$	0.25
		$0 < \sqrt{3} - 1 < 1 \dots\dots\dots$	0.25
3-	a)	$P_{n+1}(x_n) = 1 + \frac{x_n^{n+1}}{n+1} (> 1)$	0.5
	b)	Pour $n \geq 2$, on a : $P_{n+1}(x_n) > 1 \Rightarrow x_n > x_{n+1}$, donc la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante.	0.5
	c)	La suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est strictement positive (D'après II-1-), de plus elle est strictement décroissante donc majorée par son premier terme α .	0.25
	d)	la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante et minorée par 0, donc elle est convergente.	0.25
4-	a)	$\forall x \in I \quad P'_n(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}$ donc $\forall x \in I \quad f'_n(x) = \frac{-x^n}{1-x}$	0.5
	b)	$\forall x \in [0, \alpha]; \forall n \geq 2 \quad f'_n(x) \leq \frac{ x ^n}{1-x} \leq \frac{\alpha^n}{1-x} \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$	0.25
	c)	On a : $\forall t \in [0, \alpha] \quad f'_n(t) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$, donc pour $x \in [0, \alpha]$ on a d'après l'inégalité de la moyenne : $\left \int_0^x f'_n(t) dt \right \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha} \cdot x$. Or $x \leq \alpha < 1$ on obtient : $ f_n(x) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$ On peut aussi appliquer l'inégalité des accroissements finis	0.5

الصفحة	3	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

		d)	On a : $x_n \in [0, \alpha]$ donc $ f_n(x_n) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$ c'est à dire $ f(x_n) + P_n(x_n) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$ ou encore : $ f(x_n) + 1 \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$	0.5
		e)	On utilise l'encadrement de la question II-4-d). On a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^n}{1-\alpha} = 0$ ($0 < \alpha < 1$) donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = -1$. D'où : $\lim x_n = \lim f^{-1}(f(x_n)) = f^{-1}(-1) = 1 - e^{-1}$ (f^{-1} est continue sur $\mathbb{R}$).	0.5

Exercice 2		Éléments de solutions	barème
1-	a)	F est positive sur $\mathbb{R}^+$ et négative sur $\mathbb{R}^-$.	0.5
	b)	F est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $\forall x \in \mathbb{R} \quad F'(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$.	0.5x2
2-	a)	Intégration par parties.	0.5
	b)	$\int_0^1 F(x) dx = \sqrt{e} - 1$	0.5
3-	a)	Vérification.	0.5
	b)	On a : $\sum_{k=0}^{n-1} (n-k) F\left(\frac{k+1}{n}\right) = \sum_{k=1}^n (n-k+1) F\left(\frac{k}{n}\right) = \sum_{k=1}^n (n-k) F\left(\frac{k}{n}\right) + \sum_{k=1}^n F\left(\frac{k}{n}\right)$ On en déduit le résultat : $u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n F\left(\frac{k}{n}\right) - F(0) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n F\left(\frac{k}{n}\right)$	0.5
	c)	La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est convergente..... $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \int_0^1 F(x) dx = \sqrt{e} - 1$	0.25 0.25

الصفحة	4	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

EXERCICE3		Indications de solutions	Barème
1-	a)	Vérification	0.5
	b)	$z_1 = m$ et $z_2 = -i$	0.5
	c)	Forme exponentielle de $z_1 + z_2$ dans le cas $m = e^{i\frac{\pi}{8}}$	0.75
2-	a)	L'affixe de M' est : $-\bar{m}$	0.5
	b)	L'affixe de N est $n = -\bar{m} + 2 + i$	0.75
	c)	L'équivalence	1

Exercice 4		Éléments de solutions	Barème
1-	a)	On a : $p \nmid A$ et $(a-1)A = a^7 - 1$ Dédution : $\forall n \in \mathbb{N} \quad a^{7n} \equiv 1 [p]$	0.5 0.5
	b)	On applique le théorème de Bezout ou toute méthode juste..... Dédution : On utilise le théorème de Fermat	0.5 0.5
2-	a)	On a : $7 \nmid p-1$ donc $7 \wedge (p-1) = 1$ et on applique le théorème de Bezout	0.5
	b)	$a \equiv 1[p] \Rightarrow A \equiv 7[p] \Rightarrow p \nmid 7 \Rightarrow p = 7$	0.5
3-		p est un nombre premier impair tel que : $p \nmid A$. On a deux cas : Si $7 \nmid p-1$ alors $p \equiv 1 [7]$ Si $7 \nmid p-1$ alors $p = 7$	1

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader

de la formation et du recrutement

Commerce & Info Gestion & Info



GESTION 
INFORMATISÉE
TECHNICIEN

ACTION 
COMMERCIALE
ET MARKETING
TECHNICIEN

GESTION 
D'ENTREPRISE
TECHNICIEN SPÉCIALISÉ

COMMERCE 
INTERNATIONAL
TECHNICIEN SPÉCIALISÉ

ASSISTANT 
COMPTABLE
TECHNICIEN



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الصفحة	2	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
5			

- 0.5 a) Montrer que x et 13 sont premiers entre eux.
- 0.5 b) En déduire que : $x^{12} \equiv 1 \pmod{13}$
- 1 c) Montrer que : $x^3 \equiv 10 \pmod{13}$
- 0.5 d) En déduire que : $x^{12} \equiv 3 \pmod{13}$
- 1 2- Déduire des questions précédentes, que l'équation (D) n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$

EXERCICE2 : (3.5 points/au choix)

(Si tu choisis de traiter EXERCICE2, il ne faut pas traiter EXERCICE1)

On note par $M_2(\mathbb{C})$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre deux.

On rappelle que $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$ est un anneau non commutatif unitaire d'unité $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

et que $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ est un groupe commutatif.

On considère le sous-ensemble E de $M_2(\mathbb{C})$ défini par : $E = \left\{ \begin{pmatrix} a & x \\ 0 & y \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{C}^* \right\}$ et $\begin{pmatrix} a & x \\ 0 & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & x' \\ 0 & y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa' & ax' + xy' \\ 0 & yy' \end{pmatrix}$.

- 0.5 1- a) Montrer que E est une partie stable de $(M_2(\mathbb{C}), \cdot)$
- 0.5 b) Montrer que la multiplication n'est pas commutative dans E
- 0.5 c) Vérifier que : $\left(\begin{pmatrix} a & x \\ 0 & y \end{pmatrix} \right) \left(\begin{pmatrix} a' & x' \\ 0 & y' \end{pmatrix} \right)^* = \begin{pmatrix} aa' & ax' + xy' \\ 0 & yy' \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} a & x \\ 0 & y \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{x}{ay} \\ 0 & \frac{1}{y} \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} a & x \\ 0 & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{x}{ay} \\ 0 & \frac{1}{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 0.5 2- Montrer que $(E, \cdot)$ est un groupe non commutatif.
- 3- On considère le sous-ensemble F de E défini par : $F = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{C} \right\}$
- 0.5 a) Montrer que l'application j définie par : $j : \mathbb{C}^* \rightarrow (E, \cdot)$; $j(x) = M(x)$ est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ vers $(E, \cdot)$.
- 1 b) En déduire que $(F, \cdot)$ est un groupe commutatif dont on précisera l'élément neutre.

EXERCICE3 :(3.5 points/obligatoire)

Soit m un nombre complexe non nul.

Première partie :

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z , $(E) : z^3 - 2mz^2 + 2m^2z - m^3 = 0$

الصفحة	3	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
5			

- 0.5 1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) (On remarque que m est une solution de l'équation (E))
2- On note z_1 et z_2 les deux autres solutions de l'équation (E) autre que m

0.25 a) Vérifier que : $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{m}$

- 0.5 b) Dans le cas où $m = 1 + e^{i\frac{p}{3}}$, écrire sous la forme algébrique z_1 et z_2

Deuxième partie :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = me^{i\frac{p}{3}}$ et $b = me^{-i\frac{p}{3}}$

On note P le centre de la rotation d'angle $\frac{2p}{3}$ qui transforme O en A ,

Q le centre de la rotation d'angle $\frac{2p}{3}$ qui transforme A en B

et R le centre de la rotation d'angle $\frac{2p}{3}$ qui transforme B en O

- 0.25 1- Montrer que les points O , A et B ne sont pas alignés.

1 2-a) Montrer que l'affixe de P est $p = m \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{7p}{12}}$ et que l'affixe de R est $r = m \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{7p}{12}}$

0.5 b) Montrer que l'affixe de Q est $q = m\sqrt{2} \sin \frac{7p}{12}$

- 0.5 3- Montrer que $OQ = PR$ et que les deux droites (OQ) et (PR) sont perpendiculaires.

EXERCICE4 :(13 points/obligatoire)

Première partie :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0; +\infty[$ par :

$$f(0) = 0 \quad \text{et} \quad (\forall x \in]0; +\infty[) ; \quad f(x) = x^3 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(\text{On prendra } \|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm})$$

- 0.5 1- On appliquant le théorème des accroissements finis à la fonction $t \mapsto \ln(t)$ sur l'intervalle

$$[x, x+1], \text{ montrer que : } (P) \quad (\forall x \in]0; +\infty[) ; \quad \frac{1}{x+1} < \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) < \frac{1}{x}$$

الصفحة 4 5	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	
0.5		2-a) En utilisant la proposition (P), montrer que la fonction f est dérivable à droite en 0	
0.5		b) En utilisant la proposition (P), montrer que la courbe (C) admet une branche parabolique dont on précisera la direction.	
0.75		3-a) Montrer que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{P}; +\infty[$ et que :	
		$(\forall x \in \mathbb{P}; +\infty[) ; f'(x) = 3x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{3(1+x)}$	
0.5		b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur I (On pourra utiliser la proposition (P))	
0.25		c) Dresser le tableau de variations de f	
		4- Pour tout $x \in \mathbb{P}; +\infty[$, on pose : $g(x) = \frac{f(x)}{x}$	
0.75		a) Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{P}; +\infty[) ; g'(x) = 2x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{2(1+x)}$, en déduire que la	
		fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{P}; +\infty[$	
0.5		b) Montrer que l'équation $g(x) = 1$ admet sur $\mathbb{P}; +\infty[$, une solution unique notée a puis vérifier que $a \in]1; 2[$ (On prendra $\ln 2 = 0.7$ et $\ln \frac{3}{2} = 1.5$)	
0.5		c) En déduire que les seules solutions de l'équation $f(x) = x$ sont 0 et a	
0.5		5-a) Représenter graphiquement la courbe (C). (On précisera la demi-tangente à droite en 0 et la branche parabolique de (C))	
0.25		b) Montrer que f est une bijection de I vers I (On note f^{-1} sa bijection réciproque)	
		Deuxième partie :	
		On considère la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par : $0 < u_0 < a$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = f^{-1}(u_n)$	
0.5		1- Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < u_n < a$	
0.5		2-a) Montrer que : $g(\mathbb{P}; a] = \mathbb{P}; 1[$	
0.5		b) En déduire que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est strictement croissante.	
0.25		c) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est convergente.	
0.5		3- Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	

الصفحة	5	NS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
5			

Troisième partie :

On considère la fonction F définie sur l'intervalle I par : ($x \in I$) ; $F(x) = \int_x^1 f(t) dt$

0.5 1-a) Etudier suivant les valeurs de x , le signe de $F(x)$

0.5 b) Montrer que la fonction F est dérivable sur I et déterminer sa dérivée première F'

0.25 c) En déduire que F est strictement décroissante sur I

0.5 2-a) Montrer que : ($x \in [1; +\infty[$) ; $F(x) \leq (1-x) \ln 2$

0.25 b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

0.5 3-a) En utilisant la méthode d'intégration par parties, montrer que :

$$(\text{" } x \in]p; +\infty[\text{ }) ; F(x) = \frac{\ln 2}{4} - \frac{x^4}{4} \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{4} \int_x^1 \frac{t^3}{t+1} dt$$

0.5 b) Calculer $\int_x^1 \frac{t^3}{t+1} dt$ pour tout $x \in]p; +\infty[$ (On remarque que : $\frac{t^3}{1+t} = t^2 - t + 1 - \frac{1}{1+t}$)

0.5 c) En déduire que : ($x \in]p; +\infty[$) ; $F(x) = \frac{5}{24} - \frac{x^3}{12} + \frac{x^2}{8} - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} \ln(1+x) - \frac{x^4}{4} \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$

0.5 d) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$, en déduire la valeur de $\int_0^1 f(t) dt$

4- Pour tout entier naturel non nul n , on pose : $v_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f\left(\frac{2k+1}{2n}\right)}{2n} - F\left(\frac{1}{2n}\right)$

0.5 a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et pour tout $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$:

$$-\frac{1}{2n} f\left(\frac{2k+1}{2n}\right) \leq F\left(\frac{2k+1}{2n}\right) - F\left(\frac{2k}{2n}\right) \leq -\frac{1}{2n} f\left(\frac{2k}{2n}\right)$$

0.5 b) En déduire que : ($n \in \mathbb{N}^*$) ; $-\frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \leq v_n \leq -\frac{1}{2n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$

$$(\text{On remarque que : } \frac{2k+1}{2n} < \frac{k+1}{n} \text{)}$$

0.25 c) Montrer que la suite numérique $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est convergente et déterminer sa limite.

FIN

Privé

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل

leader

de la formation et du recrutement

BTP

2 ans

T. S. GÉNIE CIVIL ET TRAVAUX GROS ŒUVRES

T. S. DESSINATEUR MÉTREUR EN BÂTIMENT

T. DESSINATEUR EN BÂTIMENT

T. CHEF DE CHANTIER



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

EXERCICE2		Eléments de réponses	Barème
1-	a)	Stabilité de E dans $(M_2(i), ')$	0.5
	b)	La non commutativité de la multiplication dans E	0.5
	c)	Vérification	0.5
2-		$(E, ')$ est un groupe non commutatif	0.5
3-	a)	j est un morphisme	0.5
	b)	j est un morphisme et $j(i^*) = F$ et $(i^*, ')$ est un groupe commutatif.....0.5	1
		Son élément neutre est $j(1) = I$ 0.5	

الصفحة	2	NR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

EXERCICE3		Eléments de réponses	Barème
Première partie :			
1		$(E) \hat{U} (z - m)(z^2 - mz + m^2) = 0$ Les solutions de l'équation (E) sont : $m \text{ et } \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}m = e^{i\frac{p}{3}}m \text{ et } \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}m = e^{-i\frac{p}{3}}m$	0.5
2-	a)	On vérifie que $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{m}{m^2}$	0.25
	b)	On trouve $z_1 = i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}$	0.5
Deuxième partie			
1-		Les points O , A et B ne sont pas alignés	0.25
2-	a)	Calcul de p 0.5	1
		Calcul de r 0.5	
	b)	Calcul de q 0.5	0.5
3-		On a $\frac{p-r}{q} = i$ on déduit que : $OQ = PR$ 0.25	0.5
		et $(OQ)^\wedge (PR)$ 0.25	

EXERCICE4		Eléments de réponses	Barème
Première partie :			
1-		$(x > 0) \left(\ln(x+1) - \ln x = \frac{1}{c_x} \right) ; \dots\dots\dots 0.25$	0.5
		L'encadrement : $\frac{1}{x+1} < \ln\frac{x+1}{x} < \frac{1}{x} \dots\dots\dots 0.25$	
2-	a)	On a : $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x} < x$ donc $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ et donc f est dérivable à droite en 0	0.5
	b)	On a : $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x}$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (C)admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées	0.5
3-	a)	f dérivable sur $]0; +\infty[\dots\dots\dots 0.25$	0.75
		Calcul de $f'(x)$ 0.5	

الصفحة		NR 24F		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	
3		4			
	b)	On a : $\ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > \ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > 0$ donc $f'(x) > 0$ et donc la f est strictement croissante			0.5
	c)	Le tableau de variations f			0.25
4-		Calcul de $g'(x)$ 0.5			0.75
	a)	On a : $\ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > \ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > 0$ donc $g'(x) > 0$ et donc g est strictement croissante 0.25			
	b)	g est une bijection de $]0; +\infty[$ vers $]0; +\infty[$ et $1 \in]0; +\infty[$...0.25 Ou utiliser le T.V.I pour l'existence et la stricte monotonie pour l'unicité			0.5
		On vérifie que $g(1) < 1 < g(2)$ 0.25			
	c)	les solutions de l'équation : $f(x) = x \iff x = 0$ ou $g(x) = 1$			0.5
5-	a)	La représentation de (C)			0.5
	b)	f bijection			0.25
Deuxième partie :					
1-		Récurrence et croissance de f^{-1} et le fait que $f^{-1}(0) = 0$ et $f^{-1}(a) = a$			0.5
2-	a)	$g(p; a) =]p; 1[$			0.5
	b)	Pour $0 < x < a$, on a $0 < g(x) < 1$ Puisque $0 < u_n < a$, alors $0 < f(u_n) < u_n$ donc $0 < u_n < f^{-1}(u_n) = u_{n+1}$ donc.....			0.5
	c)	suite croissante et majorée			0.25
3-		Si on pose : $l = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ alors on a $0 < u_0 \leq l \leq a$ car $(n^3 - 1)$; $0 < u_0 \leq u_n < a$ et puisque f^{-1} est continue sur $[0; a]$ (en particulier en l) alors l est solution de l'équation $f^{-1}(x) = x$ et donc $l = a$			0.5
Troisième partie :					
1-	a)	f est positive donc si $0 \leq x \leq 1$ on a $F(x)^3 \geq 0$ et si $x^3 \geq 1$ on a $F(x) \leq 0$			0.5
	b)	F est dérivable sur I car f est continue sur I 0.25			0.5

الصفحة	4	NR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

		et ("xÎ I) ; F'(x)= - f(x) 0.25	
	c)	("xÎ I) ; F'(x)= - f(x)£ 0 et F'(x)= 0 Û x= 0	0.25
2-	a)	On a "x³ 1; f(x)³ ln2 donc ∫ ₁ ^x f(t)dt³ (x- 1)ln2	0.5
	b)	lim _{x®+∞} F(x)= - ∞	0.25
3-	a)	Intégration par parties	0.5
	b)	∫ _x ¹ t³ dt = 5/6 - ln2 - x³/3 + x²/2 - x + ln(1+ x)	0.5
	c)	Calcul de F(x)	0.5
		On a lim _{x®0⁺} F(x)= 5/24 0.25	
	d)	F étant continue à droite en 0 (puisque continue sur I), donc ∫ ₀ ¹ f(t)dt = F(0)= lim _{x®0⁺} F(x)= 5/24 0.25	0.5
4-	a)	- Appliquer le théorème ou l'inégalité des accroissements finis à la fonction F sur [k/n, (2k+1)/n] Avec xÎ [k/n, (2k+1)/n]; f(k/n)£ f(x)£ f((2k+1)/n)	0.5
	b)	On remarque que : (2k+1)/2n < (k+1)/n	0.5
	c)	1/n ∑ _{k=0} ^{k=n-1} f(k/n) et 1/n ∑ _{k=0} ^{k=n-1} f((k+1)/n) = 1/n ∑ _{k=1} ^{k=n} f(k/n) sont les Sommes de Riemann associées à la fonction f continue sur le segment [0,1] donc les deux suites ∑ _{k=0} ^{k=n-1} 1/n f(k/n) et ∑ _{k=1} ^{k=n} 1/n f(k/n) sont convergentes et ont même limite qui est F(0)= ∫ ₀ ¹ f(x)dx = 5/24 donc la suite (v _n) est convergente et a pour limite - 1/2 F(0)= - 5/48	0.25

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader

de la formation et du recrutement

SANTÉ

- ◆ T.S Orthophoniste
- ◆ Technicien de laboratoire
- ◆ Technicien en Radiologie
- ◆ I. Anesthésiste Réanimateur



BAC : 3 ANS

NIVEAU BAC : 2 ANS

- ◆ kinésithérapeute
- ◆ Opticien optométriste
- ◆ Sage femme
- ◆ Infirmiers
- ◆ Prothésiste dentaire



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الصفحة				 المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
1		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع -			
4	**	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS		RS 24F	
4	مدة الإنجاز	الرياضيات			المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)			الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte (4) pages numérotées de 1/4 à 4/4
- L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux.
- **Le candidat doit traiter EXERCICE3 et EXERCICE4 et choisir de traiter EXERCICE1 ou bien EXERCICE2.**
- **Le candidat doit traiter au total trois (3) exercices :**
 - **EXERCICE1** qui concerne l'arithmétique **(au choix)**.....**3.5 points**
ou bien
EXERCICE2 qui concerne les structures algébriques **(au choix)**...**3.5 points**
 - **EXERCICE3** qui concerne les nombres complexes **(obligatoire)**....**3.5 points**
 - **EXERCICE4** qui concerne l'analyse **(obligatoire)**.....**13 points**

L'usage de la calculatrice est strictement interdit

Tu choisis de traiter EXERCICE1 ou bien EXERCICE2

Tu traites obligatoirement EXERCICE3 et EXERCICE4

EXRECICE1 :(3.5points/au choix)

Si tu choisis de traiter EXERCICE1 il ne faut pas traiter EXERCICE2

Soient p et q deux nombres premiers vérifiant : $p < q$ et $9^{p+q-1} \equiv 1 \pmod{pq}$

- | | |
|-----|--|
| 0.5 | 1-a) Montrer que p et 9 sont premiers entre eux. |
| 1 | b) En déduire que : $9^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ et que $9^q \equiv 1 \pmod{p}$ |
| 0.5 | 2-a) Montrer que $p-1$ et q sont premiers entre eux. |
| 0.5 | b) En utilisant le théorème de BEZOUT, montrer que : $p = 2$ |
| 0.5 | 3-a) En utilisant le théorème de FERMAT, montrer que : $9^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}$ |

الصفحة	2	RS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

0.5 b) En déduire que : $q = 5$

EXERCICE2 : (3.5 points/au choix)

Si tu choisis de traiter EXERCICE2 il ne faut pas traiter EXERCICE1

On note $M_3(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices d'ordre 3 à coefficients réels.

On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel réel de dimension 9 et que $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$

est un anneau non commutatif unitaire de zéro $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

On considère le sous-ensemble : $E = \left\{ M(x, y, z) = \begin{pmatrix} x & -y & -y \\ 0 & z & 0 \\ y & x-z & x \end{pmatrix} \mid (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \right\}$

Première partie :

- 0.25 1- a) Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$
- 0.5 b) Déterminer une base de $(E, +, \cdot)$
- 0.25 2- a) Vérifier que :
- " $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ", " $(x', y', z') \in \mathbb{R}^3$ " ; $M(x, y, z) \cdot M(x', y', z') = M(xx' - yy', xy' + yx', zz')$
- 0.5 b) Montrer que $(E, +, \cdot)$ est un anneau commutatif

Deuxième partie :

On considère le sous-ensemble F de E des matrices de la forme $M(x, y, 0)$ où $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

- 0.25 1- Montrer que F est un sous-groupe du groupe $(E, +)$
- 2- On note j l'application de $\mathbb{R}^2$ vers E définie par :
- " $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ " ; $j(x + iy) = M(x, y, 0)$
- 0.25 a) Montrer que j est un homomorphisme de $(\mathbb{R}^2, +)$ vers $(E, +)$
- 0.5 b) En déduire que $(F, +)$ est un groupe commutatif. (F^* désigne $F - \{O\}$)
- 0.5 c) Montrer que $(F, +, \cdot)$ est un corps commutatif dont on précisera l'unité.

- 0.25 3- a) Vérifier que : " $M(x, y, 0) \in F$ " ; $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} M(x, y, 0) = O$

- 0.25 b) En déduire qu'aucun des éléments du sous-ensemble F n'admet un inverse pour la multiplication dans $M_3(\mathbb{R})$

الصفحة	3	RS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

EXERCICE3 :(3.5 points/obligatoire)

I- Soit m un nombre réel non nul.

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, les deux équations :

$$(E): z^2 + 2z + 1 + m^2 = 0 \quad \text{et} \quad (F): z^3 + 2(1-i)z^2 + (1+m^2-4i)z - 2i(1+m^2) = 0$$

- 0.5 1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)
- 0.25 2- a) Montrer que l'équation (F) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.
- 0.5 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (F)

II- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

On considère les deux points : $A(-1+im)$ et $B(-1-im)$

Soient W le milieu du segment $[AB]$, A' le milieu du segment $[OB]$ et B' le milieu du segment $[OA]$

La rotation de centre W et d'angle $\frac{\pi}{2}$ transforme A en $P(p)$, La rotation de centre A' et

d'angle $\frac{\pi}{2}$ transforme B en $Q(q)$ et La rotation de centre B' et d'angle $\frac{\pi}{2}$

transforme O en $R(r)$

- 1.5 1- Montrer que : $p = -1+im$, $q = \frac{1-i}{2}(-1-im)$ et $r = \bar{q}$
- 0.25 2- a) Vérifier que : $q - r = -ip$
- 0.5 b) En déduire que : $OP = QR$ et que les deux droites (OP) et (QR) sont orthogonales.

EXERCICE4 : (13 points/obligatoire)

Première partie :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0,1]$ par $f(x) = x \ln(2-x)$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 0.75 1-a) Montrer que f est dérivable sur I et que : " $x \in I$; $f'(x) = \ln(2-x) - \frac{x}{2-x}$ "
- 0.5 b) Montrer que la fonction dérivée f' est strictement décroissante sur I
- 0.75 c) Montrer qu'il existe un unique réel $a \in]0,1[$ tel que : $f'(a) = 0$ et que $f(a) = \frac{a^2}{2-a}$
- 0.75 2-a) Etudier les variations de f , puis donner son tableau de variations.
- 0.5 b) Montrer que la courbe (C) est concave.
- 0.5 c) Montrer que : (" $t \in I$), (" $x \in I$); $f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$ "

الصفحة	4	RS 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

- 0.5 d) En déduire que : $(x \in I); f(x) \leq x \ln 2$ et $f(x) \leq -x + 1$
- 0.5 3- Représenter la courbe (C) (On prendra : $\|i\| = 2cm$)
- 0.75 4- Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations respectives : $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$

Deuxième partie :

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On considère la fonction f_n définie sur $I = [0,1]$ par : $f_n(x) = x^n \ln(2-x)$

- 0.5 1-a) Vérifier que f_n est positive sur I et que $f_n(0) = f_n(1)$
- 0.5 b) Montrer qu'il existe au moins $a_n \in]0,1[$ tel que : $f'_n(a_n) = 0$
- 2- a) Montrer que f_n est dérivable sur I et que : $x \in I; f'_n(x) = x^{n-1} g_n(x)$ où :
- 0.75 $g_n(x) = n \ln(2-x) - \frac{x}{2-x}$
- 0.5 b) Montrer que la fonction g_n est strictement décroissante sur I
- 0.5 c) En déduire que a_n est unique.
- 3- On considère la suite $(a_n)_{n \geq 2}$ ainsi définie.
- 1 a) Montrer que : $x \in I; f_n(a_n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{a_n^{n+1}}{2-a_n}$, en déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(a_n) = 0$
- 1 b) Montrer que : $x \in I; g_n(a_{n+1}) = -\ln(2-a_{n+1})$, en déduire que la suite $(a_n)_{n \geq 2}$ est strictement croissante.
- 0.25 c) Montrer que la suite $(a_n)_{n \geq 2}$ est convergente.
- 0.5 d) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$

Troisième partie :

Pour tout entier naturel $n \geq 2$, on pose : $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$

- 0.75 1- Montrer que la suite $(I_n)_{n \geq 2}$ est décroissante en déduire qu'elle est convergente.
- 0.5 2- En utilisant une intégration par parties, montrer que : $I_n = \frac{1}{n+1} \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{2-x} dx$
- 0.75 3- Montrer que : $(n \geq 2); 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$, en déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$

FIN

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader
de la formation et du recrutement

MEDIA

Audiovisuel

Infographie

**Développement
Multimédia**

Journalisme

2 ans



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

N.B : Si un candidat traite les deux exercices qui sont au choix (totalement ou partiellement) on lui attribue la meilleure note obtenue parmi les deux notes (et non pas la somme des deux notes).

EXERCICE1		Indications de solutions	Barème
1-	a)	On utilise le théorème de BEZOUT ou directement	0.5
	b)	On applique le théorème de FERMAT.....0.5 On remplace dans $9^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ 0.5	1
2-	a)	On a $p-1 < p < q$ et q premier	0.5
	b)	il existe $(u,v) \in \mathbb{Z}^2$ tel que : $uq = 1 + v(p-1)$ et $9^{uq} \equiv 1 \pmod{p}$ et $9^{v(p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$ donc $9 \equiv 1 \pmod{p}$ donc p divise $8 = 2^3$	0.5
3-	a)	$q \nmid 9 = 1$ et on utilise le théorème de FERMAT	0.5
	b)	Si on remplace p par 2 on obtient $9^{q+1} \equiv 1 \pmod{q}$ Et puisque $9^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}$ donc $9^2 \equiv 1 \pmod{q}$ donc q divise $80 = 2^4 \cdot 5$ et $q > 2$ donc $q = 5$	0.5

EXERCICE2		Indications de solutions	Barème
Première partie			
1-	a)	Propriété caractéristique d'un s.e.v	0.25
	b)	Une famille génératrice.....0.25	0.5
		On montre qu'elle est libre.....0.25	

الصفحة	2	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

2-	a)	Vérification	0.25
	b)	$(E, +)$ groupe commutatif E stable pour la multiplication dans $M_3(\square)$ La loi multiplicative est associative et distributive par rapport à l'addition d'après la stabilité La loi multiplicative est commutative dans E d'après 2-a)	0.5
Deuxième partie			
1-		Propriété caractéristique d'un sous-groupe	0.25
2-	a)	φ morphisme de $(\square^*, \times)$ vers $(E, \times)$	0.25
	b)	$\varphi(\square^*) = F^*$ et $(\square^*, \times)$ groupe commutatif	0.5
	c)	$(F, +, \times)$ corps commutatif d'unité $\varphi(1) = M(1, 0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	0.5
3-	a)	Vérification	0.25
	b)	Aucun élément de F n'est régulier pour la multiplication dans $M_3(\square)$	0.25

EXERCICE3		Indications de solutions		Barème
I-	1-	Les deux solutions de (E) sont : $z_1 = -1 + im$ et $z_2 = \overline{z_1}$		0.5
	2-	a)	$2i$ est la solution imaginaire pure.	0.25
		b)	Les deux autres solutions de (F) sont celles de (E) : z_1 et z_2	0.5
II-	1-	Les valeurs de p, q et r en fonction de m		0.5x3
	2-	a)	Vérification	0.25
		b)	$ p = q - r $ et $\arg \frac{q - r}{p} \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$	0.25x2

الصفحة	3	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

EXERCICE4		Indications de solutions	Barème
Première partie :			
1-	a)	f dérivable sur I 0.25 Calcul de la fonction dérivé.....0.5	0.75
	b)	La fonction dérivé est strictement décroissante sur I	0.5
	c)	Existence et unicité de α 0.5 $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{2-\alpha}$ 0.25	0.75
2-	a)	Variations de f 0.5 T.V de f 0.25	0.75
	b)	La dérivé seconde est négative(ou la dérivé première est strictement décroissante)	0.5
	c)	La courbe est toujours au dessous de ses tangentes	0.5
	d)	Cas particulier des tangentes au points d'abscisse 0 et 1	0.5
3-		Représentation graphique	0.5
4-		Calcul de surface : $I = \left(\int_0^1 f(x) dx \right) \cdot 4cm^2 = \left(2 \ln 2 - \frac{5}{4} \right) \cdot 4cm^2$	0.75
Deuxième partie :			
1-	a)	Vérification que f_n est positive.....0.25 Vérification que $f_n(0) = f_n(1) = 0$ 0.25	0.5
	b)	Application du théorème de ROLLE à la fonction f_n sur $[0;1]$	0.5
2-	a)	f_n dérivable.....0.25 Calcul de f_n' 0.5	0.75
	b)	La fonction g_n est strictement décroissante sur I	0.5

الصفحة	4	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

	c)	g_n est strictement décroissante (injective) d'où l'unicité de α_n	0.5
3-	a)	Expression de $f_n(\alpha_n)$ 0.5 Calcul de limite $0 < a_n < 1$ donc $0 < \frac{(a_n)^{n+1}}{2 - a_n} < 1$ 0.5	1
	b)	Expression de $g_n(\alpha_{n+1})$ 0.5 Monotonie de la suite (α_n) 0.5	1
	c)	Suite croissante et majorée	0.25
	d)	Calcul de limite	0.5
Troisième partie :			
1-		La suite (I_n) est décroissante 0.5 La suite est minorée donc convergente.....0.25	0.75
2-		Intégration par parties	0.5
3-		Encadrement de I_n 0.5 Calcul de limite.....0.25	0.75

FORMATION CONTINUE

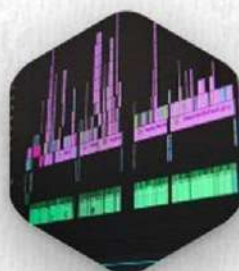
UNE **ATTESTATION** SERA DÉLIVRÉE
À LA FIN DE LA FORMATION



MAKE UP ARTIST



PÂTISSERIE



MONTAGE VIDEO



SECOURISME



DIGITAL
MARKETING



AUTOCAD



AIDE
PHARMACIEN



SKETCHUP



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة العادية 2019
- الموضوع -

NS24F

ROYAUME DU MAROC
Ministère de l'Éducation
et de la Formation
Supérieure
A SOUTIEN DE L'ENSEIGNEMENT
A SOUTIEN DE L'ENSEIGNEMENT



السلطة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي والبحث العلمي
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية : (أ) و (ب) – خيار فرنسية	المعامل	9

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.

- L'épreuve comporte 4 exercices indépendants.

- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice1 se rapporte aux structures algébriques(3.5 pts)
- L'exercice2 se rapporte aux nombres complexes(3.5 pts)
- L'exercice3 se rapporte à l'arithmétique(3 pts)
- L'exercice4 se rapporte à l'analyse(10 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (3.5 points)

On rappelle que $(\mathbb{C}, +, \times)$ est un corps commutatif et que $(M_2(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire

de zéro la matrice nulle $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité la matrice $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Soit $*$ la loi de composition interne définie sur $\mathbb{C}$ par :

$$(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) (\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2) ; (x + yi) * (a + bi) = xa + (x^2b + a^2y)i$$

0.25 1-a) Montrer que la loi $*$ est commutative sur $\mathbb{C}$

0.5 b) Montrer que la loi $*$ est associative sur $\mathbb{C}$

0.25 c) Montrer que la loi $*$ admet un élément neutre e que l'on déterminera.

0.25 d) Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$. Montrer que le nombre complexe $x + yi$ admet le nombre complexe

$$\frac{1}{x} - \frac{y}{x^4}i \text{ comme symétrique pour la loi } *$$

2-On considère le sous-ensemble E de $\mathbb{C}$ défini par : $E = \{x + yi / x \in \mathbb{R}_+^* ; y \in \mathbb{R}\}$

0.25 a) Montrer que E est stable pour la loi $*$ dans $\mathbb{C}$

0.5 b) Montrer que $(E, *)$ est un groupe commutatif.

0.5 3-On considère le sous-ensemble G de E défini par : $G = \{1 + yi / y \in \mathbb{R}\}$

Montrer que G est un sous-groupe de $(E, *)$

4-On considère l'ensemble $F = \left\{ M(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R}_+^* ; y \in \mathbb{R} \right\}$

0.25 a) Montrer que F est stable pour la loi $\times$ dans $M_2(\mathbb{R})$

0.5 b) Soit φ l'application de E vers F qui à tout nombre complexe $x + yi$ de E fait correspondre

$$\text{la matrice } M(x^2, y) = \begin{pmatrix} x^2 & y \\ 0 & x^2 \end{pmatrix} \text{ de } F$$

Montrer que φ est un isomorphisme de $(E, *)$ vers $(F, \times)$

0.25 c) En déduire que $(F, \times)$ est un groupe commutatif.

EXERCICE2 : (3.5 points)

Soit m un nombre complexe non réel ($m \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$)

I- On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation d'inconnue z définie par :

$$(E) : z^2 - (1+i)(1+m)z + 2im = 0$$

0.25 1-a) Montrer que le discriminant de l'équation (E) est non nul.

