

**EXAMEN DE BACCALAURÉAT BLANC****SESSION DE MAI 2025****Épreuve : Mathématiques****Série : TSE****Durée : 4 heures****Coefficient : 4****EXERCICE 1**

(6 points)

On considère le complexe $Z = \sqrt{2} - 1 + i$ 1- Démontre la triple égalité $Z = \sqrt{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} \left(1 + e^{i\frac{3\pi}{4}}\right) = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{8}\right) e^{i\frac{3\pi}{8}}$ **0.75pt**2- a- Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 2 + 2i = 0$ **0.75pt**b- Déduis des questions précédentes la forme exponentielle de chacune des solutions de (E) **0.75pt**3- Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ $\forall n \in \mathbb{N}$, On considère la suite complexe $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $z_0 = 1$ et $z_{n+1} = \left(\frac{\sqrt{2}-1+i}{2\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{8}}\right) z_n$ a- Déduire de la première question que (z_n) est une suite géométrique de raison $q = e^{i\frac{3\pi}{8}}$ **0.5pt**b- Déduis-en z_n en fonction de n . **0.5pt**4- a- Détermine les couples d'entiers naturels (x, y) tel que tels que $3x - 16y = 4$. **0.75pt**b- Déduis-en les valeurs de n pour lesquelles le point A_n d'affixe z_n est situé sur l'axe imaginaire. **0.5pt**5- a- Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $\frac{z_{n+1}-z_n}{z_n} = \left(2i \sin \frac{3\pi}{16}\right) e^{i\frac{3\pi}{16}}$ **0.5pt**b- En déduire que la distance séparant 2 points consécutifs est $A_n A_{n+1} = \left(2 \sin \frac{3\pi}{16}\right) OA_n$ **0.5pt**c- $\forall n \in \mathbb{N}$, on pose $L_n = A_0 A_1 + A_1 A_2 + \dots + A_{n-1} A_n$ Exprime L_n en fonction de n **0.5pt****EXERCICE 2**

(4 points)

Dans le plan orienté $(\mathcal{P})$, on considère le carré ABCD direct de centre K tel que $AB = 3\text{cm}$. Soit E le milieu du segment [BC] et G le barycentre des points pondérés $(A, 4); (B, -1); (D, -1)$ 1- Détermine et construis le point G. **0.5pt**2- Démontre que A est milieu du segment [KG] **0.5pt**3- a- Démontre que pour tout point M du plan, $4MA^2 - MB^2 - MD^2 = 2MG^2 - 27$ **0.75pt**b- Déduis-en et construis l'ensemble (E_1) des points M tels que $4MA^2 - MB^2 - MD^2 = -9$ **0.75pt**4- a- Justifie que $AE = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ **0.5pt**

b- Justifie que $3MA^2 - 2MB^2 - MD^2 = 4\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AE} - 27$ (On donne $\overrightarrow{2AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AE}$) **0.5pt**

c- Dédus et construis l'ensemble (E_2) des points M tels que $3MA^2 - 2MB^2 - MD^2 = 12\sqrt{5} - 27$ **0.5pt**

PROBLEME

----- (10 points)

NB : Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

----- (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par
$$\begin{cases} f(x) = (6x - 2)e^{-2x} + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x + \ln|1-x|}{1-x} & \text{si } x > 0 \text{ et } x \neq 1 \end{cases}$$

On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1- a- Calcule les limites de f aux bornes de $\mathbb{R} - \{1\}$ et interprète les résultats obtenus. **0.75pt**

b- Calcule la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$ puis conclus. **0.5pt**

2- a- Étudie la continuité de f en 0 **0.5pt**

b- Étudie la dérivabilité de f en 0 puis interprète graphiquement le résultat. **0.5pt**

3- a- Calcule le dérivée f' de f pour tout $x \in]-\infty, 0[$ et pour tout $x \in]0, +\infty[- \{1\}$ **0.75pt**

b- En déduire le tableau de variation f sur $\mathbb{R} - \{1\}$ **0.5pt**

4- Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\theta \in]1, 2 ; 1, 3[$ **0.5pt**

5- Construis la courbe $(\mathcal{C}_f)$ (Unité graphique 2cm) **0.5pt**

6- Calcule, en cm^2 , l'aire de la partie D du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites d'équations

7- $y = -1$; $x = 2$ et $x = 3$. **0.5pt**

PARTIE B

----- (5 points)

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x + 1)e^{\frac{-x}{2}}$

1- Etudie les variations de h sur $]0, +\infty[$ **0.5pt**

2- On pose $P(x) = h(x) - x$

a- Dresse le tableau de variation de P sur $]1 ; 2[$ **0.5pt**

b- Dédus-en que l'équation $h(x) = x$ admet une unique solution $\beta \in]1 ; 2[$ **0.5pt**

3- Démontre que pour tout $x \in]1 ; 2[$, $|h'(x)| \leq \frac{1}{2}$ **0.5pt**

4- Soit (U_n) la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N} : \begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = h(U_n) \end{cases}$

a- Démontre par récurrence que pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$, $U_n \geq 0$ **0.5pt**

b- Démontre que pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$, $|U_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{2} |U_n - \beta|$ **0.5pt**

c- Dédus-en que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_n - \beta| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ **0.5pt**

d- Montre que La suite (U_n) converge vers β **0.5pt**

e- Donne une interprétation de $|U_{n_0} - \beta| \leq 10^{-1}$ **0.25pt**

f- Détermine un entier n_0 pour que $\forall n \geq n_0$, $|U_n - \beta| \leq 10^{-1}$ **0.5pt**

g- Calcule U_{n_0} **0.25pt**