

Préparation à la réussite de l'épreuve de Mathéma-
tiques au BAC SE 2025

Epreuve N°1 d'entraînement

Exercice 1

N et M sont deux nombres tels que N s'écrit $\overline{1a3a}^4$ et M s'écrit $\overline{bca35}^7$

1°) Déterminer suivant les valeur de l'entier naturel n le reste de la division de 6^n par 11

2°) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $7x + y = 46$

3°) Sachant que N est divisible par 11 et que le couple (b, c) est solution de l'équation : $7x + y = 46$, donner les écritures en base 4 de N et en base 7 de M.

4°) Déterminer l'entier naturel n tel que $M^n \equiv 3 [5]$

5°/a- Ecrire M et N dans le système décimal

b- Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ le système a et b :

$$\begin{cases} \text{PPCM}(a; b) = M - N \\ \text{PGCD}(a; b) = 5N + 14 \end{cases}$$

Exercice 2

On donne $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^2} dx \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

1°) a- Démontrer que $\forall n \in [0; 1]$, On a :

$$\frac{1}{2}x^n \leq \frac{x^n}{1+x^2} \leq x^n$$

b- En déduire un encadrement de I_n puis Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

2°/ Démontrer que I_n est décroissante.

3°/a- Montrer que : $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$

b- Dédurre des questions précédentes que, $\forall n \geq 3$,

$$\frac{1}{2(n+1)} \leq I_n \leq \frac{1}{2(n-1)}$$

c- Calculer la limite de nI_n

4°) Calculer I_1 ; I_3 et I_5 .

Problème

Partie A

Pour tout entier naturel n , On considère la fonction g_n définie sur $]1; +\infty[$ par $g_n(x) = -n \ln x + 2 - x$

1°) Etudier les variations de g_n sur $]1; +\infty[$

2°/a- Montrer que l'équation $g_n(x) = 0$ admet sur $]1; +\infty[$

une unique solution $\alpha_n \in]1; 2[$

b- En déduire le signe de $g_n(x)$ sur $]1; +\infty[$

Partie B

“ n ” étant un entier naturel non nul, on Considère la fonction numérique f_n définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f_n(x) = x^n \ln x & \text{si } x \in]0; 1[\\ f_n(x) = (2-x)^n \ln x & \text{Si } x \in]1; +\infty[\\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$

On note (C_n) la courbe representative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 3cm.

3°) a- Etudier la continuité de f_n en $x_0 = 0$ et $x_1 = 1$

b- Etudier la dérivabilité de f_n en $x_0 = 0$ puis en donner une interpretation graphique.

c- Etudier la dérivabilité de f_n en $x_1 = 1$ puis déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_n)$ au point d'abscisse 1.

4°) a- Calculer $f'_n(x)$ sur $]0; 1[$

b- Etudier le signe de $f'_n(x)$ sur $]0; 1[$

c- Montrer que $\forall x \in]1; +\infty[, f'_n(x) = \frac{(2-x)^{n-1}}{x} \cdot g_n(x)$

5°/a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$

b- On suppose que n est pair, dresser le tableau de variation de f_n .

6- a°) Montrer que $f_n(\alpha_n) = \frac{(2 - \alpha_n)^{n+1}}{n\alpha_n}$

b-) Construire $(\mathcal{C}_2)$ On prendra $\alpha_2 = 1,35$

7°) soit β un nombre réel de l'intervalle $]0; 1[$.

a- Calculer l'aire $\mathcal{A}(\beta)$ du domaine limité par $(\mathcal{C}_2)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations

$$x = \beta \text{ et } x = 1$$

b- Calculer $\lim_{\beta \rightarrow 0} \mathcal{A}(\beta)$.

— — Fin — — —

« Le succès est au bout de l'effort »