0.5 b) Déterminer z_1 et z_2 , les deux solutions de l'équation (E)

2- On suppose dans cette question que $m = e^{i\theta}$ avec $0 < \theta < \pi$

0.5 a) Déterminer le module et un argument de $z_1 + z_2$

0.25 b) Montrer que si $z_1 z_2 \in \mathbb{R}$ alors $z_1 + z_2 = 2i$

II- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points suivants :

A le point d'affixe $a = 1 + i$, B le point d'affixe $b = (1 + i)m$, C le point d'affixe

$c = 1 - i$, D l'image du point B par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et Ω le milieu du segment $[CD]$.

0.5 1- a) Montrer que l'affixe du point Ω est $\omega = \frac{(1-i)(1-m)}{2}$

0.25 b) Calculer $\frac{b-a}{\omega}$

0.5 c) En déduire que $(O\Omega) \perp (AB)$ et que $AB = 2O\Omega$

2- La droite $(O\Omega)$ coupe la droite (AB) au point H d'affixe h

0.5 a) Montrer que $\frac{h-a}{b-a}$ est un réel et que $\frac{h}{b-a}$ est un imaginaire pur.

0.25 b) En déduire h en fonction de m

EXERCICE3 : (3 points)

On admet que 2969 (l'année amazighe actuelle) est un **nombre premier**.

Soient n et m deux entiers naturels vérifiant : $n^8 + m^8 \equiv 0 \pmod{2969}$

1- On suppose dans cette question que 2969 **ne divise pas** n

0.5 a) En utilisant le théorème de BEZOUT, montrer que : $(\exists u \in \mathbb{Z}) ; u \times n \equiv 1 \pmod{2969}$

0.5 b) En déduire que : $(u \times m)^8 \equiv -1 \pmod{2969}$ et que $(u \times m)^{2968} \equiv -1 \pmod{2969}$

(On remarque que : $2968 = 8 \times 371$)

0.5 c) Montrer que 2969 ne divise pas $u \times m$

0.5 d) En déduire qu'on a aussi $(u \times m)^{2968} \equiv 1 \pmod{2969}$

0.5 2-a) En utilisant les résultats précédents, montrer que 2969 **divise** n

0.5 b) Montrer que : $n^8 + m^8 \equiv 0 \pmod{2969} \Leftrightarrow n \equiv 0 \pmod{2969} \text{ et } m \equiv 0 \pmod{2969}$

EXERCICE4 : (10 points)

PARTIE I : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x \left(e^{-x} + \frac{1}{2}x - 1 \right)$

et on note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

0.5 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

0.5 2- a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = 4(e^{-x} - 1)(1 - x)$

0.75 b) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$, puis donner son tableau de variations.

0.5 c) Montrer qu'il existe un unique réel α dans l'intervalle $\left] \frac{3}{2}, 2 \right[$ tel que $f(\alpha) = 0$

(On prendra $e^{\frac{3}{2}} = 4,5$)

0.25 d) Vérifier que : $e^{-\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{2}$

0.5 3-a) En appliquant le théorème de ROLLE à la fonction f' , montrer qu'il existe un réel x_0 de l'intervalle $]0, 1[$ tel que : $f''(x_0) = 0$

0.5 b) En appliquant le théorème des accroissements finis à la fonction f'' , montrer que, pour tout

réel x différent de x_0 de l'intervalle $[0, 1]$, on a : $\frac{f''(x)}{x - x_0} > 0$

- 0.25 c) En déduire que $I(x_0, f(x_0))$ est un point d'inflexion de la courbe (C)
- 0.5 4-a) Etudier les branches infinies de la courbe (C)
- 0.5 b) Représenter graphiquement la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (On prendra : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$, $f(1) = -0.5$ et il n'est pas demandé de représenter le point I)
- 0.25 5-a) Vérifier que : $(\forall x \in]-\infty, \alpha])$; $f(x) \leq 0$
- 0.75 b) Montrer que : $\int_0^\alpha f(x) dx = \frac{2}{3} \alpha (\alpha^2 - 3)$, en déduire que : $\frac{3}{2} < \alpha \leq \sqrt{3}$
- 0.5 c) Calculer en fonction de α , en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations respectives : $y = 0$, $x = 0$ et $x = \alpha$

PARTIE II : On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 < \alpha \quad \text{et} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad u_{n+1} = f(u_n) + u_n$$

- 0.5 1-a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n < \alpha$ (utiliser la question 5-a) de la PARTIE I)
- 0.25 b) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.
- 2- On suppose que $0 \leq u_0$ et on pose $(\forall x \in \mathbb{R})$: $g(x) = e^{-x} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$
- 0.5 a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad ; \quad g(x) > 0$ (On prendra : $\ln 2 = 0.69$)
- 0.5 b) En utilisant le résultat de la question précédente, montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad 0 \leq u_n$
- (On remarque que : $f(x) + x = 4xg(x)$)
- 0.25 c) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
- 0.5 d) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- 3- On suppose que $u_0 < 0$
- 0.5 a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad u_{n+1} - u_n \leq f(u_0)$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad u_n \leq u_0 + nf(u_0)$
- 0.25 c) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

FIN

Correction proposée :
examen national R.S.M - 2019

Ex 1. (structure algébrique)

on définit sur $\mathbb{C}$ la loi de composition interne $*$ par: $x, y, a, b \in \mathbb{R}$.

$$(x+iy) * (a+ib) = xa + i(x^2b + a^2y)$$

1-a: Soit $z, z' \in \mathbb{C}$ tq: $z = x+iy, x, y \in \mathbb{R}$
 $z' = a+ib, a, b \in \mathbb{R}$

ona:

$$\begin{aligned} z * z' &= xa + i(x^2b + a^2y) \\ &= a(x+iy) + i(ya^2 + bx^2) \\ &= z' * z \end{aligned}$$

1-c: la loi $*$ est commutative sur $\mathbb{C}$

1-b: Soit $z, z', z'' \in \mathbb{C}$ tq: $z = x+iy$
 $z' = a+ib$
 $z'' = m+in$

tq: $x, y, a, b, m, n \in \mathbb{R}$.

il suffit de calculer $z * z'$ et $z' * z''$

on vérifie que:

$$(z * z') * z'' = z * (z' * z'')$$

1-c: la loi $*$ est associative sur $\mathbb{C}$

1-c:

comme $*$ est commutative.

il suffit de résoudre l'équation

$z * e = z$ d'inconnue $e = a+ib$
et $\forall z \in \mathbb{C}$.

Soit: $z \in \mathbb{C}^* \text{ tq: } z = x+iy$

$$z * e = z \Leftrightarrow xa + i(x^2b + a^2y) = x+iy$$

$$\Leftrightarrow xa = x, x^2b + a^2y = y$$

$$\Leftrightarrow a = 1, x^2b = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 1, b = 0$$

$$\Leftrightarrow e = 1$$

pour $z = 0$ on a: $0 * 1 = 0$

d'où: $*$ admet $e = 1$ comme l'élément neutre.

1-d: Soit: $z = x+iy$ avec: $x, y \in \mathbb{R}^*$
 $z = a+ib$ ($a, b \in \mathbb{R}^*$)

$$\text{ona: } z * z' = e = 1$$

$$\Leftrightarrow xa = 1 \text{ et } x^2b + a^2y = 0$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{x} \text{ et } b = \frac{-y}{x^2}$$

comme $*$ est commutative

alors: la symétrisée de z est z'

$$\text{avec: } z' = \frac{1}{x} - i \frac{y}{x^2}$$

$$E = \{x+iy / x > 0, y \in \mathbb{R}\}$$

Soit $z, z' \in E, z = x+iy, x > 0$
 $z' = a+ib, a > 0$

ona:

$$z * z' = xa + i(x^2b + a^2y) \in E$$

$$\text{car: } x, a > 0 \Rightarrow x.a > 0$$

1-c: E est stable par $*$

1-b

ona: $*$ est associative

• toute élément de E est

symétrisable de sq $z' = \frac{1}{x} - i \frac{y}{x^2}$

$$(\text{car: } x > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0)$$

e est commutative

alors: $(E, *)$ est un groupe abélien

$$G = \{1+iy / y \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{ona: } G \subset E \quad \text{car: } 1 > 0$$

Soit: $z, z' \in G$ tq: $z = 1+iy$
 $z' = 1+ib$

$$\text{ona } z * \text{sym}(z') = z * (1-ib)$$

$$= 1 + i(-b+y) \in G$$

d'où: G est un sous grp de $(E, *)$

24. $F = \{ M(x,y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}, x > 0, y \in \mathbb{R} \}$

a) Soit: $M(x,y), M(a,b) \in F$ on a:

$$M(x,y) \times M(a,b) = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xa & xb+ya \\ 0 & xa \end{pmatrix} \in F$$

car: $xa > 0$ et $xb+ya \in \mathbb{R}$
de même, $M(a,b) \times M(x,y) = \begin{pmatrix} xa & xb+ya \\ 0 & xa \end{pmatrix}$

$\forall x: F$ est stable par $\times$ dans $M_2(\mathbb{R})$

b) $\varphi: E \longrightarrow F$
 $x+iy \longrightarrow M(x^2,y)$

Soit: $z = x+iy, z' = a+ib \in E$
On a:

$$\varphi(z * z') = M((xa)^2, x^2b + a^2y)$$

et on a:

$$\begin{aligned} \varphi(z) \times \varphi(z') &= M(x^2,y) \times M(a^2,b) \in F \\ &= \begin{pmatrix} (xa)^2 & x^2b + a^2y \\ 0 & (xa)^2 \end{pmatrix} \text{ (question a)} \\ &= M((xa)^2, x^2b + a^2y) \end{aligned}$$

donc: $\varphi(z * z') = \varphi(z) \times \varphi(z')$ (i)

Soit: $M(a,b) \in F, a > 0, b \in \mathbb{R}$
 $z \in E$

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= M(a,b) \Leftrightarrow M(x^2,y) = M(a,b) \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x^2 & y \\ 0 & x^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$(a > 0) \Leftrightarrow x = \sqrt{a}, y = b$$

alors:

φ est bi de $E \longrightarrow F$ (ii)

(i), (ii) $\Rightarrow \varphi$ est un isomorphisme de $(E, *)$ vers $(F, \times)$

S: comme:

- $(E, *)$ est un grp commutatif.
- $\varphi: (E, *) \longrightarrow (F, \times)$ est un iso.

alors: $(F, \times)$ est un groupe commutatif

Fin structure.

Exercice II: les nombres complexes.

Soit $m \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$:

$$(E): z^2 - (1+i)(m+1)z + 2im = 0$$

$$\Delta = (1+i)^2(m+1)^2 - 8im$$

$$\begin{aligned} (1+i)^2 &= 2i \\ &= (1+i)^2 [(m+1)^2 - 2m] \\ &= (1+i)^2 (m-1)^2 \end{aligned}$$

si $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = 1$ ou $m \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$
Absurde.

alors: $\Delta \neq 0, \forall m \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$

1-b) comme: $\Delta = (m-1)^2(1+i)^2$

$$\text{alors: } z_1 = \frac{(m+1)(1+i) + (m-1)(1+i)}{2} = m \times (1+i)$$

$$z_2 = \frac{(m+1)(1+i) - (m-1)(1+i)}{2} = 1+i$$

donc: les solutions de (E) sont:

$$z_1 = (1+i) \cdot m, z_2 = 1+i$$

2. ~~Soit~~ $m = e^{i\theta}$ avec $0 < \theta < \pi$.
 2-a: comme z_1, z_2 sont le sol.
 de (E)

d'où: (E) $\Leftrightarrow (z - z_1)/(z - z_2) = 0$

$\Leftrightarrow z^2 - z(z_1 + z_2) + z_1 z_2 = 0$

alors: $\begin{cases} z_1 + z_2 = (1+i)(1+m) \\ z_1 z_2 = -2im \end{cases}$ (*)

d'où: $1 + e^{i\alpha} = e^{i\frac{\alpha}{2}}(e^{i\frac{\alpha}{2}} + e^{-i\frac{\alpha}{2}})$
 $= 2 \cdot e^{i\frac{\alpha}{2}} \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})$

(d'après la Formule d'Euler).

Alors:
 $z_1 + z_2 = (1 + e^{i\frac{\pi}{2}})(1 + e^{i\theta})$
 $= 4 \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{i\frac{\theta}{2}} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$
 $= 2\sqrt{2} \cdot e^{i(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2})} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$

comme: $0 < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{\theta}{2} > 0$

d'où: $z_1 + z_2 = 2\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}}$

conclusion:

$|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$
 $\arg(z_1 + z_2) = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} [2\pi]$

2-b:

$z_1 z_2 = -2im$. (d'après *).

si $z_1 z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -2im \in \mathbb{R}$
 $\Rightarrow m \in i\mathbb{R}$

d'où: $\exists x \in \mathbb{R} \text{ tq } m = ix$

$m = e^{i\theta} \Rightarrow |m| = 1 = |x| \Rightarrow x = \pm 1$

car: $\theta \in]0, \pi[$ d'où: $x > 0$

conclusion: $z_1 z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow m = i$

d'où: $z_1 + z_2 = (1+i)^2 = 2i$

II:

on: $\Omega(w)$ est le milieu du $[CD]$

d'où: $w = \frac{c+d}{2}$

on: $D(d)$ est l'image du $B(c)$
 par rotation de centre $O(d)$

et d'angle $\theta = \pi/2$

d'où: $d - z_0 = e^{i\theta}(b - z_0)$

$\Rightarrow d = ib = i(1+i)m$

$\Rightarrow d = (i-1)m$

d'où: $w = \frac{c+d}{2} = \frac{(1-i) + (i-1)m}{2}$

q.c: $w = \frac{(1-i)(1-m)}{2}$

1-b: $\frac{b-a}{w} = \frac{(1+i)m - (1+i) \times 2}{(1-i)(1-m)} \times 2$

$= \frac{(1+i)(m-1)}{(1-i)(1-m)} \times 2$ $m \neq 1$ car $m \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$

$= \frac{1+i}{i-1} \times 2$

$= \frac{(1+i)(1+i)}{-2} \times 2 = -(1+i)^2$

$\frac{b-a}{w-z_0} = -2i$, $z_0 = 0$

1-c: $\frac{b-a}{w-z_0} = -2i \Rightarrow \begin{cases} \arg(AB) = \frac{\pi}{2} [2\pi] \\ AB = 2 \cdot O\Omega \end{cases}$

alors: $(O\Omega) \perp (AB)$ et $AB = 2 \cdot O\Omega$

(3)

II-2: $(\odot \mathcal{L}) \cap (AB) = \{H(\mathcal{L})\}$.

R-9: $H \in (AB)$ d'au: $H \in (AB)$

les pts A, B, H sont des pts directs.
(Alignés). d'au: $\arg\left(\frac{z_H - z_A}{z_B - z_A}\right) \equiv \pi \pmod{\pi}$

$\arg\left(\frac{z_H - z_A}{z_B - z_A}\right) = (\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}) \equiv \pi \pmod{\pi}$

d'au: $\frac{b-a}{b-a} \in \mathbb{R} \quad (e^{i\pi} = -1)$

au: $(\odot \mathcal{H}) \perp (AB)$

d'au: $\arg\left(\frac{z_H - z_0}{z_B - z_0}\right) \equiv \frac{\pi}{2} \pmod{\pi}$

alors: $\frac{h}{b-a} \in i\mathbb{R} \quad (e^{i\frac{\pi}{2}} = i)$

$\frac{h-a}{b-a} \in \mathbb{R} \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R}: \frac{h-a}{b-a} = x$

$\frac{h}{b-a} \in i\mathbb{R} \Rightarrow \exists y \in \mathbb{R}: \frac{h}{b-a} = iy$

$\frac{h-a}{b-a} = x \Leftrightarrow \frac{h}{b-a} = x + \frac{a}{b-a}$

$\Rightarrow \begin{cases} iy = x + \frac{1}{m-1} \\ -iy = x + \frac{1}{\bar{m}-1} \end{cases}$

d'au:

$\begin{cases} iy = x + \frac{1}{m-1} \\ -iy = x + \frac{1}{\bar{m}-1} \end{cases}$

$\Rightarrow 2iy = \frac{1}{m-1} - \frac{1}{\bar{m}-1}$

$iy = \frac{1}{2} \frac{\bar{m} - m}{(m-1)(\bar{m}-1)}$

d'au: $h = (b-a) \cdot iy$

$h = \frac{(1+i)}{2} \cdot \frac{\bar{m} - m}{\bar{m} - 1}$

Rq: $m, \bar{m}$ sont $\neq 1$ car $m \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$

Conclusion

$h = \frac{1+i}{2} \cdot \frac{\bar{m} - m}{\bar{m} - 1}$

Fin complexe.

Exercice III. Anth. 4

on admet que: 2969 est premier

[1]: on suppose que: 2969 $\nmid n$.

comme: 2969 est premier.

$2969 \nmid n$.

alors: $2969 \nmid n = 1$

d'après: le Théorème de Bezout.

$\exists (u, v) \in \mathbb{Z}^2: 2969u + n \cdot v = 1$

$\Leftrightarrow nu \equiv 1 \pmod{2969}$

1-b: $n^8 + m^8 \equiv 0 \pmod{2969}$

d'au: $(u \cdot m)^8 \equiv -(n \cdot u)^8 \pmod{2969}$

car: $(n \cdot u)^8 \equiv 1 \pmod{2969}$

d'au: $(u \cdot m)^8 \equiv -1 \pmod{2969}$

alors: $(u \cdot m)^{8 \times 371} \equiv (-1)^{371} \pmod{2969}$

q/c: $(u \cdot m)^{2968} \equiv -1 \pmod{2969}$

car: $2968 = 8 \times 371$ (4)

1-c:

2968

$$\text{on a : } (u, m)^{2968} \equiv -1 [2969]$$

$$\text{d'où : } \exists K \in \mathbb{Z} : (u, m)^{2968} = -1 + 2969K$$

$$\Leftrightarrow \exists u', v' \in \mathbb{Z} : (u, m) u' + 2969 v' = 1$$

$$(u' = -(u, m)^{2967} \text{ et } v' = K)$$

d'après : le Théorème de Bezout

$$\text{on a : } 2969 \wedge u, m = 1$$

$$\text{d'où : } 2969 \nmid u, m.$$

$$1-d : 2969 \wedge u, m = 1$$

2969 premier

d'après : le Théorème de Fermat

$$(u, m)^{2969-1} \equiv 1 [2969]$$

$$\text{d'où : } (u, m)^{2968} \equiv 1 [2969]$$

2-a: on a:

$$\begin{cases} (u, m)^{2968} \equiv -1 [2969] \quad (1-b) \\ (u, m)^{2968} \equiv 1 [2969] \quad (1-d) \end{cases}$$

Absurde.

d'où : l'hypothèse dans la question 1 est fausse.

$$\text{alors : } 2969 \mid n$$

2-b:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n \equiv 0 [2969] \\ m \equiv 0 [2969] \end{cases}$$

$$\Rightarrow n^8 + m^8 \equiv [2969]$$

$$\Rightarrow \text{on a : } 2969 \mid n$$

$$\text{d'où : } n \equiv 0 [2969]$$

$$\text{d'où : } m \equiv 0 [2969]$$

$$\text{d'où : } n^8 + m^8 \equiv 0 [2969]$$

Comme dans l'égalité:

$$n^8 + m^8 \equiv 0 [2969]$$

m, n jouent des rôles.

Symétrique

alors : si on suppose que $2969 \nmid m$.

on utilisant la même démarche de la question 1, on va

trouver l'Absurde, ($1 = -1$)

$$\text{conclusion : } 2969 \mid m$$

d'où:

$$n^8 + m^8 \equiv 0 [2969]$$

$$\Leftrightarrow n \equiv 0 [2969] \text{ et } m \equiv 0 [2969]$$

Proposé par : SAÏD IBRAHIM JAA ^{CAF}

Signature

Partie Analyse :

Exercice 4 : (10pts) :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 4x \cdot \left(e^{-x} + \frac{x}{2} - 1 \right)$$

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x \left(e^{-x} + \frac{x}{2} - 1 \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{car: } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x \cdot \frac{x}{2} \left(2 + \frac{x e^x}{2} - e^x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{car: } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\text{car: } \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^x} = -\infty$$

2-a : la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, comme produit de fcts dérivables sur $\mathbb{R}$

et on a : $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 4 \left(e^{-x} + \frac{x}{2} - 1 \right) + 4x \left(-e^{-x} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= 4 \left(e^{-x} - x e^{-x} + x - 1 \right)$$

$$f'(x) = 4(x-1)(1-e^{-x})$$

2-b : Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\text{on a: } f'(x) = 4(e^{-x} - 1)(x - 1)$$

$$\text{Si } x < 0 : \text{ on a: } e^{-x} > 1.$$

$$\text{d'où: } \forall x < 0, f'(x) > 0$$

$$\text{Si } x > 0 : \text{ on a: } e^{-x} < 1.$$

$$x \rightarrow 1-x \text{ change le signe on a:}$$

$$\text{d'où: } \forall x \in [0, 1] : f'(x) \leq 0$$

$$\forall x \in [1, +\infty[: f'(x) \geq 0$$

conclusion :

f str croissante sur $]-\infty, 0]$.

et $]1, +\infty[$

f str décroissante sur $[0, 1]$

et on a : le Tableau de variation

	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
f	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

2-c

on a : f continue, strictement croissante sur $]3/2, 2]$.

d'où : f est bijection de $]3/2, 2]$ vers.

$$f\left(]3/2, 2]\right) = \left[\sqrt[3]{6} \left(e^{-3/2} + \frac{3}{4} - 1 \right), 8(e^{-2}) \right]$$

$$\text{comme: } e^{3/2} \approx 4,5 > 4$$

$$\text{d'où: } 6 \left(\frac{1}{e^{3/2}} + \frac{1}{4} \right) < 0$$

$$\text{d'où: } 0 \in]f(3/2), f(2)[$$

d'où : 0 admet un seul antécédent car le noyau $\alpha \in]3/2, 2]$

$$\text{c/c: } \exists ! \alpha \in]3/2, 2[: f(\alpha) = 0$$

2-d

$$f(\alpha) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\alpha \left(e^{-\alpha} + \frac{\alpha}{2} - 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ou } e^{-\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{e^{-\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{2}} \quad \text{car: } \alpha > \frac{3}{2}$$

3-a:
ona: f' continue sur $[0, 1]$, dérivable sur $]0, 1[$ (produit de fact-)

et $f'(0) = f'(1) = 0$

alors: d'après le Théorème de ROLL

$\exists x_0 \in]0, 1[: f''(x_0) = 0$

3-b: ~~ona:~~ Soit $x \neq x_0 \in [0, 1]$

ona: f'' est continue, dérivable sur l'intervalle I d'extrémités x et x_0

d'après: T.A.F

$\exists c \in I$ tq: $f'(c) = \frac{f'(x) - f'(x_0)}{x - x_0}$
 $= \frac{f''(c) - 0}{x - x_0}$

ona: $f^{(3)}(x) = (3-x)e^{-x}$ (calcul)

d'où: $f'''(c) = (3-c)e^{-c} > 0$

car c dans l'intervalle I d'ext x et x_0 , $I \subset [0, 1]$.

Conclusion:
 $\forall x \in [0, 1], x \neq x_0, \frac{f''(x)}{x - x_0} > 0$

3-c:

ona: $\begin{cases} f''(x_0) = 0 \\ \frac{f''(x)}{x - x_0} > 0 \end{cases}$

d'où: f'' s'annule en $x = x_0$
 avec: changement de signe

alors: $I(x_0, f(x_0))$ est un pt d'inflexion de la courbe

4-a: Ps branches infinies

ona: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

$D_f = \mathbb{R}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + \frac{x}{2} - 1$
 $= +\infty$ car: $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$

alors: $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction (oy) , au voisinage de $+\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} + \frac{x}{2} - 1$
 $= -\infty$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} \left(1 + \frac{x}{2} - \frac{e^x}{e^{-x}} \right)$

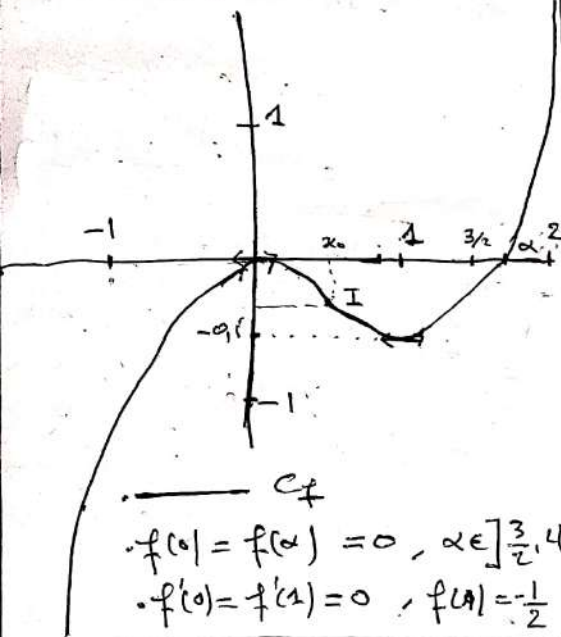
$= +\infty$

car: $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{-x} = 0$

d'où:

$(\mathcal{C}_f)$ admet 1 branche parabolique de direction (oy) au vois de $+\infty$

4-b: représentation graphique



$f(0) = f(\alpha) = 0, \alpha \in]\frac{3}{2}, 4]$
 $f'(0) = f'(1) = 0, f'(4) = -\frac{1}{2}$

5-a:
d'après le Tableau de variation on a
 $\forall x \in]-\infty, 0]: f(x) \leq 0$
 $\forall x \in [0, \alpha[: f(x) \leq 0$

d'où $\forall x \in]-\alpha, \alpha]: f(x) \leq 0$

5-b:

$$I_x = \int_0^\alpha f(x) dx = \int_0^\alpha 4x \left(e^{-x} + \frac{x}{2} - 1 \right) dx$$

$$= \int_0^\alpha (4xe^{-x} + 2x^2 - 4x) dx$$

$$\int_0^\alpha 4xe^{-x} dx = [4xe^{-x}]_0^\alpha + \int_0^\alpha 4e^{-x} dx$$

$$= -4\alpha e^{-\alpha} + [4e^{-x}]_0^\alpha$$

$$= 4 - 4\alpha e^{-\alpha} - 4e^{-\alpha}$$

$$= 4 - 4e^{-\alpha}(\alpha + 1)$$

d'où:

$$I_x = \int_0^\alpha f(x) dx = 4 - 4e^{-\alpha}(\alpha + 1) + 2 \cdot \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^\alpha - 4 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^\alpha$$

$$= 4 - 4e^{-\alpha}(\alpha + 1) + \frac{2}{3}\alpha^3 - 2\alpha^2$$

on: $e^{-\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{2} (2 - d)$

conclusion: (calcul)

$$I_x = \int_0^\alpha f(x) dx = \frac{2}{3}\alpha(\alpha^2 - 3)$$

deduction:

comme: $\forall x \in [0, \alpha]: f(x) \leq 0$

$$d'où: \int_0^\alpha f(x) dx \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\alpha(\alpha^2 - 3) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2 < 3$$

$$\Leftrightarrow |\alpha| < \sqrt{3}$$

on: $\alpha > 2$

$$d'où: \alpha \in]2, \sqrt{3}]$$

5-d

$$l'aire = \int_0^\alpha |f(x)| dx \text{ u.a}$$

$$= - \int_0^\alpha f(x) dx \cdot \text{u.a}$$

$$l'aire = \frac{2}{3}\alpha(3 - \alpha^2) \cdot \text{cm}^2$$

Partie II: cm. de f(x):

$$u_{n+1} = f(u_n) + u_n, u_0 < \alpha, \forall n \in \mathbb{N}$$

1-a: pour $n=0$, $u_0 < \alpha$.
Supposons que $u_n < \alpha$, Montrons.
que $u_{n+1} < \alpha$

Soit $n \in \mathbb{N}$.

cha: $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$.

$u_n < \alpha \Rightarrow f(u_n) \leq 0$ (I-5-a) ^(H.R)

$\Rightarrow f(u_n) + u_n \leq u_n \leq \alpha$

$\Rightarrow f(u_n) + u_n \leq \alpha$

$\Rightarrow u_{n+1} \leq \alpha$ CQFD

gc: $\forall n \in \mathbb{N}: u_n \leq \alpha$

1-b:

cha: $u_{n+1} - u_n = f(u_n)$

or: $\forall n \in \mathbb{N}: u_n \leq \alpha$.

d'après: I-5-a: $f(u_n) \leq 0$

conclu: $u_{n+1} - u_n \leq 0$

gc: (u_n) est décroissante

2-a: Supposons que $0 < u_0 < \alpha$.

$g(x) = e^{-x} + \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$.

g est dérivable sur $\mathbb{R}$, comme
somme de fct dérivables

alors: $g'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{2}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow e^{-x} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \ln 2 > 0$

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
g			$g(\ln 2)$

cha: $\forall x \in \mathbb{R}: g(x) \geq g(\ln 2)$

or $g(\ln 2) = e^{-\ln 2} + \frac{\ln 2}{2} - \frac{3}{4}$

$= \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

$= \frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{4} > 0$

Cm: $\ln 2 = 0,69 > 1/2$.

conclu: $\forall x \in \mathbb{R}: g(x) > 0$

2-b:

cha: $f(x) + x = 4x(e^{-x} + \frac{x}{2} - 1) + x$

$= x(e^{-x} + \frac{x}{2} - 1 + \frac{x}{2})$

$= 4x(e^{-x} + \frac{x}{2} - 1 + \frac{1}{4})$

$f(x) + x = 4 \cdot x \cdot g(x)$

Rq: dans l'énoncé il y'a 1 fait

$f(x) + x = x g(x)$ - doit remplacer

par: $f(x) + x = 4x g(x)$!

gc: $f(x) + x = 4x g(x)$

cha: $u_0 \geq 0$.

pour $n=0$, $u_0 \geq 0$

Supposons que $u_n \geq 0$, Montrons $u_{n+1} \geq 0$

Soit $n \in \mathbb{N}$.

cha: $u_{n+1} = f(u_n) + u_n = 4u_n g(u_n)$

or: $\forall x \in \mathbb{R} g(x) > 0$

alors: (H.R) $\Rightarrow u_{n+1} = 4u_n g(u_n) > 0$

conclu: $u_{n+1} \geq 0$

conclu: $\forall n \in \mathbb{N}: u_n \geq 0$

2-c:

cha: $\forall n \in \mathbb{N}: u_n \geq 0$
• (u_n) décroissante
alors: (u_n) décroissante, minorée
par 0

d'ici: (u_n) est convergente

2-d

cha: $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$
 $= h(u_n)$

avec: $h(x) = f(x) + x, \forall x \in \mathbb{R}$.

et cha: $0 \leq u_n \leq u_0 < \alpha, \forall n \in \mathbb{N}$

$x \rightarrow h(x)$ est continue sur $[0, \alpha]$.

alors: $\lim u_{n+1} = \lim h(u_n)$
 $= \lim f(u_n) + \lim u_n$

$$\Rightarrow l = f(l) + l$$

$$\Rightarrow f(l) = 0$$

or d'après l'étude et la
représentation de f

cha: $l=0$ ou $l=\alpha$

ch: $u_n \leq u_0 < \alpha$

$$\Rightarrow \lim u_n = l \leq u_0 < \alpha$$

conclusion;

$$\lim u_n = 0$$

3: on suppose que: $u_0 < 0$

3-a: cha:

$$u_{n+1} - u_n = f(u_n)$$

comme: (u_n) est décroissante

$$\text{alors: } u_n \leq u_0 < 0$$

et f croissante sur $]-\infty, 0]$

$$\text{d'où: } f(u_n) \leq f(u_0)$$

$$\forall n: u_{n+1} - u_n \leq f(u_0)$$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

3-b

Par $n=0$: $u_0 \leq u_0$

Supp qu: $u_n \leq u_0 + n f(u_0)$

Montrons: $u_{n+1} \leq u_0 + (n+1) f(u_0)$

Satisfaisant

$$\text{cha: } u_{n+1} \leq u_n + f(u_0) \quad (3-a)$$

$$\stackrel{(H.R)}{\leq} u_0 + n f(u_0) + f(u_0)$$

$$\leq u_0 + (n+1) f(u_0)$$

$$\text{d'où: } \forall n \in \mathbb{N}: u_n \leq u_0 + n f(u_0)$$

$$\text{3-c: } u_0 < 0 \Rightarrow f(u_0) < f(0) = 0$$

$$\Rightarrow f(u_0) < 0$$

$$\text{d'ici: } \lim u_0 + n f(u_0) = -\infty$$

conclusion

$$\lim u_n = -\infty$$

Fin

SAID

IBN JAA

~~xygma~~

10/10

Privé

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader
de la formation et du recrutement

BTP



- TS. Génie civil et Travaux Gros Œuvres
- TS. Dessinateur Métreur en Bâtiment
- T. Dessinateur en Bâtiment
- T. Chef de chantier



MÉDIA

- Audiovisuel
- Développement Multimedia
- Infographie
- Journalisme



SANTÉ

- TS. Orthophoniste
- TS. de Laboratoire
- TS. en Radiologie
- I. Anesthésiste Réanimateur
- Kinésithérapeute
- Opticien Optométriste
- Prothésiste Dentaire
- Sage Femme
- Infirmiers



COMMERCE & GESTION



- Gestion D'entreprise
- Gestion Informatisée
- Assistant Comptable
- Action Commerciale et Marketing
- Commerce International



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

FORMATION DIPLOMANTE

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2019
- الموضوع -

ROYAUME DU MAROC
MINISTRE DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
A L'ÉDUCATION, A L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET A LA RECHERCHE



المملكة المغربية
وزارة للتربية الوطنية
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

RS25

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية : (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	المعلم	9

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.

- L'épreuve comporte 4 exercices indépendants.

- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice1 se rapporte aux nombres complexes(3.5 pts)
- L'exercice2 se rapporte au calcul des probabilités(3 pts)
- L'exercice3 se rapporte aux structures algébriques(3.5 pts)
- L'exercice4 se rapporte à l'analyse(10 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (3.5 points)

Soit α un nombre complexe non nul.

I- On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z :

$$(E_\alpha) : z^2 - i\alpha\sqrt{3}z - \alpha^2 = 0$$

0.25 1-a- Vérifier que le discriminant de (E_α) est $\Delta = \alpha^2$

0.5 b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_α)

0.5 2- Sachant que $\alpha = |\alpha|e^{i\lambda}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$), mettre les deux racines de l'équation (E_α) sous la forme exponentielle.

II- On suppose que le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points Ω , M_1 et M_2 d'affixes respectivement α , $z_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\alpha$ et

$$z_2 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\alpha \text{ et soit } R \text{ la rotation de centre } O \text{ et d'angle } \frac{\pi}{3}$$

0.5 1-a-Montrer que $R(\Omega) = M_1$ et que $R(M_1) = M_2$

0.25 b- En déduire que les deux triangles $O\Omega M_1$ et $OM_1 M_2$ sont équilatéraux.

0.25 2-a- Vérifier que : $z_1 - z_2 = \alpha$

0.5 b- Montrer que Les deux droites (ΩM_2) et (OM_1) sont orthogonales.

0.25 c- En déduire que $O\Omega M_1 M_2$ est un losange.

0.5 3- Montrer que pour tout réel θ , le nombre : $Z = \frac{z_2 - \alpha}{z_1 - \alpha} \div \frac{z_2 - |\alpha|e^{i\theta}}{z_1 - |\alpha|e^{i\theta}}$ est un réel.

EXERCICE2 : (3 points)

Une urne contient n boules numérotées de 1 à n ($n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 3$). On retire, sans remise, l'une après l'autre toutes les boules de cette urne. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1 1- Quelle est la probabilité pour que les boules 1, 2 et 3 sortent consécutivement et dans cet ordre ?

1 2- Calculer la probabilité que les boules 1, 2 et 3 sortent dans cet ordre (consécutivement ou pas) ?

