

EXAMEN : **Baccalauréat blanc Kati** SESSION : *Mai 2026*

EPREUVE : **Mathématiques** SERIE : **TSE** DUREE : **4 heures** COF : **5**

ETABLISSEMENTS : L Mamby–PMK–LPNCS–LPCHHK–LPCSK–LHSC–LPAND

EXERCICE 1 :[5 pts]

A// Dans le plan complexe $\mathbb{C}$ muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$; on considère le polynôme p telque : $p(Z) = Z^3 - (3 + 4i)Z - 2 + 8i$

1) Montre que l'équation $p(Z) = 0$ admet une solution réelle Z_0 que tu détermineras.

2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $p(Z) = 0$. On désignera par Z_1 la solution dont la partie imaginaire est positive.

3) Dans le plan complexe $\mathbb{C}$, on considère les points G_0 ; A et B d'affixes respectives Z_0 ; Z_1 et Z_2 . Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on appelle G_n l'isobarycentre des points A ; B et G_{n-1} .

a- Détermine l'affixe de G_1 .

b- Soit Z_n l'affixe de G_n . Exprime Z_n en fonction de Z_{n-1} .

4) On pose $U_n = Z_n + 1$.

a- Quelle est la nature de la suite U_n ?

b- Etudie la convergence de la suite U_n .

B//1) Détermine les entiers a ; b et c différents de 1 et premiers entre eux deux à deux tels que $a \times b \times c = 495$.

2) On pose $A = \overline{x13y8z}$ en base 10 où x ; y ; z sont trois entiers naturels.

Détermine le triplet $(x; y; z)$ pour que A soit divisible par 495

EXERCICE 2 :[5 pts]

A// Un bloc métallique est déposé dans un four dont la température constante est de 1000°C .

La température θ est une fonction du temps t (en heures) qui vérifie l'équation différentielle (E): $\theta'(t) = k[1000 - \theta(t)]$; $k \in \mathbb{R}_+^*$. On pose $y(t) = \theta(t) - 1000$.

1) Ecris une équation différentielle (F) satisfaite par y .

2) Résous (F) puis (E).

3) Le bloc, initialement à 40°C est déposé dans le four au temps $t_0 = 0$. Sa température est de 160°C au bout d'une heure. En déduis l'expression de $\theta(t)$ en fonction de t uniquement.

4) a- Calcule la température du bloc au temps $t = 3$ heures.

b- Détermine le temps T à partir duquel la température du bloc dépassera 500°C .

B// Une urne contient un jeton marqué 1; deux jetons marqués 2 et x jetons marqués 3

($x \geq 2$). On tire simultanément 2 jetons de l'urne. On suppose que le tirage est équiprobable et on désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des points marqués sur les 2 jetons extraits de l'urne.

1) a- Détermine les valeurs prises par X .

b- Détermine en fonction de x la loi de probabilité de X .

2) a- Démontre que l'espérance mathématique $E(X) = \frac{6x^2 + 22x + 20}{x^2 + 5x + 6}$

b- Détermine la valeur de x pour que $E(X)$ soit égale 5.

PROBLEME.....[10 pts]

Partie A : Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = x^3 - x - 2 \ln x + 1$

1) Dresse le tableau de variation de g .

2) Donne le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$

3) Soit la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2}$

Soit (Cf) la représentation graphique de f dans le repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

En utilisant les questions précédentes, dresse le tableau de variation de f .

4) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = x + \ln x$.

- a- Dresse le tableau de variation de h .
- b- Montre que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0,4 ; 0,7]$
- c- Donne le signe de $h(x)$ sur $]0 ; +\infty[$ puis en déduis l'égalité $e^{-\alpha} = \alpha$
- 5) a- Montre que la droite $\Delta : y = x$ est asymptote oblique à (Cf) en $+\infty$.
- b- Utilise les résultats de la question 4)-c pour déterminer la position relative de (Cf) et Δ .
- c- Trace (Cf) et Δ dans le même repère.
- 6) Soient I l'intégrale définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$
- a- En utilisant une intégration par parties, calcule I
- b- Calcule l'aire du domaine plan limitée (Cf) ; Δ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$.
- Partie B :** Soit la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par : $\varphi(x) = e^{-x}$ et la suite u_n définie sur $\mathbb{N}$ par :
- $$\begin{cases} u_0 = 0,4 \\ u_{n+1} = \varphi(u_n) \end{cases}$$
- 1) Montre que si $x \in [0,4 ; 0,7]$ alors on a :
- a- $\varphi(x) \in [0,4 ; 0,7]$
- b- $|\varphi'(x)| \leq 0,7$
- c- $|\varphi(x) - \alpha| \leq 0,7|x - \alpha|$
- 2) Montre que si $n \in \mathbb{N}$ alors on a :
- a- $|u_{n+1} - \alpha| \leq 0,7|u_n - \alpha|$
- b- $|u_n - \alpha| \leq 0,3(0,7)^n$
- 3) Etudie la convergence de la suite u .
- 4) Détermine un entier p tel que pour $n \geq p$ on ait: $|u_n - \alpha| \leq 10^{-3}$ puis donne à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de u_p à 10^{-3} près.
- En déduis une valeur approchée par défaut et par excès de α à 10^{-3} près