

BACCALAURÉAT BLANC, SESSION DE JUIN 2026

ÉPREUVE DE : Mathématiques

SÉRIE : T.S.E

DURÉE : 4 Heures

COEFFICIENT : 4

Exercice 1 : (5 points)

1) a) Trouve deux entiers relatifs $(u_0; v_0)$ une solution particulière de l'équation $9u - 7v = 1$.

b) Soient deux entiers naturels a et b vérifiant :
$$\begin{cases} 9a - 7b = 20 \\ a \wedge b = 20 \\ a \leq 100 \end{cases}$$
. Justifie qu'il existe deux

nombre entiers naturels a' et b' , premiers entre eux tels que $9a' - 7b' = 1$.

c) Détermine les valeurs de a et b .

2) On lance simultanément deux dés non truqués dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note les deux numéros obtenus sur les faces supérieures. Calculer la probabilité de chacun des événements :

a) La somme des numéros obtenus est égale à 6 ;

b) La somme des numéros obtenus est impaire ;

c) La somme des numéros obtenus est supérieure à 8.

Exercice 2 : (5 points)

On considère le polynôme définie par : $p(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$

1) Calcule $p(i\sqrt{3})$ en déduis une deuxième solution de l'équation $p(z) = 0$ puis factorise $p(z)$.

2) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$.

3) On désigne par le point A qui a pour affixe la solution imaginaire pure positive ; B le conjugué de l'affixe du point A ; C la solution complexe ayant une partie imaginaire positive et D d'affixe la quatrième solution.

Place les points $A; B; C$ et D sur un repère qui sera compléter au fur et à mesure.

4) Détermine la position du point $G = \text{bary} \{(A; 1); (B; 1); (C; 1); (D; 2)\}$.

5) Détermine l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$$

6) Détermine l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que :

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = -24$$

Problème : (10 points)

Partie A :

On donne l'équation différentielle $(E): y'' + 2y' + y = 0$. On pose : pour tout nombre x réel : $g(x) = e^x h(x)$.

1) Démontrer que h est solution de (E) si et seulement si, pour tout nombre réel x , $g''(x) = 0$.

2) Résoudre l'équation différentielle : $g'' = 0$.

- 3) En déduire les solutions de (E) .
- 4) Déterminer la solution particulière $f(x)$ dont la courbe représentative, passe par le point $A\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur -1 .

Partie B :

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = (x+2)e^{-x} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \frac{2}{x+1} - \ln(x+1) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

En déduire que (C_f) admet deux demi-tangentes au point d'abscisse 0 dont on déterminera les équations réduites.

- 2) Etudier le sens de variation de f sur son ensemble de définition.
- 3) Dresser le tableau de variation de f .
- 4) Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$ et en $+\infty$ puis interprète géométriquement.
- 5) Tracer (C_f) et les demi-tangentes.

Partie C :

- 1) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $\left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

- 2) Calculer l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$ de la partie comprise entre la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = \alpha$ avec $\alpha \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

a) Calculer l'aire en cm^2 .

b) En déduire la limite de $\mathcal{A}(\alpha)$ lorsque $\alpha \rightarrow 0$.