1 3- On considère la variable aléatoire X_n égale au nombre de tirages nécessaire pour obtenir les boules 1, 2 et 3.

Déterminer la loi de probabilité de X_n .

EXERCICE3 : (3.5 points)

On considère l'espace vectoriel de dimension 2 noté $(V_2, +, \cdot)$.

Soit $(\vec{i}, \vec{j})$ une base de V_2 . On pose : $\vec{e}_1 = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$

Soit $*$ la loi de composition interne définie par :

$$\forall (x, y, x', y') \in \mathbb{R}^4 \quad (x\vec{i} + y\vec{j}) * (x'\vec{i} + y'\vec{j}) = (xx' + yy')\vec{i} + (xy' + yx')\vec{j}$$

0.25 1-a- Montrer que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de V_2

- 0.25 b-Vérifier que : $\vec{e}_1 * \vec{e}_1 = \vec{e}_1$; $\vec{e}_2 * \vec{e}_2 = \vec{e}_2$ et $\vec{e}_1 * \vec{e}_2 = \vec{e}_2 * \vec{e}_1 = \vec{0}$
- 0.25 c- Montrer que : $\forall (X, X', Y, Y') \in \mathbb{R}^4$ $(X\vec{e}_1 + Y\vec{e}_2) * (X'\vec{e}_1 + Y'\vec{e}_2) = XX'\vec{e}_1 + YY'\vec{e}_2$
- 0.25 2-a- Montrer que la loi $*$ est commutative.
- 0.25 b- Montrer que la loi $*$ est associative.
- 0.25 c- Montrer que la loi $*$ admet un élément neutre.
- 0.25 d- Montrer que $(V_2, +, *)$ est un anneau commutatif unitaire.
- 3- Soit $\vec{u} \in V_2 - \{\vec{0}\}$. On note : $E_{\vec{u}} = \{\lambda \vec{u} / \lambda \in \mathbb{R}\}$
- 0.25 a- Montrer que $(E_{\vec{u}}, +)$ est un sous-groupe du groupe $(V_2, +)$
- 0.25 b- Montrer que $(E_{\vec{u}}, +, \cdot)$ est un sous-espace vectoriel de l'espace $(V_2, +, \cdot)$
- 0.5 c- Montrer que : $E_{\vec{u}}$ stable pour $*$ $\Leftrightarrow$ la famille $(\vec{u} * \vec{u}, \vec{u})$ est liée
- 4- On suppose que : $(\exists \alpha \in \mathbb{R}^*)$; $\vec{u} * \vec{u} = \alpha \vec{u}$
On considère l'application $\varphi: \mathbb{R}^* \rightarrow E_{\vec{u}}$
$$x \mapsto \frac{x}{\alpha} \vec{u}$$
- 0.5 a- Montrer que φ est un isomorphisme de $(\mathbb{R}^*, \times)$ vers $(E_{\vec{u}}, *)$
- 0.25 b- En déduire que $(E_{\vec{u}}, +, *)$ est un corps commutatif.

EXERCICE4 : (10 points)

PARTIE I

On considère la fonction g définie sur $I =]-1, +\infty[$ par : $g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(1+x)$

- 0.25 1- a- Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = 2$
- 0.5 b- Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
- 0.5 2- Montrer que g est dérivable sur I et que $(\forall x \in I)$ $g'(x) = -2(1+2x)\ln(1+x)$
- 3- On donne le tableau de variations de g :

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	2			1	
		$\frac{5}{4}-\frac{\ln 2}{2}$			$-\infty$

- 0.5 a-Montrer qu'il existe un réel strictement positif α unique tel que : $g(\alpha) = 0$
- 0.25 b- Vérifier que : $\alpha < 1$ (On prendra : $\ln 2 = 0.7$)

0.5 c- En déduire que : $(\forall x \in]-1, \alpha[) \quad 0 < g(x)$ et que : $(\forall x \in]\alpha, +\infty[) \quad g(x) < 0$

Partie II : On considère la fonction f définie sur $I =]-1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0.5 1-a- Calculer $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.5 b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.75 2- a- Montrer que f est dérivable sur I et que $(\forall x \in I) \quad f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)(1+x^2)^2}$

0.5 b- Donner le sens de variation de f sur I

0.75 c- Vérifier que : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ et que : $(\forall x \in I) \quad f(x) \leq \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$

0.25 3-a- Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0

0.5 b- Montrer que : $(\forall x > 0) \quad \ln(1+x) < x$

0.25 c- En déduire que : $(\forall x > 0) \quad f(x) < x$

1 d- Représenter graphiquement (T) et (C) (On prendra : $\alpha = 0.8$ et $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$)

Partie III : On pose $J = \int_0^1 f(x) dx$

1 1- a- En utilisant le changement de variable : $t = \frac{1-x}{1+x}$, montrer que : $J = \frac{\pi}{8} \ln 2$

0.5 b- Déterminer, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , la tangente (T) , la droite d'équation $x = 0$ et la droite d'équation $x = 1$

1 2- En utilisant la méthode d'intégration par parties, calculer : $K = \int_0^1 \frac{\arctan(x)}{1+x} dx$

FIN

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader

de la formation et du recrutement

SANTÉ

- ◆ T.S Orthophoniste
- ◆ Technicien de laboratoire
- ◆ Technicien en Radiologie
- ◆ I. Anesthésiste Réanimateur



BAC : 3 ANS

NIVEAU BAC : 2 ANS

- ◆ kinésithérapeute
- ◆ Opticien optométriste
- ◆ Sage femme
- ◆ Infirmiers
- ◆ Prothésiste dentaire



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

Bac Sciences Mathématiques National 2018

EXERCICE 1 : (3,5 points)

On rappelle que $(\mathbb{C}, +, \times)$ est un corps commutatif et que $(M_2(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire , de zéro la matrice nulle $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité la matrice

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel réel.

Pour tout couple $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on pose $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x + 2y \end{pmatrix}$

et on considère l'ensemble $E = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$

- | | |
|------|--|
| 0,25 | 1- Montrer que E est un sous-groupe du groupe $(M_2(\mathbb{R}), +)$ |
| 0,25 | 2- a) Montrer que E est un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ |
| 0,5 | b) On pose $J = M(0, 1)$. Montrer que (I, J) est une base de l'espace vectoriel réel $(E, +, \cdot)$ |
| 0,5 | 3- a) Montrer que E est une partie stable de $(M_2(\mathbb{R}), \times)$ |
| 0,5 | b) Montrer que $(E, +, \times)$ est un anneau commutatif . |
| 0,25 | 4- Soit φ l'application de $\mathbb{C}^*$ vers $M_2(\mathbb{R})$ définie par : |
| | $(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}) ; \quad \varphi(x + iy) = M(x + y, -y) = \begin{pmatrix} x + y & 2y \\ -y & x - y \end{pmatrix}$ |
| 0,5 | a) Montrer que φ est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \times)$ vers $(M_2(\mathbb{R}), \times)$ |
| 0,5 | b) On pose $E^* = E - \{O\}$. Montrer que $\varphi(\mathbb{C}^*) = E^*$ |
| 0,25 | c) En déduire que $(E^*, \times)$ est un groupe commutatif . |
| 0,25 | 5- Montrer que $(E, +, \times)$ est un groupe commutatif. |

EXERCICE 2 : (3 points)

Soit p un nombre premier tel que : $p = 3 + 4k \quad (k \in \mathbb{N}^*)$

- | | |
|-----|--|
| 0,5 | 1- Montrer que pour tout entier relatif x , si $x^2 \equiv 1[p]$ alors $x^{p-5} \equiv 1[p]$ |
| | 2- Soit x un entier relatif vérifiant : $x^{p-5} \equiv 1[p]$ |
| 0,5 | a) Montrer que x et p sont premiers entre eux . |
| 0,5 | b) Montrer que : $x^{p-1} \equiv 1[p]$. |

0,5	c) Vérifier que : $2 + (k-1)(p-1) = k(p-5)$
0,5	d) En déduire que : $x^2 \equiv 1[p]$
0,5	3- Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $x^{62} \equiv 1[67]$

EXERCICE 3 : (3,5 points)

	Soit m un nombre complexe .
	I- On considère dans l'ensemble complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E_m) d'inconnue z :
	$z^2 + (im + 2)z + im + 2 - m = 0$
0,25	1- a) Vérifier que $\Delta = (im - 2i)^2$ est le discriminant de l'équation (E_m)
0,5	b) Donner, suivant les valeurs de m , l'ensemble des solutions de l'équation (E_m)
0,5	2- Pour $m = i\sqrt{2}$, écrire les deux racines de l'équation (E_m) sous la forme exponentielle.
	II- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$
	On considère les points A , Ω , M et M' d'affixes respectifs $a = -1 - i$, $\omega = i$, m et $m' = -im - 1 + i$
	1- Soit R la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ qui transforme M en M'
0,25	a) Vérifier que Ω est le centre de R
0,5	b) Déterminer l'affixe b de B , où B est le point tel que : $A = R(B)$
0,5	2- a) Vérifier que : $m' - a = \frac{\omega - a}{\omega - b}(m - b)$
0,5	b) En déduire que les points A , M et M' sont alignés si et seulement si les points A , B , Ω et M sont cocycliques .
0,5	c) Montrer que l'ensemble des points M tel que les points A , M et M' soient alignés Est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon .

EXERCICE 4 : (7,5 points)

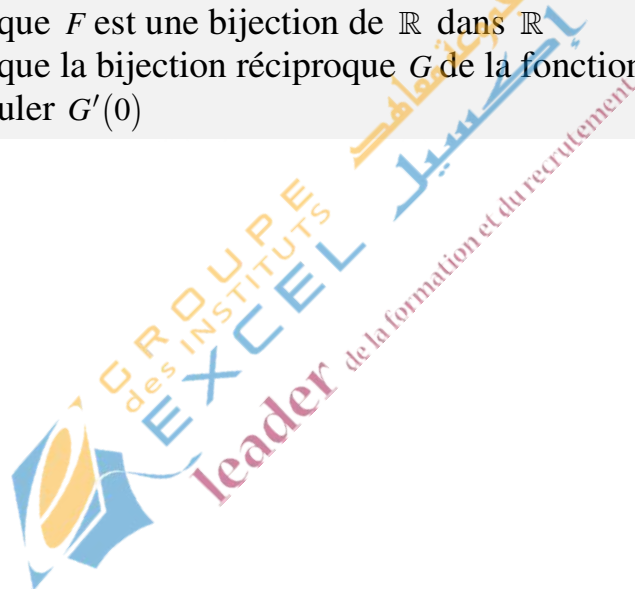
	Partie I :
0,5	1- a) Montrer que : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \int_0^x \frac{t}{1+t} dt = x - \ln(1+x)$
0,5	b) En utilisant le changement de variable $u = t^2$, montrer que : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \int_0^x \frac{t}{1+t} dt = \frac{1}{2} \int_0^{x^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}} du$

0,5	c) En déduire que : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2}$
0,25	2- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$
	Partie II :
	On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$: $\begin{cases} f(x) = \left(\frac{x+1}{x} \right) \ln(1+x) & ; x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$
	et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$
0,25	1- a) Montrer que f est continue à droite en 0
	b) Montrer que f est dérivable à droite en 0
0,5	(On pourra utiliser le résultat de la question I.2)
0,75	c) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
	2- a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$, puis vérifier que :
0,5	$(\forall x \in]0, +\infty[) ; f'(x) = \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$
0,25	b) En déduire que f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$
0,25	c) Vérifier que : $f([0, +\infty[) = [1, +\infty[$
	3- Représenter graphiquement la courbe (C)
0,5	(On construira la demi-tangente à droite au point d'abscisse 0)
	Partie III :
	1- On considère la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = f(x) - x$
0,5	a) Montrer que : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; 0 < f'(x) \leq \frac{1}{2}$
	b) En déduire que g est strictement décroissante sur $]0, +\infty[$ puis montrer que
0,5	$g([0, +\infty[) =]-\infty, 1[$
0,25	c) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α sur $]0, +\infty[$
	2- Soit a un réel de l'intervalle $]0, +\infty[$.
	On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = a$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = f(u_n)$
0,25	a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n > 0$

0,5	b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad u_{n+1} - \alpha \leq \frac{1}{2} u_n - \alpha $
0,5	c) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad u_n - \alpha \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n a - \alpha $
0,25	d) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α

EXERCICE 5 : (2,5 points)

	On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$
0,5	1- Montrer que F est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$
0,5	2- a) Montrer que : $(\forall x \in]0, +\infty[) \quad ; \quad F(x) \geq x$. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$
0,5	b) Montrer que F est impaire , en déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$
0,5	c) Montrer que F est une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$
0,5	d) Montrer que la bijection réciproque G de la fonction F est dérivable en 0 , puis calculer $G'(0)$



Corrigé de l'exercice 1 :

1-

- ✓ $E \neq \emptyset$ (car $O = M(0,0) \in E$)
- ✓ $E \subset M_2(\mathbb{R})$
- ✓ Soient $M(x,y)$ et $M(a,b)$ deux éléments de E :

On a :

$$\begin{aligned} M(x,y) - M(a,b) &= \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x-a & -2(y-b) \\ y-b & (x-a)+2(y-b) \end{pmatrix} \\ &= M(x-a, y-b) \end{aligned}$$

$$((x-a, y-b) \in \mathbb{R}^2)$$

$$\text{Donc : } \forall (M(x,y), M(a,b)) \in E^2 : M(x,y) - M(a,b) \in E$$

D'où E est un sous groupe de $(M_2(\mathbb{R}), +)$

2- a) Montrons que E est un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$

- ✓ On a : $E \neq \emptyset$ et $E \subset M_2(\mathbb{R})$
- ✓ Soient $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ et $(M(x,y), M(a,b)) \in E^2$

On a :

$$\begin{aligned} \alpha M(x,y) + \beta M(a,b) &= \alpha \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha x & -2\alpha y \\ \alpha y & \alpha x + 2\alpha y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta a & -2\beta b \\ \beta b & \beta a + 2\beta b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha x + \beta a & -2\alpha y - 2\beta b \\ \alpha y + \beta b & \alpha x + 2\alpha y + \beta a + 2\beta b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha x + \beta a & -2(\alpha y + \beta b) \\ \alpha y + \beta b & (\alpha x + \beta a) + 2(\alpha y + \beta b) \end{pmatrix} \\ &= M(\alpha x + \beta a, \alpha y + \beta b) \end{aligned}$$

$$((\alpha x + \beta a, \alpha y + \beta b) \in \mathbb{R}^2)$$

$$\text{Donc : } \forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2, \forall (M(x,y), M(a,b)) \in E^2 : \alpha M(x,y) + \beta M(a,b) \in E$$

D'où E est un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$.

b)

✓ Soit $M(x, y) \in E$, on a :

$$\begin{aligned} M(x, y) &= \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2y \\ y & 2y \end{pmatrix} \\ &= x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= x.I + y.J \end{aligned}$$

Donc (I, J) est une famille génératrice de l'espace vectoriel E

✓ Soit $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$:

On a :

$$\begin{aligned} \alpha I + \beta J = O &\Rightarrow M(\alpha, \beta) = M(0, 0) \\ &\Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & -2\beta \\ \beta & \alpha + 2\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \\ -2\beta = 0 \\ \alpha + 2\beta = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \alpha = 0 \text{ et } \beta = 0 \end{aligned}$$

Donc (I, J) est une famille libre de l'espace vectoriel E

✓ On conclut que (I, J) est une base de l'espace vectoriel E

3- a)

✓ $E \subset M_2(\mathbb{R})$

✓ Soit $(M(x, y), M(a, b)) \in E^2$, on a :

$$\begin{aligned} M(x, y) \times M(a, b) &= \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} xa - 2yb & -2xb - 2ya - 4yb \\ ya + xb + 2yb & -2yb + xa + 2bx + 2ya + 4yb \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} xa - 2yb & -2(xb + ya + 2yb) \\ xb + ya + 2yb & (xa - 2yb) + 2(xb + ya + 2yb) \end{pmatrix} \\ &= M(xa - 2yb, xb + ya + 2yb) \end{aligned}$$

$$((xa - 2yb, xb + ya + 2yb) \in \mathbb{R}^2)$$

Donc : $\forall (M(x, y), M(a, b)) \in E^2 : M(x, y) \times M(a, b) \in E$

D'où E est une partie stable de $(M_2(\mathbb{R}), \times)$

b) Montrons que $(E, +, \times)$ est un anneau commutatif

- ✓ $(E, +)$ est un groupe commutatif ($(E, +, \cdot)$ est un espace vectoriel)
- ✓ " $\times$ " est associative
- ✓ " $\times$ " est distributive par rapport à "+"
- ✓ Soit $(M(x, y), M(a, b)) \in E^2$:

$$\begin{aligned} M(x, y) \times M(a, b) &= M(xa - 2yb, xb + ya + 2yb) \\ &= M(ax - 2by, bx + ay + 2by) \\ &= M(a, b) \times M(x, y) \end{aligned}$$

Et par suite $(E, +, \times)$ est un anneau commutatif .

4- a) Soit $(z, z') \in (\mathbb{C}^*)^2$, on a :

✓

$$\begin{aligned} \varphi(z \times z') &= \varphi((x + iy) \times (a + ib)) \\ &= \varphi((xa - yb) + i(xb + ya)) \\ &= M((xa - yb + xb + ya), -(xb + ya)) \end{aligned}$$

✓

$$\begin{aligned} \varphi(z) \times \varphi(z') &= \varphi(x + iy) \times \varphi(a + ib) \\ &= M(x + y, -y) \times M(a + b, -b) \\ &= M((x + y)(a + b) - 2(-y)(-b), (x + y)(-b) - y(a + b) + 2(-y)(-b)) \\ &= M(xa + xb + ya + yb - 2yb, -xb - yb - ya - yb + 2yb) \\ &= M(xa + xb + ya - yb, -(xb + ya)) \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \forall (z, z') \in (\mathbb{C}^*)^2 : \varphi(z \times z') = \varphi(z) \times \varphi(z')$$

Donc φ est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \times)$ vers $(M_2(\mathbb{R}), \times)$

b)

- ✓ Soit $M(x, y) \in E^*$

Existe-t-il z de $\mathbb{C}^*$, tel que $\varphi(z) = M(x, y)$

$$\begin{aligned}
 \varphi(z) = M(x, y) &\Leftrightarrow \varphi(a + ib) = M(x, y) \\
 &\Leftrightarrow M(a + b, -b) = M(x, y) \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = x \\ -b = y \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} a = x - b \\ b = -y \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow a = x + y \text{ et } b = -y
 \end{aligned}$$

Donc $\forall M(x, y) \in E^* \exists (a, b) = (x + y, -y) \in (\mathbb{R}^*)^2 : \varphi(a + ib) = M(x, y)$

Donc φ est surjective

Et par suite $\varphi(\mathbb{C}^*) = E^*$

c) On a φ est un homomorphisme surjective

Et puisque $(\mathbb{C}^*, \times)$ est un groupe commutatif alors $(\varphi(\mathbb{C}^*), \times)$ est aussi un groupe commutatif

Et comme $\varphi(\mathbb{C}^*) = E^*$, on a donc $(E^*, \times)$ est un groupe commutatif.

5- On a :

- ✓ $(E, +)$ est un groupe commutatif.
 - ✓ $(E^*, \times)$ est un groupe commutatif.
 - ✓ " $\times$ " est distributive par rapport à "+"
- Donc $(E, +, \times)$ est un groupe commutatif.

Corrigé de l'exercice 2 :

1- Soit p un nombre premier tel que : $p = 3 + 4k \quad (k \in \mathbb{N}^*)$

On a : $p - 5 = 4k - 2 = 2(2k - 1) \quad (k \in \mathbb{N}^*)$

Soit $x \in \mathbb{Z}$:

On a :

$$\begin{aligned}
 x^2 \equiv 1[p] &\Rightarrow (x^2)^{2k-1} \equiv 1^{2k-1}[p] \\
 &\Rightarrow x^{4k-2} \equiv 1[p] \\
 &\Rightarrow x^{p-5} \equiv 1[p]
 \end{aligned}$$

Donc pour tout entier relatif x , si $x^2 \equiv 1[p]$ alors $x^{p-5} \equiv 1[p]$

2- a) Soit x un entier relatif vérifiant : $x^{p-5} \equiv 1[p]$

Montrons que x et p sont premiers entre eux .

Puisque $x^{p-5} \equiv 1[p]$ alors il existe $u \in \mathbb{Z}$ tel que $x^{p-5} = 1 + up$

Donc $u \in \mathbb{Z}$ tel que $x^{p-6} \cdot x - u \cdot p = 1$ ($p-6 \in \mathbb{N}^*$)

Donc d'après le théorème de Bézout $x \wedge p = 1$

D'où x et p sont premiers entre eux .

b) On a p un nombre premier et $x \wedge p = 1$

Donc d'après le théorème de Fermat : $x^{p-1} \equiv 1[p]$

c)

$$\begin{aligned} 2 + (k-1)(p-1) &= 2 + (k-1)(4k+2) \\ &= 2 + 4k^2 + 2k - 4k - 2 \\ &= 4k^2 - 2k \\ &= k(4k-2) \\ &= k(p-5) \end{aligned}$$

d) On a $x^{p-5} \equiv 1[p]$

$$\text{Donc } (x^{p-5})^k \equiv 1^k[p]$$

$$\text{Donc } x^{k(p-5)} \equiv 1[p]$$

$$\text{Donc } x^{2+(k-1)(p-1)} \equiv 1[p]$$

$$\text{Donc } x^2 \cdot x^{(k-1)(p-1)} \equiv 1[p]$$

$$\text{Donc } \boxed{x^2 \cdot (x^{p-1})^{k-1} \equiv 1[p]}$$

$$\text{Et d'autre part on a } x^{p-1} \equiv 1[p]$$

$$\text{Donc } (x^{p-1})^{k-1} \equiv 1[p]$$

$$\text{Donc } \boxed{x^2 \cdot (x^{p-1})^{k-1} \equiv x^2[p]}$$

$$\text{On déduit que : } x^2 \equiv 1[p]$$

3- Résolvons dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $x^{62} \equiv 1[67]$

$$\text{On a pour tout entier relatif } x, \quad x^2 \equiv 1[p] \Leftrightarrow x^{p-5} \equiv 1[p]$$

$$\text{avec } p \text{ un nombre premier tel que : } p = 3 + 4k \quad (k \in \mathbb{N}^*)$$

on 67 est un nombre premier et : $67 = 3 + 4(16)$

On a :

$$\begin{aligned}
 x^{62} \equiv 1[67] &\Leftrightarrow x^{67-5} \equiv 1[67] \\
 &\Leftrightarrow x^2 \equiv 1[67] \\
 &\Leftrightarrow x^2 - 1 \equiv 0[67] \\
 &\Leftrightarrow (x-1)(x+1) \equiv 0[67] \\
 &\Leftrightarrow x-1 \equiv 0[67] \text{ ou } x+1 \equiv 0[67] \text{ (car } p \text{ est premier)} \\
 &\Leftrightarrow x \equiv 1[67] \text{ ou } x \equiv -1[67]
 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } S = \{1 + 67k / k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-1 + 67k / k \in \mathbb{Z}\}$$

Corrigé de l'exercice 3 :

I- Soit $m \in \mathbb{C}$

On considère dans l'ensemble complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E_m) d'inconnue z :

$$z^2 + (im + 2)z + im + 2 - m = 0$$

1- a)

$$\begin{aligned}
 \Delta &= (im + 2)^2 - 4(1)(im + 2 - m) \\
 &= -m^2 + 4im + 4 - 4im - 8 + 4m \\
 &= -m^2 + 4m - 4 \\
 &= -(m - 2)^2 \\
 &= (i(m - 2))^2 \\
 &= (im - 2i)^2
 \end{aligned}$$

b)

✓ Si $m = 2$: alors l'équation (E_2) admet une solution unique

$$z = \frac{-(2i + 2)}{2} = -1 - i$$

$$\text{Donc } S = \{-1 - i\}$$

✓ Si $m \in \mathbb{C} - \{2\}$: alors l'équation (E_m) admet deux solutions :

$$z = \frac{-(im+2)+(im-2i)}{2(1)} \quad \text{ou} \quad z = \frac{-(im+2)-(im-2i)}{2(1)}$$

$$z = \frac{-2-2i}{2} \quad \text{ou} \quad z = \frac{-2im-2+2i}{2}$$

$$z = -1-i \quad \text{ou} \quad z = -1-im+i$$

Donc $S = \{-1-i, -1-im+i\}$

2- Pour $m = i\sqrt{2}$

✓

$$\begin{aligned} -1-i &= \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \\ &= \sqrt{2} \left(-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right) = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{4}} = \sqrt{2} \cdot e^{i\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} \end{aligned}$$

✓

$$\begin{aligned} -1-im+i &= -1-i(i\sqrt{2})+i \\ &= -1+\sqrt{2}+i \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \\ &= \sqrt{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \\ &= \sqrt{2} \left(e^{i(0)} + e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)} \right) \\ &= \sqrt{2} e^{i\frac{3\pi}{8}} \left(e^{i\frac{-3\pi}{8}} + e^{i\frac{3\pi}{8}} \right) \\ &= \sqrt{2} e^{i\frac{3\pi}{8}} \times 2 \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \\ &= 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \cdot e^{i\frac{3\pi}{8}} \quad \left(\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) > 0 \right) \end{aligned}$$

II-

1- Soit R la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ qui transforme M en M'

a) l'affixe z du centre de la rotation R est solution de l'équation $z = -iz - 1 + i$

$$\begin{aligned} z &= -iz - 1 + i \\ (1+i)z &= -1 + i \\ z &= \frac{-1+i}{1+i} = \frac{i(1+i)}{(1+i)} = i \end{aligned}$$

Donc $z = \omega$

D'où Ω est le centre de R

b) Déterminons l'affixe b de B , où B est le point tel que : $A = R(B)$

$$\begin{aligned} a &= -ib - 1 + i \\ ib &= -1 + i - a \\ b &= \frac{-1 + i - a}{i} \\ b &= \frac{-1 + i + 1 + i}{i} \\ b &= \frac{2i}{i} \\ \boxed{b = 2} \end{aligned}$$

2- a) On a :

✓

$$\begin{aligned} m' - a &= -im - 1 + i + 1 + i \\ &= -im + 2i \\ &= -i(m - 2) \\ &= -i(m - b) \end{aligned}$$

✓

$$\begin{aligned} \frac{\omega - a}{\omega - b}(m - b) &= \frac{i + 1 + i}{i - 2}(m - b) \\ &= \frac{1 + 2i}{-2 + i}(m - b) \\ &= \frac{-i(-2 + i)}{-2 + i}(m - b) \\ &= -i(m - b) \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } m' - a = \frac{\omega - a}{\omega - b}(m - b)$$

b)

✓ Si $m = a$: le résultat demandé est évident

✓ Si $m \neq a$:

$$\text{On a : } \frac{m' - a}{m - a} = \frac{\omega - a}{\omega - b} \times \frac{m - b}{m - a}$$

$$\begin{aligned}
 A, M \text{ et } M' \text{ sont alignés} &\Leftrightarrow \frac{m' - a}{m - a} \in \mathbb{R} \\
 &\Leftrightarrow \frac{\omega - a}{\omega - b} \times \frac{m - b}{m - a} \in \mathbb{R} \\
 &\Leftrightarrow A, B, \Omega \text{ et } M \text{ sont cocycliques}
 \end{aligned}$$

c) On a : A, M et M' sont alignés $\Leftrightarrow A, B, \Omega$ et M sont cocycliques

Et par suite M appartient au cercle circonscrit au triangle $AB\Omega$ rectangle et isocèle en Ω

$$(A = R(B))$$

Donc M appartient au cercle de diamètre $[AB]$

✓ De rayon : $r = \frac{AB}{2} = \frac{|b - a|}{2} = \frac{|3 + i|}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

✓ Et de centre le point I d'affixe : $z_I = \frac{a + b}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

Corrigé de l'exercice 4 :

Partie I :

1- a) soit $x \in]0, +\infty[$:

on a :

$$\begin{aligned}
 \int_0^x \frac{t}{1+t} dt &= \int_0^x \frac{1+t-1}{1+t} dt \\
 &= \int_0^x \left(1 - \frac{1}{1+t}\right) dt \\
 &= \int_0^x \left(1 - \frac{(1+t)'}{1+t}\right) dt \\
 &= [t - \ln|1+t|]_0^x \\
 &= x - \ln(1+x)
 \end{aligned}$$

Donc $(\forall x \in]0, +\infty[)$; $\int_0^x \frac{t}{1+t} dt = x - \ln(1+x)$

b) Soit $x \in]0, +\infty[$:

$$\begin{cases} u = t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{u} \\ t \cdot dt = \frac{1}{2} du \\ t = 0 \rightarrow u = 0 \\ t = x \rightarrow u = x^2 \end{cases}$$

$$\int_0^x \frac{t}{1+t} dt = \int_0^{x^2} \frac{du}{1+\sqrt{u}} = \frac{1}{2} \int_0^{x^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}} du$$

$$\text{Donc } (\forall x \in]0, +\infty[) ; \int_0^x \frac{t}{1+t} dt = \frac{1}{2} \int_0^{x^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}} du$$

c) Soient $x \in]0, +\infty[$ et $u \in [0, x^2]$:

$$\text{On a } 0 \leq u \leq x^2$$

$$\text{Donc } 0 \leq \sqrt{u} \leq x$$

$$\text{Donc } 1 \leq 1 + \sqrt{u} \leq 1 + x$$

$$\text{Donc } \frac{1}{1+x} \leq \frac{1}{1+\sqrt{u}} \leq 1$$

$$\text{Donc } \frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{1}{2(1+\sqrt{u})} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } \int_0^{x^2} \frac{1}{2(1+x)} du \leq \int_0^{x^2} \frac{1}{2(1+\sqrt{u})} du \leq \int_0^{x^2} \frac{1}{2} du$$

$$\text{Et par suite : } (\forall x \in]0, +\infty[) ; \frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2}$$

2- On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\forall x \in]0, +\infty[) ; \frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2(1+x)} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Donc : } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Partie II :

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$:
$$\begin{cases} f(x) = \left(\frac{x+1}{x} \right) \ln(1+x) & ; \quad x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

1- a) On a : $f(0) = 1$

$$\text{Et } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x} \ln(1+x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1) \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\text{Car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} 1+x = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \end{cases}$$

Puisque $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x} \ln(1+x) = f(0)$ alors f est continue à droite en 0

b) On a :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{x+1}{x} \ln(1+x) - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1) \ln(1+x) - x}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \ln(1+x)}{x^2} + \frac{\ln(1+x) - x}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} - \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \\ &= 1 - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Donc : f est dérivable à droite en 0 et on a $f'_d(0) = \frac{1}{2}$

c)

$$\checkmark \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} \ln(x+1) = +\infty$$

$$\text{Car : } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x+1) = +\infty \end{cases}$$

$$\checkmark \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x+1}{x} \ln(x+1)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x^2} \ln(x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^2 \times \frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0$$

$$\text{Car : } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^2 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0 \end{cases}$$

✓ (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

2- a) on a :

$f_1 : x \mapsto \frac{x+1}{x}$ est dérivable sur $]0, +\infty[$

$f_2 : x \mapsto \ln(1+x)$ est dérivable sur $]0, +\infty[$

Donc $f = f_1 \times f_2$ est dérivable sur $]0, +\infty[$

Soit $x \in]0, +\infty[$:

On a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\left(\frac{x+1}{x} \right) \ln(x+1) \right)' \\ &= \left(\frac{x+1}{x} \right)' \ln(x+1) + \frac{x+1}{x} (\ln(x+1))' \\ &= \frac{-1}{x^2} \ln(x+1) + \frac{x+1}{x} \times \frac{1}{x+1} \\ &= -\frac{1}{x^2} \ln(x+1) + \frac{1}{x} \\ &= \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \end{aligned}$$

Donc : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; f'(x) = \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$

b) on a $(\forall x \in]0, +\infty[) ; f'(x) = \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$

comme $x^2 > 0$ alors le signe de $f'(x)$ est le même que le signe de $x - \ln(1+x)$

on a $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2}$

donc $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \frac{x^2}{2(1+x)} \leq x - \ln(1+x) \leq \frac{1}{2}x^2$

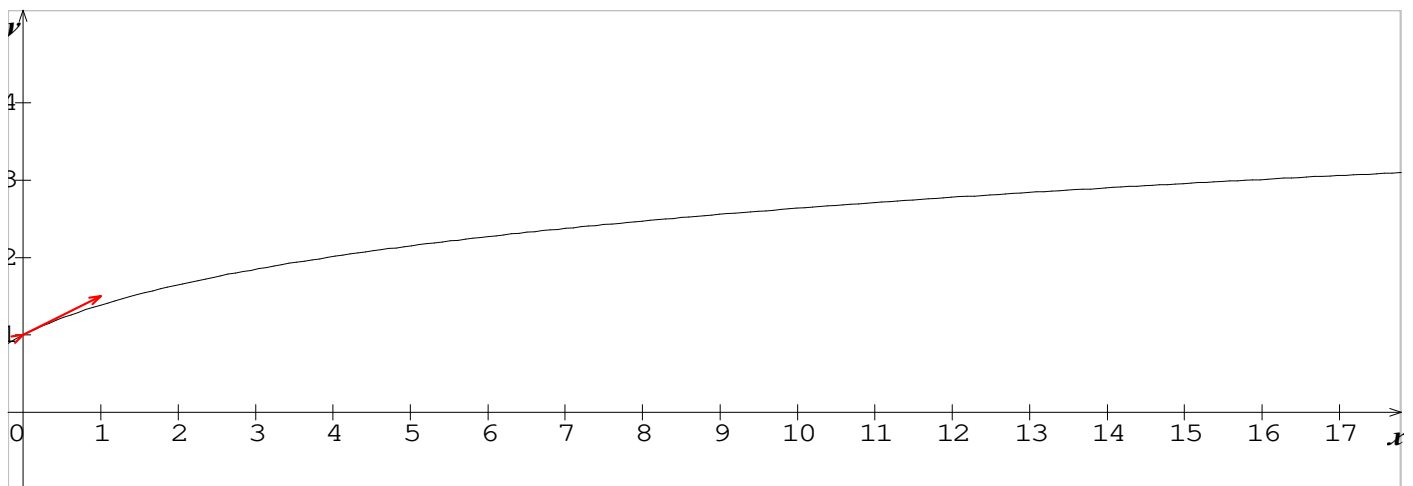
donc $f'(x) > 0$

et par suite f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$

c) on a f est continue et strictement croissante sur $[0, +\infty[$

donc $f([0, +\infty[) = [f(0), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)) = [1, +\infty[$

3-



Partie III :

1- a) on a $(\forall x \in]0, +\infty[)$; $\frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2}$

donc $(\forall x \in]0, +\infty[)$; $0 < \frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2}$

et par suite $(\forall x \in]0, +\infty[)$; $0 < f'(x) \leq \frac{1}{2}$

b)

✓ on a g est dérivable sur $]0, +\infty[$

soit $x \in]0, +\infty[$:

on a : $g'(x) = f'(x) - 1$

et comme $f'(x) \leq \frac{1}{2}$ alors $f'(x) - 1 < 0$

donc $(\forall x \in]0, +\infty[)$; $g'(x) < 0$

et par suite g est strictement décroissante sur $]0, +\infty[$

✓ on a g est continue et strictement décroissante sur $]0, +\infty[$

donc $g(]0, +\infty[) = \left] \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) \right[=]-\infty, 1[$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{f(x)}{x} - 1 \right) \\
 &= -\infty \\
 &\text{car } \begin{pmatrix} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

c) On a :

- ✓ g est continue sur $]0, +\infty[$
- ✓ g est strictement décroissante sur $]0, +\infty[$
- ✓ $0 \in g(]0, +\infty[)$

Donc l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0, +\infty[$

Et par suite l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α sur $]0, +\infty[$

2- Soit a un réel de l'intervalle $]0, +\infty[$.

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = a$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = f(u_n)$

a)

- ✓ Pour $n = 0$:

On a $u_0 = a$ et $a > 0$

Donc $u_0 > 0$

- ✓ Soit $n \in \mathbb{N}$

- Supposons que $u_n > 0$
- Montrons que $u_{n+1} > 0$?

On a d'après l'hypothèse de récurrence $u_n > 0$

Et comme f est continue et strictement croissante sur $[0, +\infty[$

Alors $f(u_n) > f(0)$

Donc $u_{n+1} > 1 > 0$

- ✓ On conclut que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n > 0$

b) Soit $n \in \mathbb{N}$

On a :

- ✓ f est continue sur l'intervalle fermé d'extrémités u_n et α
- ✓ f est dérivable sur l'intervalle ouvert d'extrémités u_n et α

$$\checkmark (\forall x \in]0, +\infty[) ; 0 < f'(x) \leq \frac{1}{2}$$

Donc d'après l'inégalité des accroissements finis : $|f(u_n) - f(\alpha)| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$

Et par suite $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$

$$(f(u_n) = u_{n+1} \text{ et } f(\alpha) = \alpha)$$

c)

✓ Pour $n = 0$:

$$\text{On a } |u_0 - \alpha| = |a - \alpha| \text{ et } \left(\frac{1}{2}\right)^0 |a - \alpha| = |a - \alpha|$$

$$\text{Donc } |u_0 - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0 |a - \alpha|$$

✓ Soit $n \in \mathbb{N}$

- Supposons que $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$
- Et montrons que : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|$?

$$\text{On a d'après la question précédente } |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha| \quad (*)$$

$$\text{Et on a d'après l'hypothèse de récurrence } |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$$

$$\text{Donc } \frac{1}{2}|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha| \quad (**)$$

$$\text{De } (*) \text{ et } (**), \text{ on obtient : } |u_{n+1} - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|$$

✓ On conclut que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$

d) On a $-1 < \frac{1}{2} < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

$$\text{Donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha| = 0$$

$$\text{Et comme } (\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$$

Alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$

Corrigé de l'exercice 5 :

On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$

1-

✓ On a $t \mapsto e^{t^2}$ est continue sur $\mathbb{R}$

(composée de deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$)

Donc F est dérivable sur $\mathbb{R}$ (primitive d'une fonction qui s'annule en 0)

Et par suite F est continue sur $\mathbb{R}$

✓ Soit $x \in \mathbb{R}$:

On a $F'(x) = e^{x^2}$

Puisque : $e^{x^2} > 0$

Alors : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad F'(x) > 0$

D'où F est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

2-

✓ On a : $t^2 \geq 0$

Donc : $e^{t^2} \geq 1$

Donc : $\int_0^x e^{t^2} dt \geq \int_0^x 1 dt$

Donc : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad F(x) \geq x$

✓ On a :

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ (\forall x \in \mathbb{R}) \quad F(x) \geq x \end{cases}$$

Donc : $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$

3-

■ Soit $x \in \mathbb{R}$, On a :

✓ $-x \in \mathbb{R}$

✓ $F(-x) = \int_0^{-x} e^{t^2} dt$

$$\begin{pmatrix} u = -t \Leftrightarrow t = -u \\ dt = -du \\ t = 0 \rightarrow u = 0 \\ t = -x \rightarrow u = x \end{pmatrix}$$

$$F(-x) = \int_0^{-x} e^{t^2} dt = -\int_0^x e^{(-u)^2} du = -\int_0^x e^{u^2} du = -\int_0^x e^{t^2} dt = -F(x)$$

Donc F est impaire .

$$\blacksquare \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \lim_{u \rightarrow -\infty} F(-u) = \lim_{u \rightarrow -\infty} -F(u) = -\infty$$

4- Puisque F est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$
alors F est une bijection de $\mathbb{R}$ vers $F(\mathbb{R})$

$$\text{tel que : } F(\mathbb{R}) = F(]-\infty, +\infty[) = \left] \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) \right[=]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$$

5- On a $F(0) = 0$

Et $F'(0) = 1$ donc $F'(0) \neq 0$

✓ On a F est dérivable en 0 et $F'(0) \neq 0$

Donc G est dérivable en 0

$$\text{Et on a : } G'(0) = (F^{-1})'(0) = (F^{-1})'(F(0)) = \frac{1}{F'(0)} = \frac{1}{1} = 1$$

つづく

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader

de la formation et du recrutement

Commerce & Info



GESTION
INFORMATISÉE
TECHNICIEN

ACTION
COMMERCIALE
ET MARKETING
TECHNICIEN

GESTION
D'ENTREPRISE
TECHNICIEN SPÉCIALISÉ

COMMERCE
INTERNATIONAL
TECHNICIEN SPÉCIALISÉ

ASSISTANT
COMPTABLE
TECHNICIEN



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



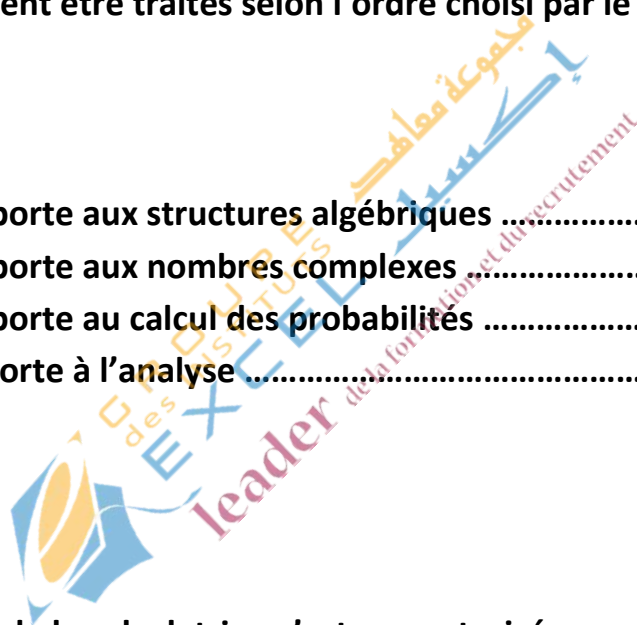
WWW.groupeexcel.ma

الصفحة 1 4	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2018 -الموضوع- RS25	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي  المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
------------------	--	--

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : "أ" و "ب" (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 4 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice1 se rapporte aux structures algébriques(3.5 pts)
- L'exercice2 se rapporte aux nombres complexes(3.5 pts)
- L'exercice3 se rapporte au calcul des probabilités(3 pts)
- L'exercice4 se rapporte à l'analyse(10 pts)



L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé
 L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE 1 (3.5points) :

On rappelle que $(M_2(i), +, ')$ est un anneau unitaire de zéro la matrice nulle

$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité la matrice $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(M_2(i), +, .)$ est un espace

vectorel réel de dimension 4.

Pour tout couple $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on pose $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$ et on considère

l'ensemble $E = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$

0.5 1- Montrer que E est un sous-groupe du groupe $(M_2(i), +)$

0.5 2- a) Montrer que E est un sous-espace de l'espace vectoriel $(M_2(i), +, .)$

0.25 b) Montrer que l'espace vectoriel réel $(E, +, .)$ est de dimension 2

0.25 3-a) Montrer que E est stable pour la loi " "

0.5 b) Montrer que $(E, +, ')$ est un anneau commutatif .

4- On définit dans $M_2(i)$ la loi de composition interne T par : pour tout $M(x, y)$ et $M(x', y')$ de $M_2(i)$,

$$M(x, y) T M(x', y') = M(x, y) \cdot M(x', y') - M(y, 0) \cdot M(y', 0)$$

Et soit j l'application de $\mathbb{C}^*$ vers E qui à tout nombre complexe $x + iy$

(où $(x, y) \in \mathbb{R}^2$) fait correspondre la matrice $M(x, y)$ de E

0.25 a) Montrer que E est stable pour la loi "T"

0.25 b) Montrer que j est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, ')$ vers (E, T)

0.25 c) On pose : $E^* = E - \{O\}$. Montrer que (E^*, T) est un groupe commutatif.

0.5 5- a) Montrer que la loi T est distributive par rapport à la loi « + » dans E

0.25 b) Montrer que $(E, +, T)$ est un corps commutatif.

EXERCICE 2 :(3.5points)

1- Pour tout nombre complexe $z \in \mathbb{C} - \{i\}$ on pose : $h(z) = \frac{az - 2i}{z - i}$

0.5 a) Vérifier que : $h(z) = z \iff z^2 - 2iz - 2 = 0$

0.5 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 - 2iz - 2 = 0$

2- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, e_1, e_2) .

On note a et b les deux solutions de l'équation (E) tel que : $\text{Re}(a) = 1$

Et pour tout $z \in \mathbb{C} - \{i, a, b\}$ on note $M(z), M'(h(z)), A(a)$ et $B(b)$ les points d'affixes respectivement $z, h(z), a$ et b

0.75 a) Montrer que : $\frac{h(z) - a}{h(z) - b} = - \frac{z - a}{z - b}$

0.75 b) En déduire que : $\overrightarrow{(M'B, M'A)} \circ p + \overrightarrow{(MB, MA)} [2p]$

0.5 3- a) Montrer que si M, A et B sont alignés alors M, A, B et M' sont alignés.

0.5 b) Montrer que si M, A et B ne sont pas alignés alors M, A, B et M' sont cocycliques.

EXERCICE 3 :(3points)

On lance 10 fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée.

On désigne par X la variable aléatoire égale à la fréquence d'apparition de la face « pile ».

(le nombre de fois d'apparition de la face « pile » divisé par 10)

1 1-a) Déterminer les valeurs prise par X

1 b) Déterminer la probabilité de l'événement $\left[X = \frac{1}{2} \right]$

1 2- Quelle est la probabilité de l'événement : X supérieur ou égale à $\frac{9}{10}$?

EXERCICE 4 :(10points):

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \sqrt{x}(\ln x)^2 \text{ pour } x > 0 \text{ et } f(0) = 0$$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, i, j)

1-a) Montrer que f est continue à droite en 0

0.5

$$(On \text{ pourra remarquer que : } f(x) = \sqrt{x}(\ln x)^2 = \frac{1}{4} \ln^2 x \cdot \frac{4}{x} \cdot x)$$

0.75

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat

obtenu

0.75

2- a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu .

0.75

b) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ puis calculer $f'(x)$ pour $x > 0$.

c) Etudier les variations de f sur $[0, +\infty[$, en déduire que :

1

$$(\forall x \in]0, 1]) \quad 0 \leq \sqrt{x}(\ln x)^2 \leq \left(\frac{4}{e}\right)^2$$

0.5

d) Tracer la courbe (C) dans un repère orthonormé. (On prendra pour unité 2cm)

3- Pour tout réel $x \geq 0$, on pose $F(x) = \int_x^1 f(t) dt$

0.5

a) Montrer que la fonction F est dérivable sur l'intervalle $[0, +\infty[$

1

b) Calculer $F'(x)$ pour $x \geq 0$, en déduire le sens de variation de F sur $[0, +\infty[$

0.75

4- a) En utilisant la méthode d'intégration par parties, calculer $\int_x^1 \sqrt{t} \ln t \cdot dt$ pour tout $x > 0$

0.75

$$b) \text{ Montrer que pour } x > 0, F(x) = -\frac{2}{3} x \sqrt{x} (\ln x)^2 + \frac{8}{9} x \sqrt{x} \ln x - \frac{16}{27} x \sqrt{x} + \frac{16}{27}$$

1

c) En déduire l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations respectives : $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$

5- Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $u_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 f(x) dx$

1

a) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est bornée et strictement monotone.

0.75

b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est convergente puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

FIN

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : " أ " و " ب " - خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

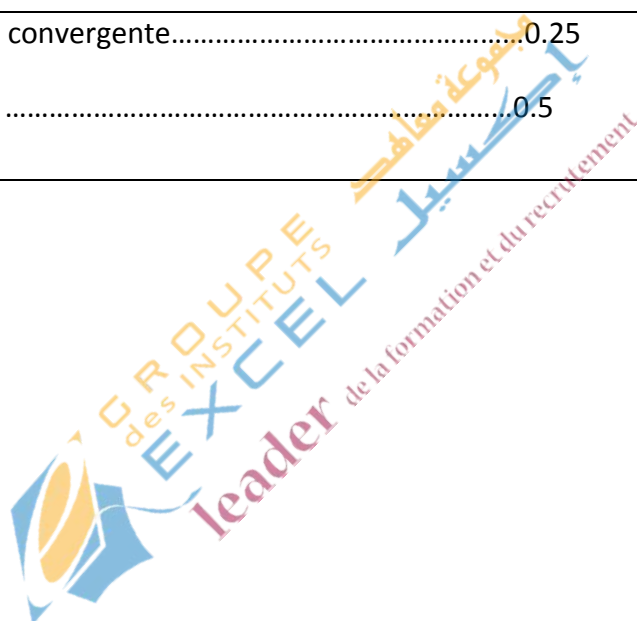
exercice1		Indication de solution	Barème
1-		sous-groupe	0.5
2-	a)	sous- espace vectoriel	0.5
	b)	$\dim E = 2$	0.25
3-	a)	la stabilité pour '	0.25
	b)	$(E, +, ')$ anneau commutatif	0.5
4-	a)	la stabilité pour T	0.25
	b)	homomorphisme	0.25
	c)	(E^*, T) groupe commutatif	0.25
6-	a)	La distributivité	0.5
	b)	$(E, +, T)$ est un corps commutatif	0.25

exercice2		indication de solution	Barème
1-	a)	vérification	0.5
	b)	les deux solutions de l'équation sont : $1 + i$ et $-1 + i$	2x0.25
2-	a)	l'égalité	0.75
	b)	l'égalité	0.75
3-	a)	l'implication	0.5
	b)	l'implication	0.5

exercice3			
1-	a)	les valeurs prises par X sont : $0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \dots, \frac{9}{10}, 1$	1
	b)	Calcul de $p_X^{\frac{1}{10}} = \frac{1}{2} = p_X^{\frac{5}{10}} = \frac{10!}{5!5!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5$	1
2-		Calcul de $p_X^{\frac{9}{10}} = \frac{9}{10}$	1

exercice4		indication de solution	Barème
1-	a)	continuité à droite en 0	0.5
	b)	calcul de $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \dots \dots \dots 0.25$ calcul de $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} \dots \dots \dots 0.25$ B.P de direction l'axe des abscisses.....0.25	0.75
2-	a)	Dérivabilité à droite en 0.....0.5 Interprétation graphique.....0.25	0.75
	b)	Dérivabilité sur $]0, +\infty[\dots \dots \dots 0.25$ calcul de $f'(x) \dots \dots \dots 0.5$	0.75
	c)	variations de f sur $[0, +\infty[\dots \dots \dots 0.5$ déduction de l'inégalité.....0.5	1
	d)	représentation graphique avec respect de l'unité de mesure	0.5
3-	a)	f est continue sur $[0, +\infty[$ et la fonction $x \mapsto \int_0^x f(t)dt$ est sa primitive qui s'annule en 1	0.5
	b)	$F'(x) = -f(x) \dots \dots \dots 0.5$ variations de $F \dots \dots \dots 0.5$	1

4-	a)	calcul de $\int_0^1 \sqrt{t} \ln(t) dt$ pour $x > 0$	0.75
	b)	l'égalité	0.75
	c)	l'aire= $\int_0^1 f(x) dx$ $4cm^2 = F(0) - 4cm^2 = 4cm^2$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{64}{27} cm^2$ car la fonction F est continue à droite en 0 0.75 pour le calcul de l'intégrale et 0.25 pour l'unité de mesure	1
5-	a)	la suite est bornée.....0.5 la suite est strictement monotone 0.5	1
	b)	la suite est convergente.....0.25 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \dots\dots\dots 0.5$	0.75



PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader
de la formation et du recrutement

MEDIA

Audiovisuel

Infographie

**Développement
Multimédia**

Journalisme

2 ans



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الصفحة 1 5	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2017 - الموضوع - ★★	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه NS 25
------------------	--	--

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب) (الترجمة الفرنسية)	المعامل	9

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 4 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice1 se rapporte aux structures algébriques.....(3,5pts)
- L'exercice2 se rapporte aux nombres complexes.....(3,5pts)
- L'exercice3 se rapporte à l'arithmétique.....(3pts)
- L'exercice4 se rapporte à l'analyse.....(10pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé
L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (3,5 points)

On rappelle que $(M_3(i), +, ')$ est un anneau unitaire de zéro la matrice nulle $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

et d'unité la matrice $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(\mathbb{C}, +, ')$ est un corps commutatif.

On pose $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et pour tout (a, b) de i^2 , $M(a, b) = \begin{pmatrix} a & b & -b \\ 0 & 0 & 0 \\ b & -a & a \end{pmatrix}$

On considère l'ensemble $E = \{M(a, b) / (a, b) \in i^2\}$

0.5 1-Montrer que E est un sous-groupe du groupe $(M_3(i), +)$

0.5 2- On définit dans $M_3(i)$ la loi de composition interne T par :

$$(a, b, c, d) \in i^4 \quad M(a, b) T M(c, d) = M(a, b) + M(c, d)$$

Vérifier que E est stable dans $(M_3(i), T)$

3- soit j l'application de $\mathbb{C}^*$ dans E qui à tout nombre complexe non nul $a + ib$ (où $(a, b) \in i^2$) fait correspondre la matrice $M(a, b)$ de E

0.75 a) Vérifier que j est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, ')$ vers (E, T) et que $j(\mathbb{C}^*) = E^*$ où $E^* = E \setminus \{M(0, 0)\}$

0.75 b) En déduire que (E^*, T) est un groupe commutatif dont on déterminera l'élément neutre J

0.5 4- a) Montrer que la loi de composition interne " T " est distributive par rapport à la loi de composition interne " $+$ " dans E

0.5 b) En déduire que $(E, +, T)$ est un corps commutatif .

EXERCICE2 : (3,5 points)

Soit m un nombre complexe **non nul**.

Partie1 : On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E) : 2z^2 - 2(m + 1 + i)z + m^2 + (1 + i)m + i = 0$$

0.5 1- Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $D = (2im)^2$

0.5 2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

Partie2 : Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On suppose que : $m \in \mathbb{C} \setminus \{0, 1, i\}$ et on pose : $z_1 = \frac{1+i}{2}(m+1)$ et $z_2 = \frac{1-i}{2}(m+i)$

On considère les points A, B, M, M_1 et M_2 d'affixes respectifs $1, i, m, z_1$ et z_2

0.25 1-a) Vérifier que : $z_1 = iz_2 + 1$

0.5 b) Montrer que M_1 est l'image de M_2 par la rotation de centre le point W d'affixe

$$w = \frac{1+i}{2} \text{ et d'angle de mesure } \frac{\pi}{2}$$

0.5 2- a) Vérifier que : $\frac{z_2 - m}{z_1 - m} = i \frac{m-1}{m-i}$

0.5 b) Montrer que si les points M, M_1 et M_2 sont alignés alors M appartient au cercle (G) de diamètre $[AB]$

0.75 c) Déterminer l'ensemble des points M pour que les points W, M, M_1 et M_2 soient cocycliques (remarquer que : $\frac{z_1 - w}{z_2 - w} = i$)

EXERCICE3 : (3points)

On admet que 2017 est un nombre premier, et que $2016 = 2^5 3^2 7$

Soit p un nombre premier supérieur ou égal à 5

1- Soit le couple (x, y) de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tel que : $px + y^{p-1} = 2017$

0.25 a) Vérifier que : $p < 2017$

0.5 b) Montrer que : p ne divise pas y

0.75 c) Montrer que : $y^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ et en déduire que p divise 2016

0.5 d) Montrer que : $p = 7$

1 2- Déterminer, suivant les valeurs de p , les couples (x, y) de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ vérifiant:

$$px + y^{p-1} = 2017$$

EXERCICE 4: (10 points)

Partie1 : On considère la fonction numérique f définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(0) = 0 \text{ et } (\forall x \in]0, +\infty[) \quad f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}}$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(on prend : $\|i\| = \|j\| = 2cm$)

- 0.25 1-a) Montrer que la fonction f est continue à droite en 0
0.5 b) Montrer que la fonction f est dérivable à droite en 0
0.5 c) Montrer que la fonction f est dérivable sur $]0, +\infty[$ puis calculer $f'(x)$ pour tout x dans l'intervalle $]0, +\infty[$
0.5 2- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
0.25 b) Donner le tableau de variation de la fonction f
0.75 3- a) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.
0.5 b) Tracer la courbe (C) (On prend : $f(1)$; $0,7$ et $4e^{-3}$; $0,2$)

Partie2 : On considère la fonction numérique F définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$F(x) = \int_x^1 f(t) dt$$

- 0.25 1-Montrer que la fonction F est continue sur l'intervalle $[0, +\infty[$
0.5 2-a) En utilisant la méthode d'intégration par parties, montrer que :

$$(\forall x \in]0, +\infty[) \quad \int_x^1 e^{-\frac{1}{t}} dt = e^{-1} - xe^{-\frac{1}{x}} - \int_x^1 \frac{1}{t} e^{-\frac{1}{t}} dt$$

- 0.25 b) Déterminer $\int_x^1 \left(1 + \frac{1}{t}\right) e^{-\frac{1}{t}} dt$ pour tout x de $]0, +\infty[$

- 0.5 c) Montrer que : $\int_0^1 f(t) dt = e^{-1}$

- 0.5 3-Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations : $x = 0$, $x = 2$ et $y = 0$

4- On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par : $u_n = F(n) - F(n+2)$

- 0.5 a) En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que pour tout entier

naturel n , il existe un réel v_n de l'intervalle $]n, n+2[$ tel que : $u_n = 2 \left(1 + \frac{1}{v_n}\right) e^{-\frac{1}{v_n}}$

- 0.25 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 2 \left(1 + \frac{1}{n}\right) e^{-\frac{1}{n}} \leq u_n \leq 2 \left(1 + \frac{1}{n+2}\right) e^{-\frac{1}{n+2}}$

- 0.25 c) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Partie3 :

0.5 1-a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , il existe un nombre réel strictement positif unique a_n tel que : $f(a_n) = e^{-\frac{1}{n}}$

0.25 b) Montrer que la suite numérique $(a_n)_{n \geq 1}$ est croissante.

0.25 c) Vérifier que : $\left(\frac{1}{a_n} + \ln \left(1 + \frac{1}{a_n} \right) \right)_{n \geq 1}$ est décroissante.

0.25 2-a) Montrer que : $\left(\frac{1}{1+t} \right)_{t \in [0, +\infty[}$ est décroissante.

0.5 b) Montrer que : $\left(\frac{x^2}{2} - x + \ln(1+x) \right)_{x \in [0, +\infty[}$ est décroissante.

3- Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 4

0.5 a) Vérifier que : $a_n^3 \leq 1$, en déduire que $a_n \leq 1$ (On admettra que : $e^{\frac{3}{4}} \geq 2$)

0.5 b) Montrer que : $1 - \frac{2}{3a_n} \leq \frac{2a_n^2}{n} \leq 1$

(On pourra utiliser les questions 1-c) et 2-b) de la partie 3)

0.5 c) Montrer que : $\sqrt{\frac{n}{6}} \leq a_n$ (On pourra utiliser les questions 3-a) et 3-b)),
en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

0.5 d) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n \sqrt{\frac{2}{n}}$

FIN

الصفحة 3	1	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2017 - عناصر الإجابة -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقوية والامتحانات والتوجيه
★★		NR 25	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب) (الترجمة الفرنسية)	المعامل	9

EXERCICE1	Indications de solutions	Barème
1-	E sous-groupe de $(M_3(i), +)$	0.5
2-	stabilité	0.5
3-	a) homomorphisme.....0.5 $j(\mathcal{E}^*) = E^*$ 0.25	0.75
	b) (E^*, T) groupe commutatif.....0.5 détermination de J 0.25	0.75
4-	a) distributivité	0.5
	b) $(E, +, T)$ corps commutatif	0.5

EXERCICE2	Indication de solutions	Barème
Partie1	1- vérification de D	0.5
	2- Les deux solutions de l'équation	0.5
Partie2	1- a) vérification de la relation : $z_1 = iz_2 + 1$	0.25
	b) M_1 est l'image de M_2	0.5
	2- a) vérification de l'égalité	0.5
	b) appartenance à (G)	0.5
	c) la droite (AB) privée des deux points A et B On attribuera la note globale même si l'élève ne traite pas les cas des points A et B	0.75

EXERCICE3	Indication de solutions	Barème
1-	a) vérification	0.25
	b) p ne divise pas y	0.5
	c) application du théorème de FERMAT.....0.25 déduction.....0.5	0.75
	d) $p = 7$	0.5

2-	Si $p = 7$ pas de couples.....0.25 Si $p = 7$ les couples sont : $(288,1)$ et $(279,2)$ et $(184,3)$ 0.75	1
----	---	---

EXERCICE4			Indication de solutions	Barème
Partie1	1-	a)	la continuité à droite en 0	0.25
		b)	la dérivabilité à droite en 0	0.5
		c)	- dérivabilité sur $]p, +\infty[$ 0.25 - calcul de $f'(x)$ 0.25	0.5
	2-	a)	- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ 0.25 - interprétation graphique 0.25	0.5
		b)	tableau de variation	0.25
	3-	a)	- calcul de $f''(x)$ 0.25 - signe de $f''(x)$ 0.25 - point d'inflexion $I(0, 4e^{-3})$ 0.25	0.75
		b)	tracé de (C)	0.5
Partie2	1-		la continuité de F sur $[0, +\infty[$	0.25
	2-	a)	l'intégration par partie	0.5
		b)	détermination de l'intégrale en fonction de x : $\int_0^x \left(1 + \frac{1}{t}\right) e^{-\frac{1}{t}} dt = e^{-1} - x e^{-\frac{1}{x}}$	0.25
		c)	détermination de la valeur de l'intégral : la fonction F est continue à droite de 0 donc : $\int_0^1 f(t) dt = F(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^1 f(t) dt = e^{-1}$	0.5

Partie3	3-		calcul de la surface en centimètre carré :	0.5
			$A = \int_0^1 f(t)dt + \int_1^2 f(t)dt = 4cm^2$	
	4-	a)	l'égalité	0.5
		b)	la double inégalité	0.25
		c)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$	0.25
	1-	a)	existence , unicité de a_n et $a_n > 0$	0.5
		b)	la suite $(a_n)_{n \geq 1}$ est croissante	0.25
		c)	vérification de l'égalité	0.25
	2-	a)	la double inégalité	0.25
		b)	la double inégalité	0.25
	3-	a)	vérification.....0.25 déduction.....0.25	0.5
		b)	la double inégalité	0.5
		c)	inégalité.....0.25 déduction.....0.25	0.5
		d)	détermination de la limite	0.5

Privé

www.excelweb.ma



مجموعة معاهد
إكسيل

leader

de la formation et du recrutement



+ SAGE FEMME
+ INFIRMIER POLYVALENT
+ INFIRMIER AUXILIAIRE
+ AIDE SOIGNANT

مجموعة معاهد
إكسيل
leader de la formation et du recrutement



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الصفحة 1 4	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية - خيار فرنسية الدورة الاستدراكية 2017 - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقوية والامتحانات والتوجيه
★★	RS 24F	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب) – خيار فرنسية	المعامل	9

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 4 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice1 se rapporte aux structures algébriques.....(4.5pts)
- L'exercice2 se rapporte au calcul des probabilités.....(3pts)
- L'exercice3 se rapporte aux nombres complexes(2.5pts)
- L'exercice4 se rapporte à l'analyse.....(10pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé
L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

Exercice 1 : (4.5 pts)

On rappelle que $(\mathbb{K}, +, \times)$ est un corps commutatif, que $(M_2(\mathbb{K}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel réel et que $(M_2(\mathbb{K}), +, \times)$ est un anneau unitaire, non commutatif et non intègre.

On pose : $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $J = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & -3y \\ y & x \end{pmatrix}$ pour tout $(x, y) \in \mathbb{K}^2$ et

$$E = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{K}^2\}$$

0.75 1-Montrer que E est un sous espace vectoriel de $(M_2(\mathbb{K}), +, \cdot)$, de dimension 2

0.5 2-a) Montrer que E est stable dans $(M_2(\mathbb{K}), \times)$

0.75 b) Montrer que $(E, +, \times)$ est un anneau unitaire et commutatif.

3- On pose $E^* = E \setminus \{M(0, 0)\}$ et on considère l'application φ de $\mathbb{K}^*$ vers E^* définie par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{K}^2 \quad \varphi(x + iy) = M\left(x, \frac{y}{\sqrt{3}}\right)$$

0.75 a) Montrer que φ est un isomorphisme de $(\mathbb{K}^*, \times)$ sur $(E^*, \times)$

0.5 b) En déduire que $(E^*, \times)$ est un groupe commutatif.

0.75 c) Montrer que : $J^{2017} = j \left(3^{1008} \sqrt{3} i \right)$, puis déterminer l'inverse de la matrice J^{2017} dans $(E^*, \times)$

0.5 4- Montrer que $(E, +, \times)$ est un corps commutatif.

Exercice 2 : (3 pts)

Un sac contient $2n$ boules (n dans $\mathbb{N}^*$), dont n sont blanches et n sont noires. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Un jeu consiste à tirer une boule du sac à noter sa couleur et à la remettre dans le sac, puis à tirer du même sac une nouvelle boule et à noter aussi sa couleur.

La règle du jeu indique que :

- Si les deux boules tirées sont blanches, on gagne 20 points .
- Si les deux boules tirées sont noires, on perd 20 points .
- Si les deux boules tirées sont de couleurs différentes, le gain est nul .

0.75 1- Calculer la probabilité de gagner 20 points , la probabilité de perdre 20 points et la probabilité de réaliser un gain nul.

2- On répète 5 fois le jeu précédent.

0.5 a) Calculer la probabilité de gagner 100 points.

1 b) Calculer la probabilité de gagner 40 points.

3- Au cours d'un seul jeu ,on considère la variable aléatoire X qui prend uniquement

les valeurs -20 si on perd , 0 si le gain est nul et +20 si on gagne.

- 0.5 a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X
- 0.25 b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice 3: (2.5 pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

Soient M le point d'affixe le nombre complexe non nul z

et M' le point d'affixe $z' = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$

- 0.5 1- Déterminer le nombre complexe z pour que les deux points M et M' soient confondus.
- 2- On suppose que M est distinct des points A et B d'affixes respectifs 1 et -1
- 0.5 Montrer que : $\frac{z'+1}{z'-1} = \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^2$
- 0.75 3- Soit (Δ) la médiatrice du segment $[AB]$
- Montrer que : si M appartient à (Δ) alors M' appartient à (Δ)
- 4- Soit (Γ) le cercle dont un diamètre est $[AB]$
- 0.75 Montrer que : si M appartient à (Γ) alors M' appartient à la droite (AB)

EXERCICE4 :(10 pts)

Partie1 :

Soit f la fonction numérique définie sur $I = [0, +\infty[$ par :

$$f(0) = 1 \quad \text{et} \quad \forall x \in]0, +\infty[\quad f(x) = \frac{\arctan(x)}{x}$$

- 0.5 1- Montrer que f est continue sur l'intervalle I
- 0.5 2-a) Soit x dans I . Montrer que : $\forall t \in [0, x] \quad \frac{1}{1+x^2} \leq \frac{1}{1+t^2} \leq 1$
- 0.5 b) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[\quad \frac{x}{1+x^2} \leq \arctan(x) \leq x$
- 0.75 c) Montrer que f est dérivable à droite en 0
- 0.5 3- a) Sachant que f est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$, calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$
- 0.25 b) Etudier les variations de f sur l'intervalle I

Partie 2 :

Soit g la fonction numérique définie sur $I = [0, +\infty[$ par :

$$g(0) = 1 \quad \text{et} \quad \forall x \in]0, +\infty[\quad g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$$

0.5 1- a) Montrer que : $\forall x \in]0, +\infty[\quad f(x) \leq g(x) \leq 1$

0.75 b) Montrer que g est dérivable à droite en 0

0.75 2- Montrer que la fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$ et que :

$$\forall x \in]0, +\infty[\quad g'(x) = \frac{1}{x} (f(x) - g(x))$$

0.25 3- Montrer que g est décroissante sur l'intervalle I

0.75 4-a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_1^x f(t) dt = 0$

(remarquer que : " $x \in]0, +\infty[\quad 0 < \arctan x < \frac{\pi}{2}$ ")

0.5 b) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

Partie 3 :

0.75 1- Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet une solution unique α dans $]0, 1[$

0.5 2- a) Vérifier que : " $x \in [0, +\infty[\quad 0 \leq 1 - f(x) \leq \frac{x^2}{1+x^2}$ "

(on pourra utiliser la question 2-b) Partie 1)

0.75 b) Montrer que : " $x \in [0, +\infty[\quad |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$ "

3- Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite numérique définie par :

$$u_0 \in \mathbb{R}^+, \quad u_{n+1} = g(u_n) \quad \text{pour tout } n \text{ dans } \mathbb{N}$$

0.75 a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$

0.75 b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est convergente.

FIN

الصفحة 1 2	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية - خيار فرنسية الدورة الاستدراكية 2017 - عناصر الإجابة -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
★★	RR 24F	

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب) - خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

Question	Eléments de réponses	note
EXERCICE1		
1-	$(E, +, \cdot)$ espace vectoriel	0.5
	sa dimension est 2	0.25
2-a)	$M(x, y)' M(x', y') = M(xx' - 3yy', xy' + yx')$	0.5
2-b)	$(E, +)$ groupe commutatif	0.25
	Partie stable et distributivité	0.25
	Commutativité et $I \cap E$	0.25
3-a)	j bijection	0.25
	j homomorphisme	0.5
3-b)	$j(C^*) = E^* \cup (C^*, ')$	0.5
3-c)	$J = j(i\sqrt{3})$	0.25
0.25	J^{2017}	0.25
0.25	L'inverse	0.25
4-	$(E, +, \times)$ corps commutatif	0.5
EXERCICE2		
1-	Probabilité de gagner 20 points	0.25
	Probabilité de perdre 20 points	0.25
	Probabilité d'avoir un gain nul	0.25
2-a)	Probabilité de gagner 100 points	0.5
2-b)	Probabilité de gagner 40 points	1
3-a)	Loi de probabilité de X	0.5
3-b)	Espérance de X	0.25

EXERCICE3		
1-		0.5
2-		0.5
3-		0.75
4-		0.75
EXERCICE4		
Partie1		
1-	Continuité à droite en 0	0.25
	$]0, +\infty[$ continuité sur	0.25
2-a)	Double inégalité	0.5
2-b)	Double inégalité	0.5
2-c)	dérivabilité à droite en 0	0.75
3-a)	$f'(x)$ calcul de	0.5
3-b)	f décroissante sur I	0.25
Partie2		
1-a)	Double inégalité	0.5
1-b)	dérivabilité à droite en $\alpha 0$	0.75
2-	dérivabilité	0.25
	calcul de $g'(x)$	0.5
3-	décroissante g	0.25
4-a)	calcul de limite	0.75
4-b)	calcul de limite	0.5
Partie3		
1-	existence et unicité	0.75
2-a)	vérification	0.5
2-b)	inégalité	0.75
3-a)	inégalité	0.75
3-b)	convergence	0.75



**AUTODESK
3DS MAX**

FORMATION CONTINUE



NOUS VOUS GARANTISSONS

**DES FORMATIONS ACCÉLÉRÉES DE COURTE DURÉE
ET DE HAUT NIVEAU.
DES HORAIRES ADAPTÉS À VOS DISPONIBILITÉS.**



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



[WWW.groupeexcel.ma](http://www.groupeexcel.ma)

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016

- الموضوع -

NS 25

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

★★

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 5 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques ... (3.5 pts)
- Le deuxième exercice se rapporte à l'arithmétique..... (3 pts)
- Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes (3.5 pts)
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse..... (7 pts)
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse..... (3 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE 1: (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{C}), +, ')$ est un anneau unitaire d'unité $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(\mathbb{C}, +, ')$ est un corps commutatif.

Pour tout $(x, y) \in \mathbb{C}^2$ on pose : $M(x, y) = \begin{pmatrix} x+y & 0 & -2y \\ 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & x-y \end{pmatrix}$ et $E = \{M(x, y); (x, y) \in \mathbb{C}^2\}$

0.5 1- Montrer que E est un sous-groupe du groupe $(M_3(\mathbb{C}), +)$

2-Vérifier que :

0.5 $(M(x, y) - M(x', y')) - M(xx' - yy', xy' + yx')$

3- On pose : $E^* = E - \{M(0, 0)\}$ et on considère l'application $j : \mathbb{C}^* \rightarrow E$ qui au nombre complexe $z = x + iy$ associe la matrice $M(x, y)$ de E , avec $(x, y) \in \mathbb{C}^2$

0.25 a) Montrer que j est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, ')$ vers $(E, ')$

0.75 b) En déduire que $(E^*, ')$ est un groupe commutatif d'élément neutre $M(1, 0)$.

0.5 4- Montrer que $(E, +, ')$ est un corps commutatif.

5- On pose : $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

0.5 a) Calculer $A' M(x, y)$ pour $M(x, y) \in E$

0.5 b) En déduire qu'aucun élément de E n'admet de symétrique dans $(M_3(\mathbb{C}), ')$

EXERCICE 2: (3points)

Première partie : Soit (a, b) dans $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$ tel que le nombre premier 173 divise $a^3 + b^3$

0.25 1- Montrer que : $a^{171} \equiv -b^{171} \pmod{173}$ (remarquer que : $171 = 3 \times 57$)

0.25 2- Montrer que : 173 divise a si et seulement si 173 divise b

0.25 3- On suppose que 173 divise a . Montrer que 173 divise $a + b$

4- On suppose que 173 ne divise pas a .

0.5 a) En utilisant le théorème de FERMAT, montrer que : $a^{172} \equiv b^{172} \pmod{173}$

0.5 b) Montrer que : $a^{171}(a + b) \equiv 0 \pmod{173}$

0.5 c) En déduire que 173 divise $a + b$

Deuxième partie : On considère dans $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$ l'équation suivante :

$$(E) \quad x^3 + y^3 = 173(xy + 1)$$

Soit (x, y) un élément de $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ solution de (E) , on pose : $x + y = 173k$ avec $k \in \mathbb{R}^*$

0.25 1- Vérifier que : $k(x - y)^2 + (k - 1)xy = 1$

0.5 2- Montrer que $k = 1$ puis résoudre l'équation (E) .

EXERCICE 3: (3.5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère dans le plan complexe deux points M_1 et M_2 tels que les points O, M_1 et M_2 sont distincts deux à deux et non alignés.

Soient z_1 et z_2 les affixes respectives des points M_1 et M_2 et soit M le point dont l'affixe z

vérifie la relation :
$$z = \frac{2z_1z_2}{z_1 + z_2}$$

0.5 1- a) Montrer que :
$$\frac{z_1 - z}{z_2 - z} \times \frac{z_2}{z_1} = -1$$

0.5 b) En déduire que le point M appartient au cercle circonscrit au triangle OM_1M_2

0.5 2- Montrer que si $z_2 = \overline{z_1}$ alors M appartient à l'axe des réels.

3- On suppose que M_2 est l'image de M_1 par la rotation de centre O et de mesure d'angle α où α est un réel de l'intervalle $]0, \pi[$

0.5 a) Calculer z_2 en fonction de z_1 et de α

0.5 b) Montrer que le point M appartient à la médiatrice du segment $[M_1M_2]$

4- Soit θ un réel donné de l'intervalle $]0, \pi[$.

On suppose que z_1 et z_2 sont les deux solutions de l'équation : $6t^2 - (e^{i\theta} + 1)t + (e^{i\theta} - 1) = 0$

0.5 a) Sans calculer z_1 et z_2 vérifier que :
$$z = 2 \frac{e^{i\theta} - 1}{e^{i\theta} + 1}$$

0.5 b) Donner en fonction de θ , la forme trigonométrique du nombre complexe z .

EXERCICE 4: (7points)

Première partie :

0.5 1- En appliquant le théorème des accroissements finis à la fonction $t \mapsto e^{-t}$, montrer que pour tout réel strictement positif x , il existe un réel θ compris entre 0 et x tel que :
$$e^\theta = \frac{x}{1 - e^{-x}}$$

2- En déduire que :

0.25 a) (" $x > 0$) ; $1 - x < e^{-x}$

0.25 b) (" $x > 0$) ; $x + 1 < e^x$

0.25 c) (" $x > 0$) ; $0 < \ln\left(\frac{xe^x}{e^x - 1}\right) < x$

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique f définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{xe^x}{e^x - 1} \text{ si } x > 0 \text{ et } f(0) = 1$$

et soit (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0.5 1- a) Montrer que la fonction f est continue à droite en 0 .

0.5 b) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.25 2-a) Montrer que : $(\forall x > 0) \quad x - \frac{x^2}{2} \leq e^{-x} + 1$

(On pourra utiliser le résultat de la question 2-a) de la première partie)

0.5 b) En déduire que : $(\forall x > 0) \quad \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \leq e^{-x} + x - 1 \leq \frac{x^2}{2}$

0.5 3-a) Vérifier que : $(\forall x > 0) \quad \frac{f(x) - 1}{x} = \frac{e^{-x} + x - 1}{x^2} f(x)$

0.75 b) En déduire que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x} = \frac{1}{2}$ puis interpréter le résultat obtenu.

0.75 4-a) Montrer que f est dérivable en tout point de $]0, +\infty[$ et que :

$$(\forall x > 0) \quad f'(x) = \frac{e^x(e^x - 1 - x)}{(e^x - 1)^2}$$

0.5 b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.

(On pourra utiliser le résultat de la question 2-b) de la première partie)

Troisième partie :

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par : $u_0 > 0$ et $u_{n+1} = \ln(f(u_n))$ pour $n \in \mathbb{N}$

0.5 a) Montrer que pour tout entier naturel n on a : $u_n > 0$

0.5 b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est strictement décroissante et en déduire qu'elle est convergente.

(On pourra utiliser le résultat de la question 2-c) de la première partie)

0.5 c) Montrer que 0 est l'unique solution de l'équation : $\ln(f(x)) = x$ puis déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n \geq 0}$

EXERCICE 5 : (3 points)

On considère la fonction numérique F définie sur l'intervalle $I =]0, +\infty[$ par :

$$F(x) = \int_{\ln 2}^x \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}} dt$$

0.5 1-a) Etudier le signe de $F(x)$ pour tout x de I

0.5 b) Montrer que la fonction F est dérivable sur l'intervalle I et calculer $F'(x)$ pour tout x de I .

- 0.25 c) Montrer que la fonction F est strictement croissante sur l'intervalle I
- 2-a) En utilisant la technique de changement de variable en posant : $u = \sqrt{e^t - 1}$, montrer que pour
- 0.5 tout x de I on a : $\int_{\ln 2}^x \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}} dt = 2 \arctan \sqrt{e^x - 1} - \frac{\pi}{2}$
- 0.5 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$
- 0.25 3-a) Montrer que la fonction F est une bijection de l'intervalle I dans un intervalle J que l'on déterminera.
- 0.5 b) Déterminer F^{-1} la bijection réciproque de F .

FIN



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016
- عناصر الإجابة -

NR 25

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏ ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏ
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏ ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏ
ⵏ ⵓⵙⵓⵔ ⵏ ⵓⵙⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

★★

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

3.5 نقط	التمرين الأول
0.5	1- تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية
0.5	2- التحقق
0.25	3- (أ) تعريف تشاكل
0.25	(ب) الإشارة إلى أن: $(f^*, ')$ زمرة تبادلية و j تشاكل
0.25	الإشارة إلى أن: $j(f^*) = E^*$
0.25	1 هو العنصر المحايد في $(f^*, ')$ و $j(1) = M(1,0)$
0.25	4- $(E, +)$ زمرة تبادلية عنصرها المحايد $O = M(0,0)$ حسب السؤال 1- و $(E^*, ')$ زمرة تبادلية حسب السؤال 3-ب)
0.25	القانون " ' " توزيعي بالنسبة للقانون " + " في E
0.5	5- (أ) $A' M(x,y) = O = M(0,0)$
0.5	(ب) برهان بالخلف أو أية طريقة صحيحة أخرى

3 نقط	التمرين الثاني
	الجزء الأول
0.25	1- الانطلاق من $[173]؛ b^3 - a^3$ و ملاحظة أن 57 عدد فردي
0.25	2- 173 يقسم a إذن يقسم a^3 اذن يقسم $a^3 - (a^3 + b^3) = b^3$ و بما أن 173 عدد

	أولي فإنه يقسم b و العكس صحيح لأن a و b لهما نفس الدور	
0.25	173 يقسم a إذن حسب السؤال 2- يقسم أيضا b و منه 173 يقسم $a + b$	-3
0.25	- 173 عدد أولي و لا يقسم a إذن أولي مع a - حسب السؤال 2- فإن 173 أولي أيضا مع b	-4 (أ)
0.25	- تطبيق مبرهنة فيرما بالنسبة للعدد a ثم بالنسبة للعدد b .	
0.5	استعمال نتيجتي السؤالين 1- و 4- (أ)	(ب)
0.5	تطبيق مبرهنة كوص أو أية طريقة صحيحة أخرى	(ج)
الجزء الثاني		
0.25	التحقق	-1
0.25	مجموع عددين صحيحين يساوي 1 نستنتج أن $k = 1$	-2
0.25	حلي المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^*$: $(86, 87)$ و $(87, 86)$	

التمرين الثالث			3.5 نقط
0.5	اثبات المتساوية	(أ)	-1
0.5	شرط تداول أربع نقط	(ب)	
0.5	في هذه الحالة لدينا : $z = \frac{ z_1 ^2}{\text{Re}(z_1)}$ ، خ		-2
0.5	$z_2 = e^{ia} z_1$	(أ)	-3
0.5	حسب السؤالين 1- و 3- (أ) فإن : $\left \frac{z_1 - z}{z_2 - z} \right = 1$ أو أية طريقة صحيحة أخرى	(ب)	
0.5	الإنطلاق من : $z_1 + z_2 = \frac{e^{iq} + 1}{6}$ و $z_1 z_2 = \frac{e^{iq} - 1}{6}$ و $z = \frac{2z_1 z_2}{z_1 + z_2}$	(أ)	-4
0.5	مع $0 < \frac{q}{2} < \frac{p}{2}$ $z = 2 \frac{e^{iq} - 1}{e^{iq} + 1} = 2i \tan \frac{q}{2} = 2 \tan \frac{q}{2} e^{i \frac{p}{2}} = \dots\dots$	(ب)	

التمرين الرابع		7 نقط
<u>الجزء الأول:</u>		
0.25	- تطبيق مبرهنة التزايد المتناهية	-1
0.25	- الحصول على $e^q = \frac{x}{1 - e^{-x}}$	
0.25	لدينا: $1 < e^q = \frac{x}{1 - e^{-x}}$ و $0 < q < x$	(أ) -2
0.25	لدينا: $e^q = \frac{x}{1 - e^{-x}} < e^x$ و $0 < q < x$	(ب)
0.25	لدينا: $q = \ln \frac{xe^x}{e^x - 1}$ و $0 < q < x$	(ج)
<u>الجزء الثاني</u>		
0.5	اتصال الدالة على اليمين في 0	(أ) -1
0.25	اثبات النهاية	(ب)
0.25	التأويل المبياني	
0.25	اثبات المتفاوتة: اعتبار الجواب صحيح و لو لم يطرر المترشح للحالة: $x = 0$	(أ) -2
0.5	اثبات المتفاوتة المزدوجة	(ب)
0.5	التحقق	(أ) -3
0.5	استنتاج النهاية	(ب)
0.25	الدالة قابلة للاشتقاق على اليمين في 0	
0.25	قابلية اشتقاق الدالة على المجال $]p, +\infty[$	(أ) -4
0.5	حساب $f'(x)$	
0.5	الاستنتاج	(ب)
<u>الجزء الثالث</u>		
0.5	البرهان بالترجع	-1
0.25	المتتالية تناقصية باستعمال نتيجة السؤال 2-ج) من الجزء الأول أو أية طريقة أخرى	-2

0.25	المتتالية متقاربة	
0.25	0 هو الحل الوحيد باستعمال نتيجة السؤال 2 -ج) من الجزء الأول و $\ln(f(0))=0$ أو أية طريقة أخرى	-3
0.25	نهاية المتتالية	

التمرين الخامس			3 نقط
0.5	الدالة $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}}$ موجبة إذن الإشارة حسب $0 < x \leq \ln 2$ أو $x^3 \ln 2$	(أ)	-1
0.25	الدالة $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}}$ متصلة على المجال I أدن.....	(ب)	
0.25	حساب الدالة المشتقة الأولى..		
0.25	الدالة F تزايدية قطعاً على المجال I	(ج)	
0.5	حساب التكامل بتقنية تغيير المتغير و لا تقبل أية طريقة أخرى	(أ)	-2
0.25	حساب النهاية الأولى	(ب)	
0.25	حساب النهاية الثانية		
0.25	الدالة تقابل من I نحو $\left] \frac{p}{2}, \frac{p}{2} \right[$ (تمنح النقطة كاملة و لو أخطأ المترشح في تحديد J)	(أ)	-3
0.5	الاكتفاء بتحديد الصيغة: $F^{-1}(x) = \ln \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{p}{4}} \right)$ أو أية صيغة أخرى صحيحة	(ب)	

Privé

www.excelweb.ma

leader

de la formation et du recrutement



TS.KINÉSITHÉRAPEUTE

TS.OPTICIEN OPTOMETRISTE

T.PROTHESISTE DENTAIRE



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2016
- الموضوع -

RS 25

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔⴰⵏ
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔⴰⵏ
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔⴰⵏ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

★★

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 5 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte au calcul des probabilités(3 pts)
- Le deuxième exercice se rapporte aux structures algébriques.. (3.5 pts)
- Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.....(6.5 pts)
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE 1 : (3pts)

On a deux boîtes U et V . La boîte U contient 4 boules rouges et 4 boules bleues.

La boîte V contient deux boules rouges 4 boules bleues.

On considère l'épreuve suivante : On tire au hasard une boule de la boîte U : Si elle est rouge, on la remet dans la boîte V puis on tire au hasard une boule de la boîte V ; si elle est bleue on la pose de côté puis on tire une boule de la boîte V .

Soient les événements suivants : R_U « La boule tirée de la boîte U est rouge »

B_U « La boule tirée de la boîte U est bleue »

R_V « La boule tirée de la boîte V est rouge »

B_V « La boule tirée de la boîte V est bleue »

- 0.5 1- Calculer la probabilité de chacun des deux événements R_U et B_U .
- 0.5 2- a) Calculer la probabilité de l'événement B_V sachant que l'événement R_U est réalisé.
- 0.5 b) Calculer la probabilité de l'événement B_V sachant que l'événement B_U est réalisé.
- 1 3- Montrer que la probabilité de l'événement B_V est : $\frac{13}{21}$
- 0.5 4- En déduire la probabilité de l'événement R_V .

EXERCICE 2 : (3.5 pts)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{C}), +, \cdot)$ est un anneau unitaire d'unité $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

est un corps commutatif.

Pour chaque nombre complexe $z = x + iy$ où $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on pose :

$$M(z) = \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix} \text{ et on considère l'ensemble } E = \{M(z) / z \in \mathbb{C}\}$$

1- On munit E de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$("z \in \mathbb{C}) ("z' \in \mathbb{C}) : M(z) * M(z') = M(z) + M(z') - M(0)$$

1 Montrer que $(E, *)$ est un groupe commutatif.

2- On considère l'application $j : \mathbb{C}^* \rightarrow E$ qui associe au nombre complexe z de $\mathbb{C}^*$ la matrice $M(z)$ de E

1 a) Montrer que j est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dans $(E, \cdot)$

0.5 b) En déduire que $(E - \{M(0)\}, \cdot)$ est un groupe commutatif.

1 3- Montrer que $(E, *, ')$ est un corps commutatif.

EXERCICE 3 : (3.5 pts)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $(E): z^2 - (1 + \sqrt{3})(1 + i)z + 4i = 0$

0.5 1-a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $D = (\sqrt{3} - 1)(1 - i)^2$

1 b) Ecrire sous forme trigonométrique les deux solutions de (E)

2- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, u, v) .

On considère les deux points A et B d'affixes respectives $a = 1 + i\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{3} + i$

0.75 a) Montrer que l'ensemble (D) des points du plan complexe dont l'affixe z vérifie $z = \frac{1}{2}a\bar{z}$ est une droite qui passe par le point B

b) Soient M et M' deux points d'affixes respectives z et z' tels que : $z' = \bar{a}\bar{z} - b$ et $z \neq b$

0.5 Montrer que : $\frac{b^2}{(z' - b)(z - b)} = \frac{2}{|z - b|^2}$

0.75 c) En déduire que la droite (D) est une bissectrice de l'angle (BM, BM')

EXERCICE 4 : (6.5 pts)

n est un entier naturel non nul.

Soit f_n la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par : $f_n(x) = \ln(x) - \frac{n}{x}$

et soit (C_n) la courbe représentative de la fonction f_n dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0.75 1-a) Etudier les deux branches infinies de la courbe (C_n) .

0.75 b) Etudier les variations de la fonction f_n sur $]0, +\infty[$ puis donner son tableau de variation.

0.5 c) Construire (C_2)

0.5 2- Montrer que la fonction f_n est une bijection de $]0, +\infty[$ dans $\mathbb{R}$

0.5 3-a) Montrer que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, il existe un unique nombre réel α_n de l'intervalle $]0, +\infty[$ tel que : $f_n(\alpha_n) = 0$

0.5 b) Comparer $f_n(x)$ et $f_{n+1}(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$

0.5 c) Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n \geq 1}$ est strictement croissante.

0.5 4-a) Montrer que : $(\forall x > 0) ; \ln(x) < x$

- 0.5 b) Montrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = +\infty$
- 5- Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 on pose : $I_n = \frac{1}{\alpha_{n+1} - \alpha_n} \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f_n(x) dx$
- 0.5 a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) (\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}]) : I_n = f_n(c_n)$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 0 \leq I_n \leq \frac{1}{\alpha_{n+1}}$
- 0.5 c) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

EXERCICE 5 : (3.5 pts)

n est un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On considère la fonction numérique g_n à variable réelle x définie sur l'intervalle $[n, +\infty[$ par :

$$g_n(x) = \int_n^x \frac{1}{\ln t} dt$$

- 0.5 1-a) Montrer que la fonction g_n est dérivable sur l'intervalle $[n, +\infty[$ puis déterminer sa fonction dérivée première g'_n
- 0.25 b) Montrer que la fonction g_n est strictement croissante sur l'intervalle $[n, +\infty[$
- 0.5 2-a) Montrer que : $(\forall x \geq n) ; g_n(x) \geq \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)$
- (On pourra utiliser l'inégalité : $(\forall t \geq 0) ; \ln(1+t) \leq t$)
- 0.25 b) En déduire que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty$
- 0.25 3-a) Montrer que g_n est une bijection de l'intervalle $[n, +\infty[$ dans l'intervalle $[0, +\infty[$.
- 0.5 b) En déduire que : $(\forall n \geq 2) (\exists! u_n \geq n) : \int_n^{u_n} \frac{1}{\ln t} dt = 1$
- 4- On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 2}$ définie dans la question 3-b).
- 0.5 a) Montrer que : $(\forall n \geq 2) ; \int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt = \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt$
- 0.5 b) En déduire que la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ est strictement croissante.
- 0.25 c) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

FIN

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2016
- عناصر الإجابة -

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ ⵏ ⵓⵙⵓⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵙⵓⵔ ⵏ ⵓⵙⵓⵔ
ⵏ ⵓⵙⵓⵔ ⵏ ⵓⵙⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

RR 25

4

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

9

المعامل

شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب) (الترجمة الفرنسية)

الشعبة أو المسلك

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الأول
0.5	$p(R_V) = \frac{1}{2}$ و $p(R_U) = \frac{1}{2}$	-1
0.5	$p(B_V / R_U) = \frac{4}{7}$	-2 (أ)
0.5	$p(B_V / B_U) = \frac{4}{6}$	(ب)
1	$p(B_V) = \frac{13}{21}$	-3
0.5	$p(R_V) = \frac{8}{21}$	-4

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الثاني
1	$(E, *)$ زمرة تبادلية	-1
1	$\mathcal{J}$ تشاكل	-2 (أ)
0.5	الاستنتاج	(ب)
1	$(E, *, ')$ جسم تبادلي	-3

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الثالث
0.5	التحقق	-1 (أ)

0.5+0.5	$z = 2e^{\frac{ip}{6}}$ أو $z = 2e^{\frac{ip}{3}}$	(ب)	
0.75	0.5..... مستقيم (D)	(أ)	-2
	0.25..... $b = \frac{1}{2}ab$		
0.5	اثبات المتساوية	(ب)	
0.75	الاستنتاج	(ج)	

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الرابع
0.75	0.25..... بالنسبة للدراسة على اليمين في 0	(أ)
	0.5..... بالنسبة للدراسة بجوار $+ \infty$	
0.75	0.5..... دراسة التغيرات	(ب)
	0.25..... جدول التغيرات	
0.5	الانشاء	(ج)
0.5	الدالة تقابل	-2
0.5	استعمال التقابل أو أية طريقة صحيحة أخرى	(أ)
0.5	المقارنة	(ب)
0.5	رتابة المتتالية	(ج)
0.5	اثبات المتفاوتة	(أ)
0.5	اثبات النهاية	(ب)
0.5	البرهنة	(أ)
0.5	اثبات المتفاوتة المزدوجة	(ب)
0.5	تحديد النهاية	(ج)

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الخامس
0.5	0.25..... قابلية الاشتقاق	(أ)
	0.25..... حساب المشتقة	

0.25	الادلة تزايدية قطعاً	(ب)	
0.5	$\int_n^x \frac{1}{t-1} dt = \ln \frac{x-1}{n-1}$ حساب المتفاوتة	(أ)	-2
0.25	الاستنتاج	(ب)	
0.25	g_n تقابل	(أ)	-3
0.5	الاستنتاج	(ب)	
0.5	اثبات المتساوية	(أ)	-4
0.5	الاستنتاج	(ب)	
0.25	تحديد النهاية	(ج)	

Privé

www.excelweb.ma

P O L E S A N T E



T.S DE LABORATOIRE

TS.RADIOLOGIE

TS.INFIRMIER
EN ANESTHESIE
ET REANIMATION

گروپہ اے ایکسل
GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL
leader

مركز للتكوين والتدريب
de la formation et du recrutement



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- الموضوع -

NS 25

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 5 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux nombres complexes.....(3pts)
- Le deuxième exercice se rapporte à l'arithmétique.....(3 pts)
- Le troisième exercice se rapporte aux structures algébriques.....(4 pts)
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.....(6.5 pts)
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE 1: (3points)

1-On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation suivante:

$$(E) : z^2 - (5 + i\sqrt{3})z + 4 + 4i\sqrt{3} = 0$$

- 0.25 a) Vérifier que $(3 - i\sqrt{3})^2$ est le discriminant de l'équation (E) .
- 0.5 b) Déterminer a et b les deux solutions de l'équation (E) (sachant que : $b \neq a$)
- 0.25 c) Vérifier que: $b = (1 - i\sqrt{3})a$

2- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct.

Soit A le point d'affixe a et B le point d'affixe b .

- 0.5 a) Déterminer b_1 l'affixe du point B_1 image du point O par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
- 0.5 b) Montrer que B est l'image de B_1 par l'homothétie de centre A et de rapport $\sqrt{3}$
- 0.5 c) Vérifier que : $\arg\left(\frac{b}{b-a}\right) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$
- 0.5 d) Soit C un point, d'affixe c , appartenant au cercle circonscrit au triangle OAB et différent de O et de A . Déterminer un argument du nombre complexe $\frac{c}{c-a}$

EXERCICE 2: (3points)

Soit x un nombre entier relatif tel que: $x^{1439} \equiv 1436 \pmod{2015}$ [2015]

- 0.25 1-Sachant que: $1436' 1051 - 2015' 749 = 1$, montrer que 1436 et 2015 sont premiers entre eux.
- 2- Soit d un diviseur commun de x et de 2015
- 0.5 a) Montrer que d divise 1436
- 0.5 b) En déduire que x et 2015 sont premiers entre eux.
- 0.75 3-a) En utilisant le théorème de FERMAT, montrer que:
 $x^{1440} \equiv 1 \pmod{5}$ et $x^{1440} \equiv 1 \pmod{13}$ et $x^{1440} \equiv 1 \pmod{31}$ (remarquer que: $2015 = 5.13.31$)
- 0.5 b) Montrer que : $x^{1440} \equiv 1 \pmod{65}$ et en déduire que: $x^{1440} \equiv 1 \pmod{2015}$
- 0.5 4-Montrer que: $x \equiv 1051 \pmod{2015}$

EXERCICE 3: (4 points)

On rappelle que $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$ est un anneau unitaire dont l'unité est $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que

$(\mathbb{C}, +)$ est un groupe commutatif. Pour tout nombre réel x , on pose $M(x) = \begin{pmatrix} 1-x & x \\ 2x & 1+2x \end{pmatrix}$

et on considère l'ensemble $E = \{M(x) / x \in \mathbb{C}\}$

On munit E de la loi de composition interne T définie par:

$$(" (x,y) \in \mathbb{C}^2) \quad M(x) T M(y) = M(x + y + 1)$$

1- Soit j l'application de $\mathcal{C}$ dans E définie par : $(x \in \mathcal{C}) \quad j(x) = M(x-1)$

0.5 a) Montrer que j est un homomorphisme de $(\mathcal{C}, +)$ vers (E, T)

0.5 b) Montrer que (E, T) est un groupe commutatif.

0.5 2- a) Montrer que: $((x, y) \in \mathcal{C}^2) \quad M(x)' M(y) = M(x + y + xy)$

0.5 b) En déduire que E est une partie stable de $(M_2(\mathcal{C}), ')$ et que la loi « $'$ » est commutative dans E .

0.5 c) Montrer que la loi « $\times$ » est distributive par rapport à la loi « T » dans E .

0.5 d) Vérifier que: $M(-1)$ est l'élément neutre dans (E, T) et que I est l'élément neutre dans $(E, ')$.

0.25 3- a) Vérifier que : $((x \in \mathcal{C} - \{-1\})) \quad M(x)' M\left(\frac{-x}{1+x}\right) = I$.

0.75 b) Montrer que $(E, T, ')$ est un corps commutatif.

EXERCICE 4: (6.5points)

Première partie: Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par:

$$f(0) = 0 \quad \text{et} \quad f(x) = x(1 + \ln^2 x) \quad \text{pour } x > 0$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, i, j) .

0.5 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.25 2-a) Montrer que la fonction f est continue à droite en 0.

0.5 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.5 c) Calculer $f'(x)$ pour $x > 0$, en déduire que f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$

0.25 3-a) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion I d'abscisse e^{-1} .

0.25 b) Etudier la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite d'équation: $y = x$

0.5 c) Tracer la courbe (C) . (On prendra $e^{-1} = 0.4$)

Deuxième partie: On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par:

$$u_0 = e^{-1} \quad \text{et} \quad ((n \in \mathbb{N})) \quad u_{n+1} = f(u_n)$$

0.5 1- Montrer par récurrence que: $((n \in \mathbb{N})) \quad e^{-1} \leq u_n < 1$

0.5 2- Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est strictement croissante, en déduire qu'elle est convergente.

3- On pose: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$

- 0.25 a) Montrer que: $e^{-1} \leq l \leq 1$
- 0.5 b) Déterminer la valeur de l
- Troisième partie:** Soit F la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par:
- $$F(x) = \int_1^x f(t) dt$$
- 0.25 1-a) Montrer que la fonction $H : x \mapsto -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x^2 \ln x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto x \ln x$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$
- 0.5 b) Montrer que: $(\forall x > 0) \int_1^x t \ln^2(t) dt = \frac{x^2}{2} \ln^2(x) - \int_1^x t \ln(t) dt$
- 0.5 c) En déduire que: $(\forall x > 0) F(x) = -\frac{3}{4} + \frac{3x^2}{4} - \frac{x^2}{2} \ln(x) + \frac{x^2}{2} \ln^2(x)$
- 0.25 2-a) Montrer que la fonction F est continue sur l'intervalle $[0, +\infty[$
- 0.5 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$ en déduire la valeur de l'intégrale $\int_0^1 f(x) dx$

EXERCICE 5: (3.5 points)

On considère la fonction numérique g définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par:

- 0.5 1-a) Montrer que: $(\forall x > 0) (\forall t \in [x, 2x]) \quad e^{-2x} \leq e^{-t} \leq e^{-x}$
- 0.5 b) Montrer que: $(\forall x > 0) \quad e^{-2x} \ln 2 \leq g(x) \leq e^{-x} \ln 2$
- 0.25 c) En déduire que la fonction g est continue à droite en 0.
- 0.75 2- Montrer que la fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$, puis calculer $g'(x)$ pour $x > 0$
- 0.5 3-a) Montrer que: $(\forall t > 0) \quad -1 \leq \frac{e^{-t} - 1}{t} \leq -e^{-t}$
- (On pourra utiliser le théorème des accroissements finis)
- 0.5 b) Montrer que: $(\forall x > 0) \quad -1 \leq \frac{g(x) - \ln 2}{x} \leq \frac{e^{-2x} - e^{-x}}{x}$
- 0.5 c) En déduire que la fonction g est dérivable à droite en 0.

FIN

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- عناصر الإجابة -

NR 25

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

EXERCICE1	ELEMENTS de REPONCES	Barèmes des notes
1- a)		0.25
b)	$a = 1 + i\sqrt{3}$ et $b = 4$	0.5
c)		0.25
2- a)	$b_1 = a(1-i) = (1+i\sqrt{3})(1-i)$	0.5
b)	On vérifie que: $b - a = \sqrt{3}(b_1 - a)$	0.5
c)	On obtient : $\frac{b}{b-a} = \frac{2}{\sqrt{3}} e^{i\frac{\pi}{6}}$ et donc $\arg\left(\frac{b}{b-a}\right) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$	0.5
d)	Les points O, A, B, C sont cocycliques donc $\frac{c}{c-a}, \frac{b}{b-a}$ et on obtient $\arg\left(\frac{c}{c-a}\right) \equiv \frac{\pi}{6} [p]$ On attribuera 0.25 pour le résultat $\arg\left(\frac{c}{c-a}\right) \equiv \frac{\pi}{6} [2p]$	0.5

EXERCICE2	ELEMENTS de REPONCES	Barèmes des notes
1-	théorème de BEZOUT à partir de la remarque, ou toute autre méthode juste	0.25
2- a)		0.5
b)		0.5
3- a)	théorème de FERMAT trois fois(0.25 pour chacune des trois	0.75

	applications)	
b)	5et13 sont premiers entre eux.....0.25 65et31 sont premiers entre eux 0.25	0.5
c)	Application des deux résultats: $x^{1439} \equiv 1436 \pmod{2015}$ et $1436' 1051 - 2015' 749 = 1$	0.5

EXERCICE3	ELEMENTS de REPONCES	Barèmes des notes
1-a)	homomorphisme	0.5
b)	$j(\cdot) = E$ 0.25 L'image homomorphe d'un groupe.....0.25	0.5
2-a)	L'égalité	0.5
b)	Dédution.....0.25 Commutativité.....0.25	0.5
c)	Distributivité	0.5
d)	$M(-1)$ est l'élément neutre 0.25 I est l'élément neutre 0.25	0.5
3- a)	L'égalité	0.25
b)	déduire de la question 3-a) que tout élément de E différent de $M(-1)$ est inversible.....0.25 Pour le reste des axiomes d'un corps commutatif.....0.5	0.75

EXERCICE4		ELEMENTS de REPONCES	Barèmes des notes
Première partie	1-	Calcul de limites.....0.25 Interprétation 0.25	0.5

	2- a)		0.25
	b)	Calcul de limites.....0.25 Interprétation 0.25	0.5
	c)	Calcul de dérivé.....0.25 Monotonie.....0.25	0.5
	3- a)		0.25
	b)		0.25
	c)	On tiendra compte du point d'inflexion , branche infinie et demi tangente	0.5
Deuxième partie	1-		0.5
	2-	Monotonie.....0.25 Convergence.....0.25	0.5
	3- a)		0.25
	b)	$l = 1$	0.5
Troisième partie	1- a)		0.25
	b)		0.5
	c)		0.5
	2- a)		0.25
	b)	$\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = -\frac{3}{4}$ 0.25 $\int_0^1 f(x) dx = -F(0) = -\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{3}{4}$ 0.25 Puisque la fonction F est continue à droite en 0.	0.5

EXERCICE5	ELEMENTS de REPONCES	Barèmes des notes
1- a)		0.5
b)		0.5
c)		0.25
2-	Dérivabilité.....0.25 $g'(x) = \frac{e^{-2x} - e^{-x}}{x}$ 0.5	0.75
3- a)		0.5
b)	Application de TAF $(\forall t > 0) (\exists s \in]0, t[) : \frac{e^{-t} - 1}{t} = -e^{-s}$ Puis Encadrement de e^{-s} ou toute autre méthode juste	0.5
c)	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-2x} - e^{-x}}{x} = -1$ 0.25 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -1$ et l'interprétation du résultat 0.25	0.5

FORMATION
CONTINUE

Marketing Digital


+
certificat de formation



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL
مجموعة معاهد
إكسيل
leader de la formation et du recrutement



Durée de la Formation
1 MOIS / 32 HEURES

PROGRAMME DE FORMATION

- Initiation en marketing digitale
- Email marketing
- Marketing en social media
- Création site web(CMS)
- SEO/SEA



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.facebook.com/groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 25

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 5 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques.....(4 pts)
- Le deuxième exercice se rapporte à l'arithmétique et au calcul des probabilités.....(3 pts)
- Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes.....(3pts)
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.....(6 pts)
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.....(4 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1: (4 points)

Première partie: On munit $\mathbb{C}$ de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$((x, y) \in \mathbb{C}^2) \quad x * y = x + y - e^{xy} + 1$$

- 0.25 1-a) Montrer que la loi $*$ est commutative dans $\mathbb{C}$
- 0.5 b) Montrer que la loi $*$ admet un élément neutre que l'on déterminera.
- 0.5 2- Sachant que l'équation : $3 + x - e^{2x} = 0$ admet dans $\mathbb{C}$ deux solutions distinctes a et b .
Montrer que la loi $*$ n'est pas associative dans $\mathbb{C}$

Deuxième partie : On rappelle que $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$ est un anneau unitaire non commutatif d'unité

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$ est un espace vectoriel réel et que $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ est un groupe commutatif.

Pour tout x et y réels, on pose : $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x \end{pmatrix}$ et soit $F = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{C}^2\}$

- 0.5 1- Montrer que F est un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel réel $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$
- 0.5 2- Montrer que F est stable dans $(M_2(\mathbb{C}), \cdot)$
- 3- On considère l'application j de $\mathbb{C}^*$ dans F qui associe à tout nombre complexe $x + iy$ (où x et y sont deux réels) la matrice $M(x, y)$.
- 0.5 a) Montrer que j est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ vers $(F, \cdot)$
- 0.25 b) On pose : $F^* = F - \{M(0, 0)\}$. Montrer que $j(\mathbb{C}^*) = F^*$
- 0.25 c) Montrer que $(F^*, \cdot)$ est un groupe commutatif.
- 0.75 4- Montrer que $(F, +, \cdot)$ est un corps commutatif.

EXERCICE2: (3 points)

- 0.5 I-1- a étant un entier, montrer que si a et 13 sont premiers entre eux alors $a^{2016} \equiv 1 \pmod{13}$
- 2- On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (E): $x^{2015} \equiv 2 \pmod{13}$ et soit x une solution de l'équation (E).
- 0.5 a) Montrer que x et 13 sont premiers entre eux.
- 0.5 b) Montrer que : $x \not\equiv 7 \pmod{13}$
- 0.5 3- Montrer que l'ensemble des solutions de l'équation (E) est $S = \{7 + 13k / k \in \mathbb{Z}\}$
- II- Une urne contient 50 boules portant les numéros de 1 à 50 (les boules sont indiscernables au toucher)
- 0.5 1- On tire au hasard une boule de l'urne.
Quelle est la probabilité d'obtenir une boule portant un numéro qui est solution de l'équation (E) ?
- 0.5 2- On tire au hasard une boule de l'urne, on note son numéro, puis on la remet dans l'urne. On répète l'expérience précédente 3 fois. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois une boule portant un numéro qui est solution de l'équation (E) ?

EXERCICE3:(3 points)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation suivante: $(E) : z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i = 0$

- 0.25 1-a)Vérifier que $(1 - 3i)^2$ est le discriminant de l'équation (E)
- 0.5 b) Déterminer z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E) dans l'ensemble $\mathbb{C}$ (on prendra z_1 imaginaire pur)
- 0.5 c) Montrer que: $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
- 2- Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct.
On considère le point A d'affixe z_1 et le point B d'affixe z_2
- 0.25 a)Déterminer le nombre complexe e affixe du point E milieu du segment $[AB]$
- 0.5 b) Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et soit C l'affixe du point C image du point E par la rotation r . Montrer que : $c = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$
- 0.5 c) On considère D le point d'affixe $d = 1 + \frac{3}{2}i$. Montrer que le nombre $\frac{z_2 - d}{c - d} \cdot \frac{c - z_1}{z_2 - z_1}$ est réel puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

EXERCICE4:(6 points)

Soit n un entier naturel non nul .

On considère la fonction f_n à variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par: $f_n(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{3}{2}(x-n)}}$

Soit (C_n) la courbe représentative de la fonction f_n dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 0.75 1-a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$, puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 0.75 b) Montrer que la fonction f_n est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis calculer $f'_n(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
- 0.25 c) Montrer que la fonction f_n est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- 0.5 2-a) Montrer que le point $I_n(n, \frac{1}{2})$ est le centre de symétrie de la courbe (C_n)
- 0.5 b) Construire la courbe (C_1) .
- 0.75 c) Calculer l'aire de la surface plane limitée par la courbe et les droites d'équations: $x = 0, x = 1$ et $y = 0$
- 0.75 3-a) Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, montrer que l'équation $f_n(x) = x$ admet une solution unique u_n dans

l'intervalle $]0, n[$.

- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) (\forall x \in]0, n[) f_{n+1}(x) < f_n(x)$
- 0.75 c) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est strictement décroissante et en déduire qu'elle est convergente.
- 0.5 d) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

EXERCICE5:(4 points)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par: $g(x) = \int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt$

- 0.5 1-Montrer que la fonction g est paire.
- 0.75 2-Montrer que la fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}, +\infty[$ puis calculer $g'(x)$ pour $x > 0$
- 0.5 3-a) En utilisant une intégration par parties, vérifier que:

$$\int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt = \frac{\sin 3x - 3 \sin x}{3x} + \int_x^{3x} \frac{\sin t}{t^2} dt$$

- 0.75 b) Montrer que: $(\forall x > 0) |g(x)| \leq \frac{2}{x}$, puis en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

- 0.5 4-a) Montrer que: $(\forall x > 0) 0 \leq \int_x^{3x} \frac{1 - \cos t}{t} dt \leq 2x$

(Remarquer que : $(\forall t > 0) 1 - \cos t \leq t$)

- 0.5 b) Vérifier que: $(\forall x > 0) g(x) - \ln 3 = \int_x^{3x} \frac{\cos t - 1}{t} dt$

- 0.5 c) En déduire $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

FIN

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- عناصر الإجابة -

RR 25

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ ⵏ ⵉⵎⵓⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ ⵏ ⵉⵎⵓⵔ
ⵏ ⵓⵎⵓⵔ ⵏ ⵉⵎⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

سليم التقييط	عناصر الإجابة	التمرين الأول
0.25		الجزء الأول
0.5	0 هو العنصر المحايد	(أ-1)
0.5	إذا كان القانون تجميعي فإن المماثل إذا وجد يكون وحيدا و هذا يناقض كون المعادلة $2 * x = 0$: (E) تقبل حلين مختلفين.	(ب)
0.5		-2
0.5		الجزء الثاني
0.5		-1
0.5		-2
0.5	التشاكل	(أ-3)
0.25		(ب)
0.25		(ج)
0.75	0.25..... F توزيعية الضرب بالنسبة للجمع في 0.5..... باقي المسلمات	-4

سليم التقييط	عناصر الإجابة	التمرين الثاني
0.5	تطبيق مبرهنة فيرما	-1
0.5	x و 13 أوليان فيما بينهما	(أ-2)
0.5	x ؛ 7 [13]	(ب)
0.5	تحديد مجموعة الحلول	-3

0.5	عدد الحالات الممكنة هو 50 و عدد الحالات التي تحقق الحدث هو 4 إذن الاحتمال هو $\frac{4}{50}$	-1	-II
0.5	حالة تكرار نفس التجربة : $C_3^2 \times \frac{4}{50} - \frac{4}{50}$	-2	

سلم التنقيط	عناصر الإجابة	التمرين الثالث	
0.25		-1 (أ)	
0.5		(ب)	
0.5		(ج)	
0.25		-2 (أ)	
0.5		(ب)	
1	قيمة الجداء $(\frac{1}{2}) \dots\dots\dots 0.5$ التأويل $\dots\dots\dots 0.5$	-3	

سلم التنقيط	عناصر الإجابة	التمرين الرابع	
0.75	0.25 لكل نتيجة	-1 (أ)	
0.75	قابلية الاشتقاق $\dots\dots\dots 0.25$ حساب المشتقة $\dots\dots\dots 0.5$	(ب)	
0.25		(ج)	
0.5		-2 (أ)	
0.5		(ب)	
0.75		(ج)	
0.75		-3 (أ)	
0.5		(ب)	
0.75	الرتابة $\dots\dots\dots 0.5$	(ج)	

	التقارب.....0.25	
0.5		(د)

التمرين الخامس	عناصر الإجابة	سلم التقييم
-1		0.5
-2	قابلية الاشتقاق 0.25 حساب المشتقة 0.5	0.75
-3 (أ)		0.5
(ب)	المتفاوتة.....0.5 النهاية.....0.25	0.75
-4 (أ)		0.5
(ب)		0.5
(ج)		0.5



Formation AUTOCAD

2020

PLACES LIMITÉS

FORMATION AUTOCAD

Cette formation en AutoCad a été préparée pour les **débutants** et les **professionnels** aussi. Grâce à cette formation vous serez **capable** à **manipuler** ce **logiciel** afin de **dessiner** toutes les sortes de structure **facilement** et **rapidement**. Un **nouveau** groupe AUTOCAD est en cours de constitution Si vous êtes **intéressés** veuillez nous **contacter**.

MARRAKECH



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2014
الموضوع

NS 25

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏⵓⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏⵓⵔ
ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب) (الترجمة الفرنسية)	المعامل	9

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 5 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte à l'arithmétique.....(3 pts)
- Le deuxième exercice se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)
- Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.....(8 pts)
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.....(2pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas permis

Exercice 1 : (3 pts)

Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, on pose : $a_n = \underbrace{333\dots 31}_{n \text{ fois}}$ (n fois le chiffre 3)

0.5 1-Vérifier que les deux nombres a_1 et a_2 sont premiers.

0.5 2- Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$: $3a_n + 7 = 10^{n+1}$

0.75 3 -Montrer que pour tout k de $\mathbb{N}$: $10^{30k+2} \equiv 7 \pmod{31}$

0.75 4 -Montrer que pour tout k de $\mathbb{N}$: $3a_{30k+1} \not\equiv 0 \pmod{31}$, puis en déduire que : 31 divise a_{30k+1}

0.5 5- Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$, si $n \neq 1 \pmod{30}$ alors l'équation $a_n x + 31y = 1$ n'admet pas de solutions dans $\mathbb{Z}^2$

Exercice 2 : (3.5pts)

On rappelle que $(\mathbb{C}, +, \times)$ est un corps commutatif et que $(M_2(\mathbb{C}), +, \times)$ est un anneau unitaire de zéro $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et d'unité $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Pour tout a et b de $\mathbb{C}$, on pose : $M(a, b) = \begin{pmatrix} a & a-b \\ b & a+b \end{pmatrix}$ et on considère l'ensemble

$$E = \{M(a, b) / (a, b) \in \mathbb{C}^2\}$$

0.5 1-Montrer que E est un sous-groupe du groupe $(M_2(\mathbb{C}), +)$

0.75 2- Calculer $J^2 = J' J$ sachant que $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, puis en déduire que E n'est pas stable dans $(M_2(\mathbb{C}), \times)$

3-On définit sur $M_2(\mathbb{C})$ la loi de composition interne $*$ par :

$$A * B = A \times N \times B \quad \text{avec } N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On considère l'application φ de $\mathbb{C}^*$ vers $M_2(\mathbb{C})$ qui associe à chaque nombre complexe non nul $a + ib$ (a et b étant deux nombres réels) la matrice $M(a, b)$.

0.5 a) Montrer que φ est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \times)$ vers $(M_2(\mathbb{C}), *)$

0.25 b) On pose : $E^* = E - \{O\}$. Montrer que : $\varphi(\mathbb{C}^*) = E^*$

- 0.5 c) Montrer que $(E^*, *)$ est un groupe commutatif.
- 0.5 4- Montrer que : $(\forall (A, B, C) \in E^3) \quad A * (B + C) = A * B + A * C$
- 0.5 5- En déduire de ce qui précède que $(E, +, *)$ est un corps commutatif.

Exercice 3 : (3.5pts)

Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soit q un nombre réel tel que : $q \in \left(0, \frac{p}{2}\right] \cap \frac{\pi}{4}\mathbb{Z}$

- 1- On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : (E) $z^2 - \sqrt{2}e^{iq}z + e^{2iq} = 0$
- 0.25 a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $D = (\sqrt{2}ie^{iq})^2$
- 0.75 b) Ecrire sous forme trigonométrique les deux racines z_1 et z_2 de l'équation (E) dans $\mathbb{C}$
- 2- On considère les points I, J, T_1, T_2 et A d'affixes respectives
- $1, -1, e^{iq + \frac{p}{4}}, e^{iq - \frac{p}{4}}$ et $\sqrt{2}e^{iq}$
- 0.5 a) Montrer que les deux droites (OA) et (T_1T_2) sont perpendiculaires.
- 0.25 b) Soit K le milieu du segment $[T_1T_2]$. Montrer que les points O, K et A sont alignés.
- 0.25 c) En déduire que la droite (OA) est la médiatrice du segment $[T_1T_2]$.
- 3- Soit r la rotation de centre T_1 et d'angle $\frac{p}{2}$
- 0.25 a) Donner l'expression complexe de la rotation r
- 0.5 b) Vérifier que l'affixe du point B image du point I par la rotation r est : $b = \sqrt{2}e^{iq} + i$
- 0.25 c) Montrer que les deux droites (AB) et (IJ) sont perpendiculaires.
- 0.25 4- Déterminer l'affixe du point C image du point A par la translation de vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ -v \end{pmatrix}$
- 0.25 5- Montrer que A est le milieu du segment $[BC]$

Exercice 4 : (8 pts)

I - On considère la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-x \ln x}{1+x^2}; \quad x > 0$$

$$f(0) = 0$$

- 0.5 1-a) Montrer que f est continue sur $[0, +\infty[$.
- 0.25 b) Etudier le signe de $f(x)$ sur $[0, +\infty[$.
- 0.25 2-a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*) \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

- 0.25 b) Montrer que la fonction f est dérivable sur $]0, +\infty[$
- 0.5 c) Montrer que : $(\exists \alpha \in]0, 1[) \quad f'(\alpha) = 0$
- 0.5 d) En déduire que : $f'\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$
- II - On considère la fonction F définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = \int_0^x f(t) dt$
- et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
- 0.5 1-a) Vérifier que : $(\forall t \in [1, +\infty[) \quad \frac{1}{2} \leq \frac{t^2}{1+t^2} \leq 1$
- b) Montrer que : $(\forall x \in [1, +\infty[) \quad F(1) - \frac{1}{2}(\ln x)^2 \leq F(x) \leq F(1) - \frac{1}{4}(\ln x)^2$
- 1 (On remarquera que : $F(x) = \int_0^1 f(t) dt - \int_1^x \frac{t^2}{1+t^2} \cdot \frac{\ln t}{t} dt$)
- 1 c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
- 0.5 2-a) Montrer que F est dérivable sur $[0, +\infty[$ puis calculer $F'(x)$
- 0.25 b) Etudier les variations de F sur $[0, +\infty[$
- 0.5 III - 1-a) Montrer que : $(\forall t \in]0, +\infty[) \quad -t \ln t \leq \frac{1}{e}$
- 0.25 b) En déduire que : $(\forall t \in [0, +\infty[) \quad f(t) \leq \frac{1}{e}$
- 0.25 c) Montrer que : $(\forall x \in]0, +\infty[) \quad F(x) < x$
- 2-On considère la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par : $u_0 \in]0, 1[$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} = F(u_n)$
- 0.5 a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n \in]0, 1[$
- 0.5 b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est strictement décroissante et en déduire qu'elle est convergente.
- 0.5 c) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice 5 : (2 pts)

On considère la fonction g définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} ; x > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

- 0.5 1- Montrer que g est continue sur $[0, +\infty[$.

	2-Pour tout réel x de l'intervalle $[0, +\infty[$ on pose : $L(x) = \int_x^1 g(t) dt$
0.25	a) Montrer que L est continue sur $[0, +\infty[$.
0.25	b) Calculer $L(x)$ pour $x > 0$
0.5	c) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} L(x)$ et en déduire la valeur de $L(0)$
	3-Pour tout entier naturel non nul n , on pose : $s_n = \frac{1}{n} \sum_{p=0}^{p=n-1} g\left(\frac{p}{n}\right)$
0.5	Montrer que la suite $(s_n)_{n \geq 1}$ est convergente puis déterminer sa limite.

FIN



de la formation et du recrutement

DEVENEZ L'EXPERT DU DOMAINE QUI VOUS PASSIONNE !



INFOGRAPHIE

「Photoshop + Illustrator
+ InDesign」



3DS MAX



CINEMA 4D

CRÉATION 3D

「3DSMax ou Cinéma 4D」



AUTOCAD



ARCHICAD

DESSIN 3D

「Autocad + Archicad」



MONTAGE VIDÉO ET EFFETS SPÉCIAUX

「Adobe 1ère
+ After Effect」



LE COMMERCIALE

「Marketing opérationnel
Communication commerciale」



VB.net

PROGRAMMATION

「C / C++ ; VB.net ; C#
JavaScript ; Java EE」



WEB MASTER

「HTML + CSS
PHP + MYSQL / CMS」



PHOTOGRAPHIE

「Prise de vue
+ Cadrage」



GESTION D'ENTREPRISE

「Comptabilité + organisation
+ bureautique」



GESTION DES RESSOURCES HUMAINES



COMPTABILITÉ

「Générale, Analytique,
de société, logiciels」



INFORMATIQUE

「Bureautique + internet」

Nous vous garantissons :

- ✓ Des formations accélérées de courte durée et de haut niveau
- ✓ Des horaires adaptés à vos disponibilités



UNE ATTESTATION VOUS SERA DÉLIVRÉE A LA FIN DE CHAQUE FORMATION.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2013

الموضوع

NS25



4	مدة الاجتياز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة، أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte trois exercices et un problème indépendants deux à deux.
- Les exercices et le problème peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques.
- Le deuxième exercice se rapporte aux nombres complexes.
- Le troisième exercice se rapporte à l'arithmétique.
- Le problème se rapporte à l'analyse.

L'USAGE DES CALCULATRICES NON PROGRAMMABLES EST AUTORISE

L'usage de la couleur rouge n'est pas permis

Exercice1 : (3,5pts)

On rappelle que $(\square, +, \times)$ est un anneau commutatif, unitaire et intègre.

1- On munit $\square$ de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$(\forall (x, y) \in \square^2) ; x * y = x + y - 2$$

a) Montrer que la loi $*$ est commutative et associative.

b) Montrer que $(\square, *)$ admet un élément neutre que l'on déterminera.

c) En déduire que $(\square, *)$ est un groupe commutatif.

2- On munit $\square$ de la loi de composition interne T définie par :

$$(\forall (x, y) \in \square^2) ; xTy = xy - 2x - 2y + 6$$

et on considère l'application f de $\square$ dans $\square$ définie par : $(\forall x \in \square) ; f(x) = x + 2$

a) Montrer que l'application f est un isomorphisme de $(\square, \times)$ dans $(\square, T)$

b) Montrer que : $(\forall (x, y, z) \in \square^3) ; (x * y)Tz = (xTz) * (yTz)$

3- En déduire de tout ce qui précède que $(\square, *, T)$ est un anneau commutatif et unitaire.

4-a) Montrer que : $xTy = 2$ si et seulement si $(x = 2 \text{ ou } y = 2)$

b) En déduire que l'anneau $(\square, *, T)$ est intègre.

c) $(\square, *, T)$ est-il un corps ? (justifier votre réponse)

Exercice2 : (3,5pts)

I- Soit a un nombre complexe non nul.

Soit dans l'ensemble $\square$ l'équation d'inconnue z : $(E) : 2z^2 - (3 + i\sqrt{3})az + (1 + i\sqrt{3})a^2 = 0$

1-Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $(-1 + i\sqrt{3})^2 a^2$

2-Résoudre dans $\square$ l'équation (E)

II-Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A , B et M d'affixes respectifs a , $b = ae^{i\frac{\pi}{3}}$ et z

Soit r la rotation de centre M et d'angle $\frac{\pi}{3}$

On pose $A_1 = r^{-1}(A)$ et $B_1 = r(B)$ (r^{-1} désigne la rotation réciproque de r)

et soient a_1 et b_1 les affixes respectifs de A_1 et B_1

1-Vérifier que le triangle OAB est équilatéral.

2- a) Montrer que : $a_1 = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a + \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$ et $b_1 = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a + \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

b) Montrer que le quadrilatère OA_1MB_1 est un parallélogramme.

3- On suppose que : $M \neq A$ et $M \neq B$

a) Montrer que : $\frac{z - b_1}{z - a_1} = -\frac{z - b}{z - a} \times \frac{a}{b}$

0.75 b) Montrer que M , A_1 et B_1 sont alignés si et seulement si M , O , A et B sont cocycliques.

Exercice3 :(3pts)

L'objectif de l'exercice est de chercher les entiers naturels n strictement supérieurs à 1 et qui vérifient la propriété suivante : $(R) : 3^n - 2^n \equiv 0 \pmod{n}$

1-On suppose que n vérifie la propriété (R) et soit p **le plus petit diviseur premier positif** de n .

0.75 a) Montrer que : $3^n - 2^n \equiv 0 \pmod{p}$, en déduire que $p \geq 5$

0.5 b) Montrer que : $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ et $3^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$

0.5 c) Montrer qu'il existe un couple (a, b) de $\mathbb{Z}^2$ tel que : $an - b(p-1) = 1$

0.5 d) Soient r et q le reste et le quotient de la division euclidienne de a par $p-1$

$$(a = q(p-1) + r \text{ avec } 0 \leq r < p-1 \text{ et } q \in \mathbb{Z})$$

Montrer qu'il existe **un entier naturel** k tel que : $rn = 1 + k(p-1)$

0.75 2- En déduire de tout ce qui précède qu'il n'existe pas d'entier naturel n strictement supérieur à 1 vérifiant (R)

Problème :(10pts)

On considère la fonction numérique h définie sur l'intervalle $[1, +\infty[$ par :

$$h(1) = 1 \text{ et } (\forall x > 1) ; h(x) = \frac{x-1}{x \ln x}$$

Première partie :

0.25 1-a) Montrer que la fonction h est continue à droite en 1

0.75 b) Montrer que : $(\forall x > 1) ; \ln x < x-1$, en déduire que la fonction h est strictement décroissante sur l'intervalle $]1, +\infty[$

0.5 2-a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ puis donner le tableau de variations de h

0.25 b) En déduire que : $(\forall x \geq 1) ; 0 < h(x) \leq 1$

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique g définie sur l'intervalle $[1, +\infty[$ par :

$$g(1) = \ln 2 \text{ et } (\forall x > 1) ; g(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\sqrt{t} \ln t} dt$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.25 1-a) Vérifier que : $(\forall x > 1) ; \int_x^{x^2} \frac{1}{t \ln t} dt = \ln 2$

0.25 b) Vérifier que : $(\forall x > 1) ; g(x) - \ln 2 = \int_x^{x^2} \frac{\sqrt{t}-1}{t \ln t} dt$

0.5 c) Montrer que : $(\forall x > 1) ; g(x) - \ln 2 = \int_{\sqrt{x}}^x \frac{t-1}{t \ln t} dt$

0.5

2-a) Montrer que : $(\forall x > 1) ; (x - \sqrt{x})h(x) \leq g(x) - \ln 2 \leq (x - \sqrt{x})h(\sqrt{x})$

0.5

b) En déduire que la fonction g est dérivable à droite au point 1

0.75

c) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$

0.75

3-a) Montrer que g est dérivable sur l'intervalle $]1, +\infty[$ et que : $(\forall x > 1) ; g'(x) = \frac{1}{2}h(\sqrt{x})$

0.5

b) En déduire que : $(\forall x \geq 1) ; 0 < g'(x) \leq \frac{1}{2}$, puis donner le tableau de variations de g

0.5

c) Construire la courbe (C)

Troisième partie :

0.5

I-1- Montrer que la fonction $k : x \mapsto g(x) - x + 1$ est une bijection de l'intervalle $[1, +\infty[$ dans l'intervalle $] -\infty, \ln 2]$

0.25

2- En déduire qu'il existe un unique réel α de l'intervalle $]1, +\infty[$ qui vérifie : $1 + g(\alpha) = \alpha$

II- On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par :

$$1 \leq u_0 < \alpha \quad \text{et} \quad (\forall n \geq 0) ; u_{n+1} = 1 + g(u_n)$$

0.5

1- a) Montrer que : $(\forall n \geq 0) ; 1 \leq u_n < \alpha$

0.5

b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est strictement croissante.

0.75

c) En déduire que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est convergente et que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$

0.5

2-a) Montrer que : $(\forall n \geq 0) ; |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$

0.5

b) Montrer que : $(\forall n \geq 0) ; |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |u_0 - \alpha|$

0.25

c) En déduire une deuxième fois, que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$

FIN

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2013

عناصر الإجابة



NR25

المادة	الرياضيات	مدة الاختبار	4
الشعبة، أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	المعامل	9

المرجو من السادة المصححين أن يأخذوا بعين الاعتبار مختلف الأجوبة الصحيحة للتلميذ و عدم التقيد فقط بالحلول المقترحة في هذه الوثيقة.

التمرين الأول	(3.5 نقطة)
أ-1	القانون * تبادلي. 0.25 القانون * تجميعي. 0.25
ب) ج)	0.25 $(\square, *)$ يقبل عنصرا محايدا هو 2 كل عنصر من $\square$ يقبل ممثلا في $(\square, *)$. 0.25 0.25 $(\square, *)$ زمرة تبادلية.
أ-2	التطبيق f تشاكل. 0.25 التطبيق f تقابل. 0.25
ب)	0.25 المتساوية.
-3	- باستعمال التشاكل f القانون T تبادلي و تجميعي و يقبل عنصرا محايدا. 0.25 - القانون T توزيعي بالنسبة للقانون * 0.25 - $(\square, *)$ زمرة تبادلية و الخلاصة. 0.25
أ-4	0.25 التكافؤ
ب)	0.25 الحلقة لا تقبل قواسم للصفر.
ج)	العنصر x من $\square$ يقبل ممثلا بالنسبة للقانون T إذا و فقط إذا كان $\frac{1}{x-2} \in \square$ يعني $x=1$ أو $x=3$ إذن 0.25 $(\square, *, T)$ ليس جسما أو فقط مثال مضاد.
التمرين الثاني	(3.5 نقطة)
-1 - I	0.25 تحديد مميز المعادلة
-2	0.5 حل المعادلة (E)
-1-II	0.5 التحقق من أن OAB متساوي الأضلاع.
أ-2	0.25 حساب a_1

الصفحة 2 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2013 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		حساب b_1 0.25ن OA_1MB_1 متوازي الأضلاع 0.5ن المتساوية 0.5ن التكافؤ 0.75ن
		(3نقطة) p/n و n يقسم $3^n - 2^n$ 0.25ن الاستنتاج 0.5ن تطبيق مبرهنة فيرما في حالتي 2 و 3 0.5=0.25+0.25ن العددان n و $p-1$ أوليان فيما بينهما 0.25ن تطبيق مبرهنة بوزو 0.25ن نأخذ $k = b - qn$ 0.25ن ثم نبين أنه k عدد صحيح طبيعي 0.25ن البرهان بالخلف ثم نحصل على $[p] \quad 3^{nr} \equiv 2^{nr} \quad [p]$ و $3^{k(p-1)} \equiv 2^{k(p-1)} \quad [p]$ اذن $3 \equiv 2 \quad [p]$ أي أن $p=1$ و هذا تناقض 0.75ن
		مسألة: الجزء الأول لدينا: $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = 1$ و $h(1) = 1$ 0.25ن المتفاوتة 0.25ن h تناقصية قطعاً (إشارة $h'(t)$ هي إشارة $\ln t - t + 1$) 0.5ن $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ 0.25ن جدول التغيرات 0.25ن الاستنتاج من جدول التغيرات 0.25ن الجزء الثاني التحقق باستعمال دالة أصلية للدالة: $t \rightarrow \frac{1}{t \ln t}$ 0.25ن التحقق باستعمال مجموع تكاملين 0.25ن استعمال طريقة تغيير المتغير بوضع: $u = \sqrt{t}$ 0.5ن المتفاوتة المزدوجة 0.5ن

DEVENEZ L'EXPERT DU DOMAINE QUI VOUS PASSIONNE !



INFOGRAPHIE

「Photoshop + Illustrator
+ InDesign」



3DS MAX



CINEMA 4D

CRÉATION 3D

「3DSMax ou Cinéma 4D」



AUTOCAD



ARCHICAD

DESSIN 3D

「Autocad + Archicad」



MONTAGE VIDÉO ET EFFETS SPÉCIAUX

「Adobe 1ère
+ After Effect」



LE COMMERCIALE

「Marketing opérationnel
Communication commerciale」



VB.net

PROGRAMMATION

「C / C++ ; VB.net ; C#
JavaScript ; Java EE」



WEB MASTER

「HTML + CSS
PHP + MYSQL / CMS」



PHOTOGRAPHIE

「Prise de vue
+ Cadrage」



GESTION D'ENTREPRISE

「Comptabilité + organisation
+ bureautique」



GESTION DES RESSOURCES HUMAINES



COMPTABILITÉ

「Générale, Analytique,
de société, logiciels」



INFORMATIQUE

「Bureautique + internet」

Nous vous garantissons :

- ✓ Des formations accélérées de courte durée et de haut niveau
- ✓ Des horaires adaptés à vos disponibilités



UNE ATTESTATION VOUS SERA DÉLIVRÉE A LA FIN DE CHAQUE FORMATION.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

الموضوع

RS25



4	مدة الامتحان	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعبة، أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
 - L'épreuve comporte cinq exercices indépendants deux à deux.
 - Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques.
 - Le deuxième exercice se rapporte au calcul des probabilités.
 - Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes.
 - Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.
 - Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.

L'USAGE DES CALCULATRICES NON PROGRAMMABLES EST AUTORISE

L'usage de la couleur rouge n'est pas permis

Exercice1 :(3,5 points) les parties I et II sont indépendantes

I- Pour tout x et y de l'intervalle $G =]1, 2[$ on pose : $x * y = \frac{2(x-1)(y-1) + (x-2)(y-2)}{(x-1)(y-1) + (x-2)(y-2)}$

0.5 1-Montrer que $*$ est une loi de composition interne dans G

2-On rappelle que $(\square_+, *)$ est un groupe commutatif.

On considère l'application f de $\square_+$ vers G définie par : $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$

0.75 a) Montrer que f est un isomorphisme de $(\square_+, *)$ dans $(G, *)$

0.5 b) En déduire que $(G, *)$ est un groupe commutatif dont on déterminera l'élément neutre.

II-On rappelle que $(M_3(\square), +, \times)$ est un anneau unitaire dont le zéro est $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

et l'unité est $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et que $(M_3(\square), +, \cdot)$ est un espace vectoriel réel

et on pose : $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

0.5 1-a) Vérifier que : $A^3 = O$ et en déduire que A est un diviseur de zéro dans l'anneau $(M_3(\square), +, \times)$

0.5 b) Vérifier que : $(A^2 - A + I)(A + I) = I$ en déduire que la matrice $A + I$ admet un inverse dans $(M_3(\square), +, \times)$ que l'on déterminera.

0.75 2-Pour tout a et b de $\square$ on pose : $M(a, b) = aI + bA$ et l'on considère l'ensemble

$$E = \{M(a, b) / (a, b) \in \square^2\}$$

Montrer que $(E, +, \cdot)$ est un espace vectoriel réel dont on déterminera une base.

Exercice2 :(3points)

Une urne contient 3 boules rouges et 4 boules noires indiscernables au toucher.

I- On tire au hasard successivement et avec remise quatre boules de l'urne . et on considère la variable aléatoire X égale au nombre de boules noires tirées.

1 1- Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

0.5 2- Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

II-On réalise l'expérience aléatoire suivante en trois étapes :

Etape 1 : On tire une boule de l'urne ,on marque sa couleur et on la remet dans l'urne.

Etape 2 : On ajoute dans l'urne 5 boules de même couleur que la boule tirée à l'étape 1

Etape 3 : On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne qui contient alors 12 boules après l'étape 2

On considère les évènements suivants :

N "la boule tirée à l'étape 1 est noire"

R "la boule tirée à l'étape 1 est rouge"

E "toutes les boules tirées à l'étape 3 sont noires "

0.5 1) Montrer que : $p(E \cap N) = \frac{12}{55}$

0.5 2) Calculer $p(E)$

0.5 3) Calculer la probabilité de l'événement R sachant que E est réalisé.

Exercice 3 : (3.5points)

I- Soit a un nombre complexe différent de 1

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $(E): 2z^2 - 2(a-1)z + (a-1)^2 = 0$

0.5 1) Montrer que : $z_1 = \frac{(a-1)}{2}(1+i)$ et $z_2 = \frac{(a-1)}{2}(1-i)$ sont les deux solutions de l'équation (E)

2) On prend $a = e^{i\theta}$ avec $0 < \theta < \pi$

0.5 a- Montrer que : $a - 1 = 2 \sin \frac{\theta}{2} e^{i\left(\frac{\theta+\pi}{2}\right)}$

1 b- En déduire la forme trigonométrique de z_1 et z_2

II- Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On admet que $\text{Re}(a) < 0$ et on considère les points $A(a)$, $B(-i)$, $C(i)$ et $B'(1)$

0.5 1) Déterminer en fonction de a , les affixes des points J et K milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$

2) Soit r_1 la rotation de centre J et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et r_2 la rotation de centre K et d'angle $\frac{\pi}{2}$

On pose $C' = r_1(C)$ et $A' = r_2(A)$ et soient c' l'affixe de C' et a' l'affixe de A'

0.5 Montrer que : $a' = z_1$ et $c' = z_2$

0.5 3) Calculer $\frac{a' - c'}{a - 1}$ et en déduire que la droite (AB') est une hauteur du triangle $A'B'C'$

Exercice 4 : (8.25 points)

1- Soit f la fonction numérique définie sur $[0, +\infty[$ par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2 \ln^2 x}} \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

0.5 a) Montrer que f est continue à droite au point 0, puis calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

0.5 b) Etudier la dérivabilité de f à droite au point 0 (On pourra utiliser le résultat $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln^2 x = 0$)

0.5 c) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que : $(\forall x > 0) ; f'(x) = \frac{-x \ln x (1 + \ln x)}{(1 + x^2 \ln^2 x)^{\frac{3}{2}}}$

0.5 d) Donner le tableau de variation de la fonction f

2- Soit F la fonction numérique définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$
et soit (C_F) la courbe représentative de F dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

0.25 a) Déterminer une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln x}$ sur l'intervalle $[e, +\infty[$

0.5 b) Montrer que : $(\forall t \geq e) ; t \ln t \leq \sqrt{1+t^2 \ln^2 t} \leq \sqrt{2} t \ln t$

0.75 c) Montrer que : $(\forall x \geq e) ; \frac{1}{\sqrt{2}} \ln(\ln x) \leq \int_e^x \frac{1}{\sqrt{1+t^2 \ln^2 t}} dt \leq \ln(\ln x)$

0.5 d) En déduire que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = 0$

0.5 e) Montrer que (C_F) admet deux points d'inflexions dont on déterminera les abscisses.

1 f) Construire (C_F) (on prend $F(1) \approx 0,5$ et $F\left(\frac{1}{e}\right) \approx 0,4$)

3- Pour tout x de $[0, +\infty[$ on pose : $\varphi(x) = x - F(x)$

0.75 a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$ et étudier les variations de φ

0.5 b) Montrer que pour tout entier naturel n , l'équation $\varphi(x) = n$ admet une seule solution α_n dans l'intervalle $[0, +\infty[$

0.5 c) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; \alpha_n \geq n$ puis calculer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$

0.5 4-a), Montrer que : $(\forall n \geq 1) ; 0 \leq \frac{F(\alpha_n)}{\alpha_n} \leq \frac{F(n)}{n} \leq f(n)$ (On pourra utiliser le théorème des accroissements finis)

0.5 b) Calculer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\alpha_n}{n}$

Exercice 5 : (1.75 points)

Pour tout entier naturel non nul n on pose : $u_n = \left(\frac{\arctan(n)}{\arctan(n+1)} \right)^{n^2}$ et $v_n = \ln(u_n)$

0.25 1- Vérifier que : $(\forall n \geq 1) ; v_n = n^2 (\ln(\arctan(n)) - \ln(\arctan(n+1)))$

2- En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que :

0.5 $(\forall n \geq 1) (\exists c \in]n, n+1[) ; v_n = \frac{-n^2}{(1+c^2)\arctan(c)}$

0.5 3- Montrer que : $(\forall n \geq 1) ; \frac{-n^2}{(1+n^2)\arctan(n)} < v_n < \frac{-n^2}{(1+(n+1)^2)\arctan(n+1)}$

0.5 4- Calculer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

FIN

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

عناصر الإجابة



RR25

المادة	الرياضيات	مدة الإختبار	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	المعامل	9

التمرين الأول:	(3.5 نقطة)
(1-I) قانون تركيب داخلي	0.5 ن
(2) أ- التشاكل	0.5 ن
التقابل	0.25 ن
ب- الاستنتاج	0.25 ن
تحديد العنصر المحايد	0.25 ن
(1-II) أ- 0.25 + 0.25 ن	
ب- 0.25 + 0.25 ن	
(2) الفضاء المتجهي	0.5 ن
البعد	0.25 ن
التمرين الثاني:	(3 نقط)
(1-I) قانون احتمال المتغير العشوائي	1 ن
(2) الأمل الرياضي	0.5 ن
(1-II) 0.5 ن	
(2) $p(E) = \frac{87}{385}$	0.5 ن
(3) $p_E(R) = \frac{1}{29}$	0.5 ن
التمرين الثالث:	(3.5 نقطة)
(1-I) 0.5 ن	
(2) أ- 0.5 ن	
ب- 0.5 + 0.5 ن	
(1-II) 0.25 + 0.25 ن	
(2) 0.25 + 0.25 ن	
(3) حساب $\frac{a' - c'}{a - 1}$	0.25 ن
التأويل	0.25 ن
التمرين الرابع:	(8.25 نقطة)
(1) أ- الاتصال	0.25 ن
النهاية	0.25 ن
ب- قابلية الاشتقاق في 0	0.5 ن
ج- قابلية الاشتقاق	0.25 ن
حساب $f'(x)$	0.25 ن
د- جدول التغيرات	0.5 ن
(2) أ- 0.25 ن	
ب- 0.5 ن	

الصفحة	2	RR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2013 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
ج-	تأطير $\frac{1}{\sqrt{1+t^2 \ln^2 t}}$ 0.25ن المرور إلى التكامل 0.25ن التأطير 0.25ن		
د-	حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ 0.25ن حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$ 0.25ن		
هـ-	حساب $F''(x)$ 0.25ن تحديد الأفصولين 0.25ن		
ز-	الإنشاء 1ن		
أ- (3)	النهاية 0.25ن التغيرات 0.5ن		
ب-	وجود ووحدانية الحل 0.5ن		
ج-	$n \leq \alpha_n$ 0.25ن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$ 0.25ن		
أ- (4)	المتفاوتة المزدوجة 0.5ن		
ب-	النهاية 0.5ن		
التمرين الخامس:	(1.75 نقطة)		
(1)	 0.25ن		
(2)	 0.5ن		
(3)	 0.5ن		
(4)	 0.5ن		





GRAPHISOFT
ARCHICAD

VOLUME 1
20Hrs

PROGRAMME

- ° INTERFACE
- ° PRINCIPE DE BASE
- ° LES TOUCHES DE FONCTIONS
- ° DESSINS 2D
- ° TRAITEMENT DES CALQUES
- ° INSERTION EXTERNES

1000Hrs
PLACES LIMITÉES



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



[WWW.groupeexcel.ma](http://www.groupeexcel.ma)



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
الموضوع

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

9	المعامل	NS25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإنجاز	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعبة، أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants deux à deux.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques
- Le deuxième exercice se rapporte aux nombres complexes
- Le troisième exercice se rapporte à l'arithmétique
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse

L'USAGE DES CALCULATRICES NON PROGRAMMABLES EST AUTORISE

L'usage de la couleur rouge n'est pas permis

EXERCICE 1 : (3.5 points) les parties I et II sont indépendantes

I- Dans l'anneau unitaire $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$, on considère les deux matrices

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 0.75 1) Calculer $I - A$ et A^2
- 0.5 2) En déduire que A admet une matrice inverse que l'on déterminera .

II- Pour tout a et b de l'intervalle $I =]1, +\infty[$, on pose: $a * b = \sqrt{a^2 b^2 - a^2 - b^2 + 2}$

- 0.25 1) Vérifier que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$; $x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2 = (x^2 - 1)(y^2 - 1) + 1$
- 0.5 2) Montrer que $*$ est une loi de composition interne dans I
- 3) On rappelle que $(\mathbb{R}^{*+}, \times)$ est un groupe commutatif.

On considère l'application $\varphi: \mathbb{R}^{*+} \rightarrow I$
 $x \mapsto \sqrt{x+1}$

- 0,5 a - Montrer que φ est un isomorphisme de $(\mathbb{R}^{*+}, \times)$ vers $(I, *)$
- 0.25 b - En déduire la structure de $(I, *)$
- 0.75 c - Montrer que l'ensemble $\Gamma = \{ \sqrt{1+2^m} / m \in \mathbb{Z} \}$ est un sous groupe de $(I, *)$

EXERCICE 2 : (3.5 points) les parties I et II sont indépendantes

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

I- On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : iz^2 + (2-i)az - (1+i)a^2 = 0$ où a est un nombre complexe non nul.

- 0.75 1) Déterminer z_1 et z_2 , les deux racines de l'équation (E)
- 0.25 2) a- Vérifier que : $z_1 z_2 = a^2(i-1)$.
- 0.5 b- Montrer que : $z_1 z_2$ est un nombre réel $\Leftrightarrow \arg a \equiv \frac{-3\pi}{8} \left[\frac{\pi}{2} \right]$

II- Soient c un nombre réel non nul et z un nombre complexe non nul.

On considère les points A, B, C, D et M d'affixes respectifs $1, 1+i, c, ic$ et z

1)a- Montrer que : A, D et M sont alignés $\Leftrightarrow (ic+1)z + (ic-1)\bar{z} = 2ic$ (remarquer que $c = \bar{c}$)

b - Montrer que : $(AD) \perp (OM) \Leftrightarrow (ic+1)z - (ic-1)\bar{z} = 0$

2) Soit h l'affixe du point H , la projection orthogonale du point O sur (AD)

a - Montrer que : $h - (1+i) = \frac{i}{c}(h-c)$.

b - En déduire que $(CH) \perp (BH)$

EXERCICE 3 :(3 points)

1) On considère dans $\square^2$ l'équation $(E) : 143x - 195y = 52$

a - Déterminer le plus grand commun diviseur de 143 et 195, puis en déduire que l'équation (E) admet des solutions dans $\square^2$

b - Sachant que $(-1, -1)$ est une solution particulière de l'équation (E) , résoudre dans $\square^2$ l'équation (E) en précisant les étapes de la résolution.

2) Soit n un entier naturel non nul premier avec 5

Montrer que pour tout k de $\square$ on a : $n^{4k} \equiv 1 [5]$

3) Soient x et y deux entiers naturels non nuls tel que $x \equiv y [4]$

a- Montrer que pour tout n de $\square^*$, on a : $n^x \equiv n^y [5]$

b- En déduire que pour tout n de $\square^*$, on a : $n^x \equiv n^y [10]$

4) Soient x et y deux entiers naturels tel que (x, y) est solution de l'équation (E)

Montrer que pour tout n de $\square^*$, les deux nombres n^x et n^y ont le même chiffre des unités dans l'écriture dans le système décimal.

EXERCICE 4 :(5.5 points)

n est un entier naturel non nul.

On considère la fonction numérique f_n définie sur $\square$ par : $f_n(x) = x + \frac{e^{-x}}{n}$

Soit (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$

2) a - Etudier la branche infinie de (C_n) au voisinage de $-\infty$.

b - Montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à la courbe (C_n) au voisinage de $+\infty$, puis déterminer la position relative de (C_n) et (D)

3) Etudier les variations de f_n et dresser son tableau de variations.

4) Construire la courbe (C_3) . (On prend $f_3(-0,6) \square 0$ et $f_3(-1,5) \square 0$ et $\ln 3 \square 1,1$)

- 0.25 5) a- Montrer que pour $n \geq 3$ on a : $\frac{e}{n} < \ln n$
- 1 b- Montrer que pour $n \geq 3$ l'équation $f_n(x) = 0$ admet exactement deux solutions x_n et y_n telles que : $x_n \leq -\ln n$ et $-\frac{e}{n} \leq y_n \leq 0$
- 0.5 c- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$

6) On considère la fonction numérique g définie sur $[0, +\infty[$ par : $\begin{cases} g(x) = -1 - x \ln x & ; x > 0 \\ g(0) = -1 \end{cases}$

0.25 a- Montrer que la fonction g est continue à droite au point 0

0.25 b- Vérifier que pour $n \geq 3$ on a : $g\left(\frac{-1}{x_n}\right) = \frac{\ln n}{x_n}$

0.25 c- En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{x_n}$

EXERCICE 5 : (4.5points)

On considère la fonction numérique F définie sur $[0,1]$ par :

$$F(0) = 1 \quad \text{et} \quad F(x) = \frac{1}{x} - \frac{\ln(1+2x)}{2x^2} \quad \text{si } x > 0$$

0.25 1) Soit x un élément de $[0,1]$; Montrer que pour tout t de $[0,x]$ on a : $\frac{1}{1+2x} \leq \frac{1}{1+2t} \leq 1$

2) Soit x un élément de $]0,1]$

0.5 a- Montrer que $F(x) = \frac{2}{x^2} \int_0^x \frac{t}{1+2t} dt$

0.75 b -Montrer que : $\frac{1}{1+2x} \leq F(x) \leq 1$ En déduire que la fonction F est continue à droite au point 0

0.75 3) En utilisant une intégration par parties, montrer que pour tout x de $[0,1]$ on a :

$$\int_0^x \frac{2t}{1+2t} dt = \frac{x^2}{1+2x} + 2 \int_0^x \left(\frac{t}{1+2t} \right)^2 dt$$

4) Soit x un élément de $]0,1]$

0.5 a- Montrer que $F'(x) = -\frac{4}{x^3} \int_0^x \left(\frac{t}{1+2t} \right)^2 dt$

0.75 b-Montrer que : $-\frac{4}{3} \leq F'(x) \leq \frac{-4}{3(1+2x)^2}$ (on pourra utiliser le résultat de la question 1))

0.75 c- En appliquant le théorème des accroissements finis à la fonction F sur $[0,x]$ montrer

que
$$\frac{-4}{3} \leq \frac{F(x) - F(0)}{x} \leq \frac{-4}{3(1+2x)^2}$$

0.25 d- Déduire que la fonction F est dérivable à droite en 0 en précisant son nombre dérivé à droite au point 0 .

FIN DE L'EPREUVE



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2012

عناصر الإجابة

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

9	المعامل	NR25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإنجاز	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعبة، أو المسلك

Répartir la note selon les étapes de la résolution

EXERCICE 1	3.5pts
I- 1)	Calcul de $I - A$ 0.25pts Calcul de A^2 0.5pts
2)	$A^{-1} = A + I$ 0.5pts
II- 1)	Vérification.....0.25pts
2)	* Loi de composition interne 0.5pts
3) a)	φ homomorphisme.....0.25pts φ bijective.....0.25pts
b)	$(I, *)$ groupe commutatif.....0.25pts
c)	Γ sous-groupe de $(I, *)$ 0.75pts (0.25 pts pour $\Gamma \neq \emptyset$; 0.25pts pour Γ partie stable et 0.25pts pour l'appartenance du symétrique à Γ)
EXERCICE 2	3.5pts
I- 1)	Détermination des deux racines....0.75pts
2) a)	Vérification de $z_1 z_2 = a^2 (i - 1)$ 0.25pts
b)	$\arg a = \frac{-3\pi}{8} \left[\frac{\pi}{2} \right] \Leftrightarrow z_1 z_2 \in \square$ 0.5pts
II- 1) a)	$A, \text{Det } M$ sont alignés $\Leftrightarrow (ic + 1)z + (ic - 1)\bar{z} = 2ic$ 0.5pts
b)	$(AD) \perp (OM) \Leftrightarrow (ic + 1)z - (ic - 1)\bar{z} = 0$ 0.5pts
2) a)	$h - (1 + i) = \frac{i}{c}(h - c)$ 0.75pts
b)	$(CH) \perp (BH)$ 0.25pts
EXERCICE 3	3pts
1) a)	Détermination du PGCD.....0.25pts Existence des solutions de (E) 0.25pts
b)	Résolution de l'équation (E) ...0.75pts (dont 0.25pts pour les étapes de la résolution)

الصفحة 2	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2012 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
2)	$n^{4k} \equiv 1 [5]$ 0.5pts	
3) a)	$n^x \equiv n^y [5]$ 0.5pts (dont 0.25pts pour le cas $n \equiv 0 [5]$)	
b)	$n^x \equiv n^y [10]$ 0.5pts (dont 0.25pts pour $n^x \equiv n^y [2]$)	
4)	les nombres n^x et n^y ont le même chiffre des unités ...0.25pts	
EXERCICE 4	5.5pts	
1)	Calcul des deux limites 0.5pts (0.25pts pour chaque limite)	
2) a)	Branche infinie au voisinage de $-\infty$ 0.5pts	
b)	Asymptote oblique 0.25pts Position relative 0.25pts	
3)	Calcul de $f_n'(x)$ 0.25pts Variations de f_n 0.25pts Tableau des variations de f_n 0.25pts	
4)	Construction de la courbe (C_3) 0.75pts	
5) a)	$\frac{e}{n} < \ln n$ 0.25pts	
b)	Existence et unicité de x_n 0.25pts Existence et unicité de y_n 0.75pts	
c)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = -\infty$ 0.5pts (0.25pts pour chaque limite)	
6) a)	Continuité de g à droite en 0 0.25pts	
b)	Vérification 0.25pts	
c)	Dédution de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{x_n} = -1$ 0.25pts	
EXERCICE 5	4.5pts:	
1)	Les deux inégalités 0.25pts	
2) a)	$F(x) = \frac{2}{x^2} \int_0^x \frac{t}{1+2t} dt$ 0.5pts	
b)	$\forall x \in]0,1]$, $\frac{1}{1+2x} \leq F(x) \leq 1$ 0.5pts Dédution de la continuité de F à droite en 0 0.25pts	
3)	Utilisation de l'intégration par parties 0.75pts	
4) a)	Calcul de $F'(x)$ 0.5pts	
b)	Encadrement de $F'(x)$ 0.75pts	
c)	$\frac{-4}{3} \leq \frac{F(x) - F(0)}{x} \leq \frac{-4}{3} \frac{1}{(1+2x)^2}$ 0.75pts	
d)	Dérivabilité de F à droite en 0 0.25pts	



GRAPHISOFT
ARCHICAD

VOLUME 1
20Hrs

PROGRAMME

- ° INTERFACE
- ° PRINCIPE DE BASE
- ° LES TOUCHES DE FONCTIONS
- ° DESSINS 2D
- ° TRAITEMENT DES CALQUES
- ° INSERTION EXTERNES

1000Hrs
PLACES LIMITÉES



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2012

الموضوع

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

9	المعامل	RS25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإنجاز	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعبة، أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures
 - L'épreuve comporte cinq exercices indépendants deux à deux.
 - Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat
- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques
 - Le deuxième exercice se rapporte aux nombres complexes
 - Le troisième exercice se rapporte à l'arithmétique
 - Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse
 - Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse

L'USAGE DES CALCULATRICES NON PROGRAMMABLES EST AUTORISE

L'usage de la couleur rouge n'est pas permis

Premier exercice : (3.5 points) Les deux parties I et II sont indépendantes

I- Pour tout a et b de l'intervalle $I = [1, +\infty[$ on pose: $a \perp b = (\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1)^2$

1) Montrer que $\perp$ est une loi de composition interne dans I

2) Montrer que la loi $\perp$ est commutative et associative.

3) Montrer que $(I, \perp)$ admet un élément neutre.

II- On rappelle que $(M_2(\square), +, \times)$ est un anneau unitaire.

On considère l'ensemble $E = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} x & 2(x-1) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / x \in \square^* \right\}$

1) Montrer que E est une partie stable de $(M_2(\square), \times)$

2) On considère l'application $\varphi: \square^* \rightarrow E$

$$x \mapsto M(x)$$

a - Montrer que φ est un isomorphisme de $(\square^*, \times)$ vers $(E, \times)$.

b - En déduire la structure de $(E, \times)$.

c- Montrer que l'ensemble $H = \left\{ \begin{pmatrix} 2^n & 2^{n+1} - 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / n \in \square \right\}$ est un sous groupe de $(E, \times)$

Deuxième exercice : (3.5 points) les parties I et II sont indépendantes

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

I- On considère dans l'ensemble $\square$ l'équation : (E) $z^2 - 4\left(1 + \frac{2}{3}i\right)z + \frac{5}{3} + 4i = 0$

1) a-Vérifier que $z_1 = 1 + \frac{2}{3}i$ est une solution de l'équation (E)

b- Montrer que la deuxième solution de l'équation (E) est $z_2 = 3z_1$

2) Soit θ un argument du nombre complexe z_1

Ecrire en fonction de θ la forme trigonométrique du nombre complexe $\frac{5}{3} + 4i$

II- On considère trois points distincts deux à deux A, B et Ω , d'affixes respectifs les

nombres complexes a , b et ω

Soit r la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{3}$. On pose $P = r(A)$ et $B = r(Q)$

et soient p et q les affixes respectifs des points P et Q

1) a- Montrer que : $p = \omega + e^{i\frac{\pi}{3}}(a - \omega)$ et $q = \omega + e^{-i\frac{\pi}{3}}(b - \omega)$

b-Montrer que : $\frac{1 - e^{i\frac{\pi}{3}}}{1 - e^{-i\frac{\pi}{3}}} = e^{i\frac{4\pi}{3}}$

c- Montrer que : $\frac{p - a}{q - b} = \frac{\omega - a}{\omega - b} e^{i\frac{4\pi}{3}}$

2) On suppose que $\frac{\omega - a}{\omega - b} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

a-Montrer que $APQB$ est un parallélogramme.

b- Montrer que $\arg\left(\frac{b-a}{p-a}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$, en déduire que $APQB$ est un rectangle.

Troisième exercice : (3 points)

1) a-Vérifier que le nombre 503 est premier.

b-Montrer que $7^{502} \equiv 1 [503]$; en déduire que $7^{2008} \equiv 1 [503]$

2) On considère dans $\mathbb{R}^2$ l'équation $(E) : 49x - 6y = 1$

Sachant que $(1,8)$ est une solution particulière de l'équation (E) ; résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'équation (E) en précisant les étapes de la résolution.

3) On pose $N = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^{2007}$

a-Montrer que le couple $(7^{2006}, N)$ est solution de l'équation (E)

b- Montrer que $N \equiv 0 [4]$ et $N \equiv 0 [503]$

c- En déduire que le nombre N est divisible par 2012

Quatrième exercice : (7.5 points)

I - Soit g la fonction numérique définie sur $[0, +\infty[$ par : $g(x) = \ln(1+x) - \frac{x}{1+x}$

1) Etudier les variations de g sur $[0, +\infty[$

- 0.5 2) En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$
- 1 II - Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$
- 0.5 1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
- 0.5 2) Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = e^x g(e^{-x})$
- 0.5 3) Dresser le tableau de variations de f
- 1 4) Construire la courbe (C) représentative de la fonction f et la courbe (C') représentative de la fonction $(-f)$ dans le même repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (on admet que $-0,7$ est une valeur approchée de l'abscisse du seul point d'inflexion de la courbe (C))
- 0.75 5) Montrer que pour tout x de l'intervalle $[-1, 0]$ on a : $0 < f'(x) \leq g(e)$
- 0.75 6) Montrer que l'équation $f(x) + x = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $-1 < \alpha < 0$
- 0.5 7) On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = -f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$
- 0.75 a-Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; -1 \leq u_n \leq 0$
- 0.5 b- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_{n+1} - \alpha| \leq g(e)|u_n - \alpha|$
- 0.25 c-En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; |u_n - \alpha| \leq (g(e))^n$
- 0.25 d- Sachant que $g(e) < 0,6$; calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- Cinquième exercice : (2.5 points)**
- On considère la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par : $F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$
- 0.25 1) Calculer $F(1)$
- 0.75 2)a-Montrer que F est dérivable sur $]0, +\infty[$ et calculer $F'(x)$
- 0.5 b- En déduire que pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$ on a : $F(x) = 0$
- 0.5 3) En utilisant une intégration par parties , montrer que :
- $(\forall x > 0) ; F(x) = \left(\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } \frac{1}{x} \right) \ln x - \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\text{Arc tan } t}{t} dt$
- 0.25 4) Montrer que : $(\forall x > 0) ; \text{Arc tan } \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} - \text{Arc tan } x$
- 0.25 5) Dédurre que : $(\forall x > 0) ; \ln x = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\text{Arc tan } t}{t} dt$



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2012

عناصر الإجابة

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

9	المعامل	RR25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإنجاز	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعبة أو المسلك

توزع النقطة الممنوحة لكل سؤال حسب مراحل الحل عند التصحيح

التمرين الأول:		3.5 نقطة
(1 - I)	قانون تركيب داخلي ن 0.5	
(2)	تبادلي ن 0.25 تجميعي ن 0.25	
(3)	العنصر المحايد ل (I, $\perp$) ن 0.25	
(1 - II)	E جزء مستقر من $(M_2(\square), \times)$ ن 0.5	
(2) أ -	φ تشاكل ن 0.25 φ تقابل ن 0.25	
ب -	$(E, \times)$ زمرة تبادلية ن 0.5	
ج -	H زمرة جزئية من $(E, \times)$ ن 0.75	
التمرين الثاني:		3.5 نقطة
(1 - I) أ -	التحقق ن 0.5	
ب -	z_2 حل للمعادلة ن 0.25	
(2)	الشكل المثلثي للعدد $\frac{5}{3} + 4i$ ن 0.5	
(1 - II) أ -	$p = \omega + e^{i\frac{\pi}{3}}(a - \omega)$ ن 0.25 $q = \omega + e^{-i\frac{\pi}{3}}(b - \omega)$ ن 0.25	
ب -	$\frac{1 - e^{i\frac{\pi}{3}}}{1 - e^{-i\frac{\pi}{3}}} = e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ن 0.25	
ج -	$\frac{p - a}{q - b} = \frac{\omega - a}{\omega - b} e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ن 0.5	
(2) أ -	APQB متوازي الأضلاع ن 0.25	
ب -	اثبات الموافقة ن 0.5 الاستنتاج ن 0.25	
التمرين الثالث:		3 نقط
(1) أ -	503 عدد أولي ن 0.25	
ب -	إثبات النتيجة ن 0.5 الاستنتاج ن 0.25	

(2)	حل المعادلة (E) 0.5 ن
(3) أ-	الزوج $(N, 7^{2006})$ حل للمعادلة (E) 0.25 ن
ب-	$N \equiv 0[4]$ 0.5 ن $N \equiv 0[503]$ 0.5 ن
ج-	N قابل للقسمة على 2012 0.25 ن
التمرين الرابع	7,5 نقطة
(1-I)	تغيرات الدالة g 0.5 ن
(2)	إشارة $g(x)$ على المجال $[0, +\infty[$ 0.5 ن
(1-II)	النهاية في $+\infty$ 0.5 ن النهاية في $-\infty$ 0.5 ن
(2)	$f'(x) = e^x g(e^{-x})$ 0.5 ن
(3)	جدول تغيرات f 0.5 ن
(4)	انشاء المنحنيين 1 ن (0.5 ن لكل منحنى)
(5)	$0 < f'(x) \leq g(e)$ 0.75 ن
(6)	وجود الحل 0.5 ن وحدانية الحل 0.25 ن
(7) أ-	$-1 \leq u_n \leq 0$ 0.5 ن
ب-	$ u_{n+1} - \alpha \leq g(e) u_n - \alpha $ 0.75 ن
ج-	$ u_n - \alpha \leq (g(e))^n$ 0.5 ن
د-	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ 0.25 ن
التمرين الخامس	2.5 نقطة
(1)	$F(1) = 0$ 0.25 ن
(2) أ-	قابلية اشتقاق F 0.25 ن حساب $F'(x)$ 0.5 ن
ب-	$F(x) = 0$ 0.5 ن
(3)	استعمال المكاملة بالأجزاء لإثبات المتساوية 0.5 ن
(4)	$\text{Arc tan } \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} - \text{Arc tan } x$ 0.25 ن
(5)	$\ln x = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\text{Arc tan } t}{t} dt$ 0.25 ن



Formation AUTOCAD

2020

PLACES LIMITÉS

FORMATION AUTOCAD

Cette formation en AutoCad a été préparée pour les **débutants** et les **professionnels** aussi. Grâce à cette formation vous serez **capable** à **manipuler** ce **logiciel** afin de **dessiner** toutes les sortes de structure **facilement** et **rapidement**. Un **nouveau** groupe AUTOCAD est en cours de constitution Si vous êtes **intéressez** veuillez nous **contacter**.

MARRAKECH



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.facebook.com/groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
الموضوع

9	المعامل	NS25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإمتحان	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعب (ة) أو المعلم

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants deux à deux.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques.
- Le deuxième exercice se rapporte à l'arithmétique.
- Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes.
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.

Les calculatrices non programmables sont autorisées

Premier exercice : (4 points) **Les deux parties sont indépendantes.**

Première partie : Dans l'anneau $(M_3(\square), +, \times)$ on considère les deux matrices suivantes :

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(On pose : $A^0 = I$ et $A^1 = A$ et $A^2 = A \times A$ et $A^{n+1} = A^n \times A$ pour tout n de $\square$)

0.5 1-Montrer que : $(\forall k \in \square) A^{2k} = I$

0.5 2-Montrer que A admet une matrice inverse A^{-1} que l'on déterminera.

Deuxième partie : Soit a un nombre réel.

Pour tout x et y de l'intervalle $I =]a, +\infty[$ on pose : $x * y = (x - a)(y - a) + a$

0.5 1-a) Montrer que $*$ est une loi de composition interne dans I

0.5 b) Montrer que la loi $*$ est commutative et associative.

0.5 c) Montrer que $(I, *)$ admet un élément neutre que l'on déterminera.

0.5 2-Montrer que $(I, *)$ est un groupe commutatif.

3-On considère l'application : $\varphi : I \rightarrow \square_+^*$
$$x \mapsto \frac{1}{x - a}$$

0.5 a) Montrer que φ est un isomorphisme de $(I, *)$ vers $(\square_+^*, \times)$

0.5 b) Résoudre dans l'ensemble I l'équation : $x^{(3)} = a^3 + a$ où $x^{(3)} = x * x * x$

Deuxième exercice : (2.5 points)

Soit N l'entier naturel dont l'écriture dans la base décimale est : $N = \underbrace{11\dots\dots 1}_{2010 \text{ fois } 1}$

0.25 1-Montre que le nombre N est divisible par 11

0.75 2-a) Vérifier que le nombre 2011 est premier et que $10^{2010} - 1 = 9N$

0.5 b) Montrer que le nombre 2011 divise le nombre $9N$

0.5 c) En déduire que le nombre 2011 divise le nombre N .

0.5 3- Montrer que le nombre N est divisible par 22121

Troisième exercice : (3.5points)

Première partie : Soit m un nombre complexe non nul. On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z : $(E_m) : z^2 + [(1-i)m - 4]z - im^2 - 2(1-i)m + 4 = 0$

1-Vérifier que le nombre $z_1 = -m + 2$ est solution de l'équation (E_m)

2-Soit z_2 la deuxième solution de l'équation (E_m)

a) Montrer que : $z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow im^2 + 2(1-i)m - 3 = 0$

b) Déterminer les deux valeurs de m pour lesquelles on a : $z_1 z_2 = 1$

Deuxième partie : Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, On considère l'application S qui au point M , d'affixe z , fait correspondre le point M' d'affixe z' tel que : $z' - 1 = -(z - 1)$ et la rotation R de centre le point Ω d'affixe $(1+i)$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$, et soit z'' l'affixe du point $M'' = R(M)$.

1-a) Montrer que l'application S est la symétrie centrale de centre le point d'affixe 1.

b) Montrer que : $z'' = iz + 2$.

2-Soit A le point d'affixe 2. On suppose que le point M est distinct du point O origine du repère.

a) Calculer : $\frac{z'' - 2}{z' - 2}$, en déduire la nature du triangle $AM'M''$.

b) Déterminer l'ensemble des points M pour lesquels les points A, Ω, M' et M'' sont cocycliques.

Quatrième exercice : (6.5points)

Première partie : Etude des solutions positives de l'équation $(E) : e^x = x^n$ avec n un entier naturel non nul.

On considère la fonction numérique f définie sur l'ensemble $D = [0, 1[\cup]1, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x}{\ln x} \quad \text{si } x \neq 0 \text{ et } f(0) = 0 \text{ et soit } (C) \text{ sa courbe représentative dans le plan rapporté à}$$

un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- Vérifier que pour tout x de l'ensemble $]0, 1[\cup]1, +\infty[$ on a : $e^x = x^n \Leftrightarrow n = f(x)$

2- Montrer que la fonction f est dérivable à droite en 0.

3-Calculer les limites : $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ensuite interpréter graphiquement les résultats obtenus.

4-Etudier les variations de la fonction f sur chacun des intervalles $[0, 1[$ et $]1, +\infty[$ puis donner son tableau de variations.

5-Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

6- Représenter graphiquement (C) .

7-Montrer que pour $n \geq 3$, l'équation (E) admet exactement deux solutions a_n et b_n tel que : $1 < a_n < e < b_n$

Deuxième partie : Etude des deux suites $(a_n)_{n \geq 3}$ et $(b_n)_{n \geq 3}$

- 0.5 1-Montrer que : $(\forall n \geq 3) \quad b_n \geq n$, en déduire la limite de la suite $(b_n)_{n \geq 3}$
- 0.5 2-a) Montrer que la suite $(a_n)_{n \geq 3}$ est décroissante, en déduire qu'elle est convergente.
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \geq 3) \quad \frac{1}{n} < \ln(a_n) < \frac{e}{n}$, en déduire la limite de la suite $(a_n)_{n \geq 3}$
- 0.5 c) Montrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n^n = e$

Cinquième exercice : (3.5points)

On considère la fonction numérique F définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $F(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{-t^2} dt$

- 0.5 1-a) Montrer que : $(\forall x \geq 0) \quad 0 \leq F(x) \leq x e^{-x^2}$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall x \geq 1) \quad e^{-x^2} \leq e^{-x}$ en déduire la limite de la fonction F en $+\infty$
- 0.5 2-Montrer que la fonction F est dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et que :
- $$(\forall x \geq 0) \quad F'(x) = e^{-2x^2} - 2xF(x)$$

3-On considère la fonction numérique G définie sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$\begin{cases} G(x) = F(\tan x) ; & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

- 0.25 a) Montrer que la fonction G est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$
- 0.75 b) Montrer qu'il existe un réel c de l'intervalle $]0; +\infty[$ tel que : $F'(c) = 0$
- et que : $F(c) = \frac{e^{-2c^2}}{2c}$

(On pourra appliquer le théorème de ROLLE à la fonction G sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$)

4-On considère la fonction numérique H définie sur $]0; +\infty[$ par : $H(x) = F'(x) \frac{e^{x^2}}{2x}$

- 0.5 a) Montrer que la fonction H est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$
- 0.5 b) En déduire que c est unique, puis donner le tableau de variation de F .

FIN

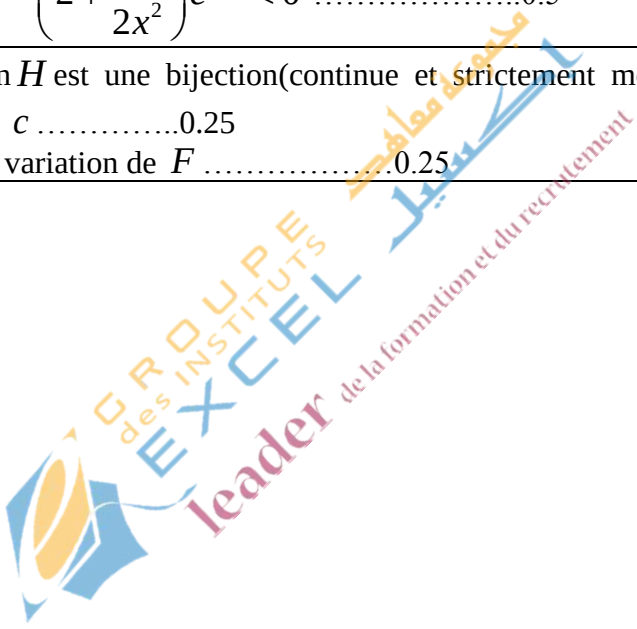


الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
عناصر الإجابة

9	المعامل	NR25	الرياضيات	المادة
4	مذلة الإفجاز		شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعب (ة) أو المصطلح

Premier exercice	4points
Première partie :1-	Réurrence.....0.5
2-	$A^{-1} = A$ 0.5
Deuxième partie :1-a)	* loi de composition interne.....0.5
b)	* commutative.....0.25 * associative.....0.25
c)	l'élément neutre est : $e = a + 1$ 0.5
2-	le symétrique de x est $x' = a + \frac{1}{x-a}$ 0.25 $(I,*)$ groupe commutatif.....0.25
3-a)	φ bijective.....0.25 φ Homomorphisme.....0.25
b)	La solution de l'équation est : $x = 2a$ si $a \geq 0$ et pas de solution si $a < 0$ 0.5
Deuxième exercice	2.5points
1-	Divisibilité de N par 11.....0.25
2-a)	2011 est premier.....0.5 $10^{2010} - 1 = 9N$ 0.25
b)	Le théorème de Fermat :2011 divise $10^{2010} - 1$ 0.5
c)	Application du théorème de gauss 0.5
3-	22121=11x2011 ; 11et2011 premier entre eux.....0.5
Troisième exercice	3.5points
Première partie :1-	vérification.....0.5
2-a)	L'équivalence.....0.5
b)	Les deux valeurs de m sont : $\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right) + i\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$ et $\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right) + i\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$ 1
Deuxième partie :1-a)	0.25

الصفحة 2 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2011 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
b)	$z'' - (1+i) = i(z - (1+i))$ 0.25	
2-a)	$\frac{z'' - 2}{z' - 2} = -i$ 0.25 $AM'M''$ est un triangle isocèle et rectangle en A 0.25	
b)	La droite d'équation : $x = 1$ 0.5	
Quatrième exercice 6.5points		
Première partie :1-	Vérification.....0.25	
2-	Dérivabilité de la fonction à droite en 0.....0.5	
3-	Pour chaque une des 4 limites 0.25 Pour chaque une des deux interprétations.....0.25	
4-	Le calcul de $f'(x)$ 0.25 Variation de la fonction.....0.25 Tableau de variation 0.25	
5-	Le point d'inflexion est : $\left(e^2; \frac{e^2}{2}\right)$ 0.5	
6-	Représentation graphique.....0.5	
7-	Existence et unicité de a_n et $1 < a_n < e$ 0.25 Existence et unicité de b_n et $b_n > e$ 0.25	
Deuxième partie :1-	$(\forall n \geq 3) b_n \geq n$ 0.25 $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = +\infty$ 0.25	
2-a)	La suite $(a_n)_{n \geq 3}$ est décroissante.....0.25 La suite $(a_n)_{n \geq 3}$ est convergente.....0.25	
b)	Encadrement de $\ln(a_n)$ 0.25 Dédution : $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$ 0.25	
c)	Dédution.....0.5	
Cinquième exercice 3.5points		
1-a)	L'encadrement de $F(x)$ 0.5	
b)	$(\forall x \geq 1) e^{-x^2} \leq e^{-x}$ 0.25 Dédire que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$ 0.25	
2-	Dérivabilité de F 0.25 Calcul de $F'(x)$ 0.25	
3-a)	Continuité de la fonction G à gauche en $\frac{\pi}{2}$ 0.25 Toute solution plausible est acceptée.	

الصفحة 3 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2011 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$ donc..... Ou pour $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$ on a : $0 \leq G(x) = F(\tan x) \leq \tan(x)e^{-\tan x}$ donc.....
b)		-Application du théorème de ROLLE :il existe $c_1 \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $G'(c_1) = (1 + \tan^2(c_1))F'(\tan c_1) = 0$ 0.25 -Il existe $c \in]0, +\infty[$ tel que $F'(c) = 0$ ($c = \tan c_1$) 0.25 - $F(c) = \frac{e^{-2c^2}}{2c}$ 0.25
4-a)		La fonction H est dérivable sur $]0, +\infty[$ et $H'(x) = -\left(2 + \frac{1}{2x^2}\right)e^{-x^2} < 0$ 0.5
b)		La fonction H est une bijection(continue et strictement monotone) et $H(c) = 0$ d'où l'unicité de c 0.25 Tableau de variation de F 0.25
		



Technicien
Spécialisé



GESTION D'ENTREPRISE

Durée de formation : 2ans



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
الموضوع

9	المعامل	RS25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإنجاز	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعب (ة) أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices tous indépendants deux à deux.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
 - Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques.
 - Le deuxième exercice se rapporte à l'arithmétique.
 - Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes.
 - Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.
 - Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.

Les calculatrices non programmables sont autorisées

Premier exercice : (3.5 points)

Pour tout x et y de l'intervalle $I =]0,1[$ on pose : $x * y = \frac{xy}{xy + (1-x)(1-y)}$

- 0.5 1-a) Montrer que $*$ est une loi de composition interne dans I
- 0.5 b) Montrer que la loi $*$ est commutative et associative.
- 0.5 c) Montrer que $(I, *)$ admet un élément neutre que l'on déterminera.
- 0.5 2- Montrer que $(I, *)$ est un groupe commutatif.
- 3- On considère les deux ensembles $H = \{2^n / n \in \mathbb{N}\}$ et $K = \left\{ \frac{1}{1+2^n} / n \in \mathbb{N} \right\}$
- 0.5 a) Montrer que H est un sous-groupe de $(\mathbb{Q}_+, \times)$
- 0.5 b) On considère l'application : $\varphi : H \rightarrow I$
- $$x \mapsto \frac{1}{1+x}$$
- montrer que φ est un homomorphisme de $(H, \times)$ vers $(I, *)$
- 0.5 c) En déduire que K est un sous-groupe de $(I, *)$

Deuxième exercice : (2.5 points)

Soit x un nombre entier naturel tel que : $10^x \equiv 2 \pmod{19}$

- 0.25 1- a) vérifier que : $10^{x+1} \equiv 1 \pmod{19}$
- 0.5 b) Montrer que : $10^{18} \equiv 1 \pmod{19}$
- 2- Soit d le plus grand diviseur commun des deux nombres 18 et $x+1$
- 0.75 a) Montrer que : $10^d \equiv 1 \pmod{19}$
- 0.5 b) Montrer que : $d = 18$
- 0.5 c) En déduire que : $x \equiv 17 \pmod{18}$

Troisième exercice : (4 points)

Première partie : On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E) \quad z^3 - (1+2i)z^2 + 3(1+i)z - 10(1+i) = 0$$

- 0.5 1- Vérifier que $-2i$ est une solution de l'équation (E)
- 0.5 2- Déterminer les deux nombres complexes α et β tels que :
- $$(\forall z \in \mathbb{C}) \quad z^3 - (1+2i)z^2 + 3(1+i)z - 10(1+i) = (z+2i)(z^2 + \alpha z + \beta)$$
- 0.5 3-a) Déterminer les deux racines carrées du nombre $5-12i$
- 0.5 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

Deuxième partie : Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct.

On considère les points A et B et C d'affixes respectifs $a = -1+3i$ et $b = -2i$ et $c = 2+i$

- 0.5 1- Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C

2-On considère la rotation R_1 de centre B et dont une mesure de l'angle est $\frac{\pi}{3}$ et la rotation R_2 de centre A et dont une mesure de l'angle est $\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$. Soit M un point du plan complexe d'affixe z et M_1 son image par la rotation R_1 et M_2 son image par la rotation R_2 .

- 0.5 a) Vérifier que l'expression complexe de la rotation R_1 est : $z' = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z - \sqrt{3} - i$
- 0.5 b) Déterminer z_2 l'affixe de M_2 en fonction de z
- 0.5 c) En déduire que I , le milieu du segment $[M_1M_2]$, est un point fixe.

Quatrième exercice : (6 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x + \ln x$

et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(On prendra $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$)

- 1 1- calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$
- 0.25 2-a) Dresser le tableau de variations de la fonction f
- 0.75 b) Montrer que f est une bijection de l'intervalle $]0, +\infty[$ vers un intervalle J que l'on déterminera puis dresser le tableau de variation de la bijection réciproque f^{-1}
- 0.75 3) Calculer $f(1)$ et $f(e)$ puis construire (C) et (C') la courbe représentative de f^{-1} dans le même repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- 0.5 4- a) Calculer l'intégrale $\int_1^{e+1} f^{-1}(x) dx$ (on posera : $t = f^{-1}(x)$)
- 0.5 b) En déduire l'aire du domaine plan limité par (C') et les droites d'équations : $x = 1$; $x = e + 1$ et $y = x$
- 5- Pour tout entier naturel non nul n , on considère l'équation : $(E_n) \quad x + \ln x = n$
- 0.25 a) Montrer que l'équation (E_n) admet une solution unique x_n .
- 0.5 b) Déterminer la valeur de x_1 puis montrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty$
- 0.5 6-a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad f(x_n) \leq f(n)$ en déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad x_n \leq n$
- 0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad n - \ln(n) \leq x_n$
- 0.5 c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_n - n}{n}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_n}{n - \ln(n)}$

Cinquième exercice : (4 points)

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n}$$

0.5 1-Montrer que pour $n \geq 2$ il existe un réel unique α_n de l'intervalle $]0,1[$ tel que : $f_n(\alpha_n) = 0$

0.75 2-Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante en déduire qu'elle est convergente.

(On pose : $\ell = \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$)

0.5 3-a)Vérifier que pour $t \neq 1$ on a : $1 + t + t^2 + \dots + t^{n-1} = \frac{1}{1-t} - \frac{t^n}{1-t}$

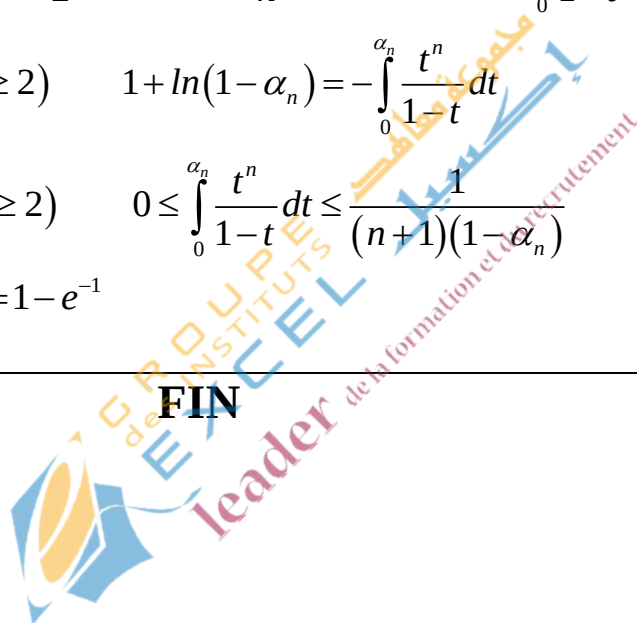
0.5 b) En déduire que : $\alpha_n + \frac{\alpha_n^2}{2} + \dots + \frac{\alpha_n^n}{n} = -\ln(1 - \alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t} dt$

0.5 4-a) Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad 1 + \ln(1 - \alpha_n) = - \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t} dt$

0.5 b) Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad 0 \leq \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t} dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$

0.75 c) En déduire que : $\ell = 1 - e^{-1}$

FIN





الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2012

عناصر الإجابة

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

9	المعامل	RR25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإنجاز	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعبة أو المسلك

توزع النقطة الممنوحة لكل سؤال حسب مراحل الحل عند التصحيح

التمرين الأول:		3.5 نقطة
(1 - I)	قانون تركيب داخلي ن 0.5	
(2)	تبادلي ن 0.25 تجميعي ن 0.25	
(3)	العنصر المحايد ل (I, $\perp$) ن 0.25	
(1 - II)	E جزء مستقر من $(M_2(\square), \times)$ ن 0.5	
(2) أ -	φ تشاكل ن 0.25 φ تقابل ن 0.25	
ب -	$(E, \times)$ زمرة تبادلية ن 0.5	
ج -	H زمرة جزئية من $(E, \times)$ ن 0.75	
التمرين الثاني:		3.5 نقطة
(1 - I) أ -	التحقق ن 0.5	
ب -	z_2 حل للمعادلة ن 0.25	
(2)	الشكل المثلثي للعدد $\frac{5}{3} + 4i$ ن 0.5	
(1 - II) أ -	$p = \omega + e^{i\frac{\pi}{3}}(a - \omega)$ ن 0.25 $q = \omega + e^{-i\frac{\pi}{3}}(b - \omega)$ ن 0.25	
ب -	$\frac{1 - e^{i\frac{\pi}{3}}}{1 - e^{-i\frac{\pi}{3}}} = e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ن 0.25	
ج -	$\frac{p - a}{q - b} = \frac{\omega - a}{\omega - b} e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ن 0.5	
(2) أ -	APQB متوازي الأضلاع ن 0.25	
ب -	اثبات الموافقة ن 0.5 الاستنتاج ن 0.25	
التمرين الثالث:		3 نقط
(1) أ -	503 عدد أولي ن 0.25	
ب -	إثبات النتيجة ن 0.5 الاستنتاج ن 0.25	

(2)	حل المعادلة (E) 0.5 ن
(3) أ-	الزوج $(N, 7^{2006})$ حل للمعادلة (E) 0.25 ن
ب-	$N \equiv 0[4]$ 0.5 ن $N \equiv 0[503]$ 0.5 ن
ج-	N قابل للقسمة على 2012 0.25 ن
التمرين الرابع	7,5 نقطة
(1-I)	تغيرات الدالة g 0.5 ن
(2)	إشارة $g(x)$ على المجال $[0, +\infty[$ 0.5 ن
(1-II)	النهاية في $+\infty$ 0.5 ن النهاية في $-\infty$ 0.5 ن
(2)	$f'(x) = e^x g(e^{-x})$ 0.5 ن
(3)	جدول تغيرات f 0.5 ن
(4)	انشاء المنحنيين 1 ن (0.5 ن لكل منحنى)
(5)	$0 < f'(x) \leq g(e)$ 0.75 ن
(6)	وجود الحل 0.5 ن وحدانية الحل 0.25 ن
(7) أ-	$-1 \leq u_n \leq 0$ 0.5 ن
ب-	$ u_{n+1} - \alpha \leq g(e) u_n - \alpha $ 0.75 ن
ج-	$ u_n - \alpha \leq (g(e))^n$ 0.5 ن
د-	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ 0.25 ن
التمرين الخامس	2.5 نقطة
(1)	$F(1) = 0$ 0.25 ن
(2) أ-	قابلية اشتقاق F 0.25 ن حساب $F'(x)$ 0.5 ن
ب-	$F(x) = 0$ 0.5 ن
(3)	استعمال المكاملة بالأجزاء لإثبات المتساوية 0.5 ن
(4)	$\text{Arc tan } \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} - \text{Arc tan } x$ 0.25 ن
(5)	$\ln x = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\text{Arc tan } t}{t} dt$ 0.25 ن

leader
de la formation et du recrutement



إجازة مهنية

LICENCE professionnelle

ماستر

MASTER



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



[WWW.groupeexcel.ma](http://www.groupeexcel.ma)



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع

9	المعامل:	NS25	الرياضيات	المادة:
4	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعب(ة) أو المسلك:

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants deux à deux.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques .
- Le deuxième exercice se rapporte aux nombres complexes .
- Le troisième exercice se rapporte à l'arithmétique .
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.

Les calculatrices programmables sont strictement interdites

Exercice 1 : (3,5 points) **Les partis I et II sont indépendantes.**

I - On munit l'ensemble $I =]0, +\infty[$ de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$(\forall (a, b) \in I \times I) \quad a * b = e^{\ln(a) \cdot \ln(b)}$$

1) Montrer que la loi $*$ est commutative et associative dans I .

2) Montrer que la loi $*$ admet un élément neutre ε que l'on déterminera.

3) a-Montrer que $(I \setminus \{1\}, *)$ est un groupe commutatif.

($I \setminus \{1\}$ désigne l'ensemble I privé de 1).

b-Montrer que $]1, +\infty[$ est un sous-groupe de $(I \setminus \{1\}, *)$.

4) On munit I de la loi de composition interne $\times$ ($\times$ est la multiplication dans $\mathbb{R}$)

a-Montrer que la loi $*$ est distributive par rapport à la loi $\times$

b-Montrer que $(I, \times, *)$ est un corps commutatif.

II - On considère la matrice : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

1) Calculer A^2 et A^3

2) En déduire que la matrice A est non inversible.

Exercice 2 : (3,5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1) a-Déterminer les deux racines carrées du nombre complexe $3 + 4i$

b-Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $(E) : 4z^2 - 10iz - 7 - i = 0$

2) Soient a et b les solutions de l'équation (E) avec $\text{Re}(a) < 0$ et soient A et B leurs points images respectifs dans le plan complexe.

a-Vérifier que : $\frac{b}{a} = 1 - i$

b- En déduire que le triangle AOB est rectangle et isocèle en A .

3) Soient C un point du plan différent du point A ayant pour affixe c et D l'image du point B par la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$; et soit L l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AO}$.

a-Déterminer en fonction de c le nombre complexe d affixe du point D

b-Déterminer en fonction de c le nombre complexe ℓ affixe du point L

c-Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\frac{\ell - c}{a - c}$; en déduire la nature du triangle ACL .

Exercice 3 : (3 points)

- 1) Déterminer tous les nombres entiers naturels m tels que : $m^2 + 1 \equiv 0 \pmod{5}$
- 2) Soit p un nombre premier tel que $p = 3 + 4k$ où k est un nombre entier naturel .
 Soit n un nombre entier naturel tel que : $n^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$
- 0,25 a- Vérifier que : $(n^2)^{1+2k} \equiv -1 \pmod{p}$
- 0,5 b- Montrer que n et p sont premiers entre eux.
- 0,75 c- En déduire que : $(n^2)^{1+2k} \equiv 1 \pmod{p}$
- 0,5 d- Déduire de ce qui précède qu'il n'existe pas d'entier naturel n vérifiant : $n^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$

Exercice 4 : (6.25 points)

I- On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $f(x) = 4xe^{-x^2}$

Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 0,5 1) Calculer la limite de f en $+\infty$
- 0,75 2) Etudier les variations de f sur l'intervalle $[0; +\infty[$ puis donner son tableau de variations.
- 0,75 3) Déterminer l'équation de la demi-tangente à la courbe (C) à l'origine du repère
 puis construire la courbe (C) . (on prend $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ et on admet que le point
 d'abscisse $\sqrt{\frac{3}{2}}$ est un point d'inflexion de la courbe (C))
- 0,5 4) Calculer l'intégrale $a = \int_0^1 f(x) dx$ puis en déduire, en centimètre carré, l'aire de la
 partie plane limitée par la courbe (C) , les deux axes du repère et la droite d'équation $x = 1$

II) Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2 .

On considère la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $f_n(x) = 4x^n e^{-x^2}$

- 0,25 1) a- Montrer que : $(\forall x > 1) \quad e^{-x^2} < e^{-x}$
- 0,25 b- En déduire la limite de f_n quand x tend vers $+\infty$
- 0,75 2) Etudier les variations de la fonction f_n sur l'intervalle $[0; +\infty[$ puis donner son tableau de variations.
- 0,5 3) Montrer qu'il existe un nombre réel unique u_n de l'intervalle $]0, 1[$ tel que : $f_n(u_n) = 1$
- 0,25 4) a- Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad f_{n+1}(u_n) = u_n$

0,75 b-montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ est strictement croissante, en déduire qu'elle est convergente.

4) On pose : $\ell = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

0,25 a-Montrer que : $0 < \ell \leq 1$

0,25 b-Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad -\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n}$

0,5 c-En déduire que : $\ell = 1$

Exercice 5 : (3.75 points)

On considère la fonction numérique F définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $F(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{\ln(1+t^2)} dt$

0,25 1) Montrer que F est impaire.

2) Pour tout réel x de l'intervalle $]0, +\infty[$ on pose : $\phi(x) = \int_1^x \frac{1}{\ln(1+t^2)} dt$

0,25 a-Vérifier que : $(\forall x > 0) \quad F(x) = \phi(2x) - \phi(x)$

0,5 b-Montrer que F est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$ puis calculer $F'(x)$ pour $x > 0$.

0,5 c-En déduire le sens de variations de la fonction F sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

0,5 3) a-En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que :

$$(\forall x > 0) \quad (\exists c \in]x, 2x[) : F(x) = \frac{x}{\ln(1+c^2)}$$

0,25 b- En déduire que : $(\forall x > 0) \quad \frac{x}{\ln(1+4x^2)} < F(x) < \frac{x}{\ln(1+x^2)}$

0,75 c-Déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$

d-Montrer que : $F(\sqrt{e-1}) < \sqrt{e-1}$ et $F\left(\frac{\sqrt{e-1}}{2}\right) > \frac{\sqrt{e-1}}{2}$

0,75 en déduire que l'équation $F(x) = x$ admet une solution unique dans $]0, +\infty[$.



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
عناصر الإجابة



الصفحة
1
3

المادة:	الرياضيات	NR25	المعامل:	9
الشعب(ة): أو المسلك:	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		مدة الإنجاز:	4

التمرين الأول (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1-I)	القانون * تبادلي 0.25ن القانون * تجميعي 0.25ن
(2)	العنصر المحايد : $\varepsilon = e$ 0.25ن
(3) أ-	$I \setminus \{1\}$ جزء مستقر من $(I, *)$ 0.25 القانون المستخلص من * تبادلي وتجميعي ويقبل ε كعنصر محايد في $I \setminus \{1\}$ 0.25 جميع عناصر $I \setminus \{1\}$ تقبل مماثلا في $I \setminus \{1\}$ 0.25
ب-	تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية 0.25
(4) أ-	$a * (b \times c) = (a * b) \times (a * c)$ 0.25
ب-	$(I, \times)$ زمرة تبادلية عنصرها المحايد هو 1 0.25 القانون * توزيعي بالنسبة للقانون $\times$ و $(I \setminus \{1\}, *)$ زمرة تبادلية 0.25
(1-II)	نجد : $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 0.25 و $A^3 = O$ 0.25
(2)	إذا كانت A تقبل مقلوبا نستنتج أن $A^2 = O$ و هذا تناقض 0.5 ن
التمرين الثاني (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1) أ-	الجزران المربعان هما $2+i$ و $-2-i$ 0.25
ب-	حلا المعادلة هما : $-\frac{1}{2} + i$ و $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ 0.5
(2) أ-	 0.25
ب-	 0.75
(3) أ-	نحصل على : $d = (1-i)c - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ 0.5

الصفحة 2 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - عناصر الإجابة: مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		ب- نحصل على : $\ell = (1-i)c - 1 - \frac{1}{2}i$ 0.5
		ج- نحصل على : $\frac{\ell - c}{a - c} = i$ 0.25 ثم نستنتج أن: - المثلث ACL متساوي الساقين رأسه C 0.25 - المثلث ACL قائم الزاوية في C 0.25
		التمرين الثالث (3 نقط)
		نجد $m \equiv 2 [5]$ أو $m \equiv 3 [5]$ 1
		(2) أ- لدينا : $[p] \equiv -1$ إذن $n^2 \equiv -1$ 0.25 $(n^2)^{1+2k} \equiv (-1)^{1+2k} [p]$ 0.25
		ب- لدينا $[p] \equiv n^2 + 1$ إذن : $kp - n^2 = 1$ ($\exists k \in \mathbb{Z}$) وحسب مبرهنة بوزو 0.5
		ج- حسب مبرهنة فيرما وكون : $p - 1 = 2 + 4k$ 0.75
		د- من الأسئلة السابقة نستنتج أن : $[p] \equiv -1$ و $1 \equiv -1$ عدد أولي فردي و هذا تناقض 0.5
		التمرين الرابع (6.25 نقط)
		عناصر الإجابة
		1-I $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ 0.5
		(2) f تزايدية على المجال $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right]$ 0.5 جدول تغيرات f 0.25
		(3) معادلة نصف المماس 0.25 إنشاء (C) 0.5
		(4) نحصل على $a = 2\left(\frac{e-1}{e}\right)$ 0.25 مساحة الحيز المستوي هي : $8\left(\frac{e-1}{e}\right)cm^2$ 0.25
		1-II أ- 0.25
		ب- لدينا : $0 < x^n e^{-x^2} < x^n e^{-x}$ ($\forall x > 1$) ونحصل على $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$ 0.25
		(2) f_n تزايدية على المجال $\left[0, \sqrt{\frac{n}{2}}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\sqrt{\frac{n}{2}}, +\infty\right]$ 0.5 جدول تغيرات f_n 0.25
		(3) لدينا : $f_n(0) = 0 < 1$ و $f_n(1) = \frac{4}{e} > 1$ و f_n متصلة و رتيبة قطعاً على المجال $[0, 1]$ 0.5
		(4) أ- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = 4u_n^{n+1}e^{-u_n^2} = u_n$ 0.25
		ب- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = u_n < 1 = f_{n+1}(u_{n+1})$ و f_{n+1} و f_{n+1} تزايدية قطعاً على المجال $[0, 1]$ إذن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً 0.5

الصفحة 3 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - عناصر الإجابة: مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً و مكبورة بالعدد 1 إذن متقاربة 0.25
	أ- (5)	لدينا : $0 \leq \ell \leq 1$ و $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً إذن $u_n > u_2 > 0$ $(\forall n > 2)$ 0.25
	ب-	لدينا : $f_n(u_n) = 1$ تكافئ $\ln(4) + n \ln(u_n) = u_n^2$ وبما أن: $0 < u_n < 1$ 0.25
	ج-	لدينا : $(\forall n \geq 2) \quad -\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n}$ والدالة $x \rightarrow \ln(x)$ متصلة على $]0,1]$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ عندما n تؤول إلى $+\infty$ نحصل على $\ln(\ell) = 0$ 0.5 و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى
		التمرين الخامس (3.75 نقط) عناصر الإجابة
	(1)	الدالة F فردية 0.25
	أ- (2)	0.25
	ب-	الدالة φ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ أو الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ متصلة على المجال $]0, +\infty[$ والدالتين $u: x \rightarrow 2x$ و $v: x \rightarrow x$ قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}_+$ و $u(\mathbb{R}_+) = \mathbb{R}_+$ و $v(\mathbb{R}_+) = \mathbb{R}_+$ 0.25 و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى لدينا $F'(x) = \frac{2}{\ln(1+4x^2)} - \frac{1}{\ln(1+x^2)}$ 0.25
	ج-	الدالة تناقصية قطعاً على المجال $]0, \sqrt{2}]$ و تزايدية قطعاً على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$ 0.5
	أ- (3)	لدينا : $F(x) = \varphi(2x) - \varphi(x)$ $(\forall x > 0)$ حيث φ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ ثم نطبق مبرهنة التزايدات المنتهية 0.5
	ب-	الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ تناقصية قطعاً على $[x, 2x]$ 0.5
	ج-	نجد: $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = 0$ و تمنح 0.25 لكل نهاية
	د-	تمنح 0.25 لكل متفاوتة لدينا $F(x) < x$ $(\forall x > \sqrt{e-1})$ و $F(x) > x$ $(\forall x < \frac{\sqrt{e-1}}{2})$ ويوجد عدد وحيد α من المجال $\left[\frac{\sqrt{e-1}}{2}, \sqrt{e-1}\right]$ بحيث $F(\alpha) = \alpha$ 0.25

Privé

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader
de la formation et du recrutement

BTP



- TS. Génie civil et Travaux Gros Œuvres
- TS. Dessinateur Métreur en Bâtiment
- T. Dessinateur en Bâtiment
- T. Chef de chantier



MÉDIA

- Audiovisuel
- Développement Multimedia
- Infographie
- Journalisme



SANTÉ

- TS. Orthophoniste
- TS. de Laboratoire
- TS. en Radiologie
- I. Anesthésiste Réanimateur
- Kinésithérapeute
- Opticien Optométriste
- Prothésiste Dentaire
- Sage Femme
- Infirmiers



COMMERCE & GESTION



- Gestion D'entreprise
- Gestion Informatisée
- Assistant Comptable
- Action Commerciale et Marketing
- Commerce International



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma

FORMATION DIPLOMANTE



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الإستدراكية 2010
الموضوع

9	المعامل:	RS25	الرياضيات	المادة:
4	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعب(ة) أو المسلك:

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte trois exercices et un problème tous indépendants deux à deux.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
 - Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques .
 - Le deuxième exercice se rapporte aux nombres complexes .
 - Le troisième exercice se rapporte au calcul des probabilités .
 - Le problème se rapporte à l'analyse.

Les calculatrices programmables sont strictement interdites.

Exercice 1 : (3 points)

On rappelle que $(M_3(\square), +, \times)$ est un anneau unitaire non commutatif.

On considère l'ensemble $E = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ x^2 & 2x & 1 \end{pmatrix} / x \in \square \right\}$

1) Montrer que E est une partie stable de $(M_3(\square), \times)$

2) a-Montrer que l'application φ qui à tout nombre réel x associe la matrice $M(x)$ est un isomorphisme de $(\square, +)$ vers $(E, \times)$.

b- en déduire que $(E, \times)$ est un groupe commutatif.

c- Pour x réel, déterminer $M^{-1}(x)$ l'inverse de la matrice $M(x)$

d- résoudre dans l'ensemble E l'équation $A^5 X = B$ où $A = M(2)$ et $B = M(12)$

et $A^5 = \underbrace{A \times \dots \times A}_{5 \text{ fois}}$

3) Montrer que l'ensemble $F = \{ M(\ln(x)) / x \in \square^* \}$ est sous-groupe de $(E, \times)$

Exercice 2 : (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

1) On considère dans l'ensemble $\square$ l'équation : $(E) \quad z^2 - 4iz - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$

a- vérifier que le nombre $a = 1 + i(2 - \sqrt{3})$ est une solution de l'équation (E)

b- En déduire b la deuxième solution de l'équation (E)

2) a-Montrer que : $a^2 = 4(2 - \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{6}}$

b- Ecrire a sous forme trigonométrique

3) On considère les points A, B et C dont les affixes sont respectivement a, b et $c = 2i + 2e^{i\frac{\pi}{7}}$

Soit (Γ) le cercle de diamètre $[AB]$

a- Déterminer ω , l'affixe du point Ω centre du cercle (Γ)

b- Montrer que les points O et C appartiennent au cercle (Γ)

c- Montrer que le nombre complexe $\frac{c-a}{c-b}$ est imaginaire pur.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 10 boules blanches et deux boules rouges.

On extrait les boules de l'urne l'une après l'autre et sans remise jusqu'à l'obtention pour la première fois d'une boule blanche, puis on arrête l'expérience.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boule tirée.

1) a-Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X

b-calculer la probabilité de l'événement $[X = 1]$

0.5	c-Montrer que : $p[X = 2] = \frac{5}{33}$
0.5	d-calculer la probabilité de l'événement $[X = 3]$
0.5	2) a-Montrer que l'espérance mathématique de la variable aléatoire X est : $E(X) = \frac{13}{11}$
0.75	b-Calculer $E(X^2)$, et en déduire la valeur de la variance $V(X)$ de la variable aléatoire X .

Problème : (10 points)

I- On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I = [0,1]$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{1 - \ln(1-x)} & ; \quad 0 \leq x < 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- | | |
|------|--|
| 0.5 | 1) Montrer que f est continue à gauche au point 1. |
| 0.5 | 2) Etudier la dérivabilité de f à gauche au point 1. |
| 0.75 | 3) Etudier les variations de la fonction f sur l'intervalle I puis donner son tableau de variations. |
| 0.5 | 4) a-Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion unique d'abscisse $\frac{e-1}{e}$ |
| 0.75 | b-Construire la courbe (C) en précisant sa demi-tangente au point d'abscisse 0.
(on prendra $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2cm$) |
| 0.5 | 5) Montrer qu'il existe un nombre réel unique α de l'intervalle I vérifiant : $f(\alpha) = \alpha$ |
| 0.25 | 6) a-Montrer que f est une bijection de l'intervalle I vers I |
| 0.5 | b-Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de l'intervalle I . |

II-on pose : $I_0 = \int_0^1 f(t)dt$, et pour tout entier naturel n non nul ; $I_n = \int_0^1 t^n f(t)dt$

- | | |
|------|--|
| 0.75 | 1) Montrer que la suite $(I_n)_{n \geq 0}$ est décroissante et en déduire qu'elle est convergente. |
| 0.75 | 2) Montrer que : $(\forall n \geq 0) : 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$, puis déterminer la limite de la suite $(I_n)_{n \geq 0}$ |

III-Pour tout nombre réel x de l'intervalle $J = [0;1[$ et pour tout entier naturel n non nul on pose :

$$F_0(x) = \int_0^x f(t)dt \quad \text{et} \quad F_n(x) = \int_0^x t^n f(t)dt \quad \text{et} \quad F(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{1-t} dt \quad \text{et} \quad S_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} F_k(x)$$

- | | |
|-----|--|
| 1 | 1) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad (\forall x \in J) : F(x) - S_n(x) = \int_0^x \frac{t^{n+1} f(t)}{(1-t)} dt$ |
| 0.5 | 2) a-Montrer que la fonction $x \rightarrow (1-x)(1 - \ln(1-x))$ est strictement décroissante sur J |

0.5	b-Montrer que la fonction $t \rightarrow \frac{f(t)}{1-t}$ est strictement croissante sur $[0, x]$ pour tout x élément de J
1	3)a- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) (\forall x \in J) \quad 0 \leq F(x) - S_n(x) \leq \frac{1}{n+2} \left(\frac{1}{1-x} \right)$
0.5	b- En déduire que pour tout x de l'intervalle J on a : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n(x) = F(x)$
0.5	4) a-Déterminer $F(x)$ pour $x \in J$
0.25	b- Déterminer la limite : $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x)$





الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
عناصر الإجابة



الصفحة
1
3

المادة:	الرياضيات	NR25	المعامل:	9
الشعب(ة): أو المسلك:	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		مدة الإنجاز:	4

التمرين الأول (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1-I)	القانون * تبادلي 0.25 القانون * تجميعي 0.25
(2)	العنصر المحايد : $\varepsilon = e$ 0.25
(3) أ-	$I \setminus \{1\}$ جزء مستقر من $(I, *)$ 0.25 القانون المستخلص من * تبادلي وتجميعي ويقبل ε كعنصر محايد في $I \setminus \{1\}$ 0.25 جميع عناصر $I \setminus \{1\}$ تقبل مماثلا في $I \setminus \{1\}$ 0.25
ب-	تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية 0.25
(4) أ-	$a * (b \times c) = (a * b) \times (a * c)$ 0.25
ب-	$(I, \times)$ زمرة تبادلية عنصرها المحايد هو 1 0.25 القانون * توزيعي بالنسبة للقانون $\times$ و $(I \setminus \{1\}, *)$ زمرة تبادلية 0.25
(1-II)	نجد : $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 0.25 و $A^3 = O$ 0.25
(2)	إذا كانت A تقبل مقلوبا نستنتج أن $A^2 = O$ و هذا تناقض 0.5 ن
التمرين الثاني (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1) أ-	الجزران المربعان هما $2+i$ و $-2-i$ 0.25
ب-	حلا المعادلة هما : $-\frac{1}{2} + i$ و $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ 0.5
(2) أ-	 0.25
ب-	 0.75
(3) أ-	نحصل على : $d = (1-i)c - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ 0.5

الصفحة 2 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - عناصر الإجابة مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		ب- نحصل على : $\ell = (1-i)c - 1 - \frac{1}{2}i$ 0.5
		ج- نحصل على : $\frac{\ell - c}{a - c} = i$ 0.25 ثم نستنتج أن: - المثلث ACL متساوي الساقين رأسه C 0.25 - المثلث ACL قائم الزاوية في C 0.25
		التمرين الثالث (3 نقط)
		نجد $m \equiv 2 [5]$ أو $m \equiv 3 [5]$ 1
		(2) أ- لدينا : $[p] \equiv -1$ إذن $n^2 \equiv -1$ 0.25 $(n^2)^{1+2k} \equiv (-1)^{1+2k} [p]$ 0.25
		ب- لدينا $[p] \equiv n^2 + 1$ إذن : $kp - n^2 = 1$ ($\exists k \in \mathbb{Z}$) وحسب مبرهنة بوزو 0.5
		ج- حسب مبرهنة فيرما وكون : $p - 1 = 2 + 4k$ 0.75
		د- من الأسئلة السابقة نستنتج أن : $[p] \equiv -1$ و $1 \equiv -1$ عدد أولي فردي و هذا تناقض 0.5
		التمرين الرابع (6.25 نقط)
		عناصر الإجابة
		1-I $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ 0.5
		2 f تزايدية على المجال $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right]$ 0.5
		3 جدول تغيرات f 0.25
		معادلة نصف المماس 0.25 إنشاء (C) 0.5
		4 نحصل على $a = 2\left(\frac{e-1}{e}\right)$ 0.25 مساحة الحيز المستوي هي : $8\left(\frac{e-1}{e}\right)cm^2$ 0.25
		1-II أ- 0.25
		ب- لدينا : $0 < x^n e^{-x^2} < x^n e^{-x}$ ($\forall x > 1$) ونحصل على $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$ 0.25
		2 f_n تزايدية على المجال $\left[0, \sqrt{\frac{n}{2}}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\sqrt{\frac{n}{2}}, +\infty\right]$ 0.5 جدول تغيرات f_n 0.25
		3 لدينا : $f_n(0) = 0 < 1$ و $f_n(1) = \frac{4}{e} > 1$ و f_n متصلة و رتيبة قطعاً على المجال $[0, 1]$ 0.5
		4 أ- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = 4u_n^{n+1}e^{-u_n^2} = u_n$ 0.25
		ب- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = u_n < 1 = f_{n+1}(u_{n+1})$ و f_{n+1} و f_{n+1} تزايدية قطعاً على المجال $[0, 1]$ إذن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً 0.5

الصفحة 3 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - عناصر الإجابة: مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً و مكبورة بالعدد 1 إذن متقاربة 0.25
	أ- (5)	لدينا : $0 \leq \ell \leq 1$ و $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً إذن $u_n > u_2 > 0$ $(\forall n > 2)$ 0.25
	ب-	لدينا : $f_n(u_n) = 1$ تكافئ $\ln(4) + n \ln(u_n) = u_n^2$ وبما أن: $0 < u_n < 1$ 0.25
	ج-	لدينا : $(\forall n \geq 2) \quad -\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n}$ والدالة $x \rightarrow \ln(x)$ متصلة على $]0,1]$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ عندما n تؤول $+\infty$ نحصل على $\ln(\ell) = 0$ 0.5 و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى
		التمرين الخامس (3.75 نقط) عناصر الإجابة
	(1)	الدالة F فردية 0.25
	أ-(2)	0.25
	ب-	الدالة φ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ أو الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ متصلة على المجال $]0, +\infty[$ والدالتين $u: x \rightarrow 2x$ و $v: x \rightarrow x$ قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}_+$ و $u(\mathbb{R}_+) = \mathbb{R}_+$ و $v(\mathbb{R}_+) = \mathbb{R}_+$ 0.25 و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى لدينا $F'(x) = \frac{2}{\ln(1+4x^2)} - \frac{1}{\ln(1+x^2)}$ 0.25
	ج-	الدالة تناقصية قطعاً على المجال $]0, \sqrt{2}]$ و تزايدية قطعاً على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$ 0.5
	أ-(3)	لدينا : $F(x) = \varphi(2x) - \varphi(x)$ $(\forall x > 0)$ حيث φ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ ثم نطبق مبرهنة التزايديات المنتهية 0.5
	ب-	الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ تناقصية قطعاً على $[x, 2x]$ 0.5
	ج-	نجد: $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = 0$ و تمنح 0.25 لكل نهاية
	د-	تمنح 0.25 لكل متفاوتة لدينا $F(x) < x$ $(\forall x > \sqrt{e-1})$ و $F(x) > x$ $(\forall x < \frac{\sqrt{e-1}}{2})$ ويوجد عدد وحيد α من المجال $\left[\frac{\sqrt{e-1}}{2}, \sqrt{e-1}\right]$ بحيث $F(\alpha) = \alpha$ 0.25

PRIVÉ

www.excelweb.ma



GROUPE
des INSTITUTS
EXCEL

مجموعة معاهد
إكسيل



leader

de la formation et du recrutement

SANTÉ

- ◆ T.S Orthophoniste
- ◆ Technicien de laboratoire
- ◆ Technicien en Radiologie
- ◆ I. Anesthésiste Réanimateur



BAC : 3 ANS

NIVEAU BAC : 2 ANS

- ◆ kinésithérapeute
- ◆ Opticien optométriste
- ◆ Sage femme
- ◆ Infirmiers
- ◆ Prothésiste dentaire



06 75 50 01 22



groupe.des.instituts.excel.marrakech



groupe_excel_marrakech



WWW.groupeexcel.ma



Formation AUTOCAD

2020

PLACES LIMITÉS

FORMATION AUTOCAD

Cette formation en AutoCad a été préparée pour les **débutants** et les **professionnels** aussi. Grâce à cette formation vous serez **capable** à **manipuler** ce **logiciel** afin de **dessiner** toutes les sortes de structure **facilement** et **rapidement**. Un **nouveau** groupe AUTOCAD est en cours de constitution Si vous êtes **intéressez** veuillez nous **contacter**.

MARRAKECH



06 75 50 01 22



[groupe.des.instituts.excel.marrakech](https://www.facebook.com/groupe.des.instituts.excel.marrakech)



[groupe_excel_marrakech](https://www.instagram.com/groupe_excel_marrakech)



WWW.groupeexcel.ma