

BAC BLANC 2025 2026 EN LIGNE

1ÈRE ÉDITION

SÉRIE : TSE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 4H

(BORE HOLDING)

EXERCICE 1 : 3,5 POINTS

Partie A

On considère l'équation (E) :

$$z^3 + (-4 + 2i)z^2 + (4 - 14i)z + 20i = 0$$

- 1) Démontre que (E) admet une solution réelle a .
- 2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).
- 3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; u, v)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = 2 \quad ; \quad z_B = -1 - 3i \quad ; \quad z_C = 3 + i$$

- a. Montre que les points A, B et C sont alignés.
- b. Soit S la similitude directe plane d'angle $\pi/3$ and de rapport 2 transformant A en B. Donne l'écriture complexe de S et précise son centre ω .

Partie B : 2,5 points

Après la mise-bas groupée d'une centaine de chèvres dans ma bergerie, je décide de compter mes nouveaux chevreaux.

En effet, il y a des chèvres qui donnent naissance à 1 bébé, 2 bébés voire 3 bébés. Je les range en groupe de 19 ; il reste 8. Je les range en groupe de 11 ; il reste 6. Sachant que les chevreaux sont constitués de moins de 200 têtes, il restera combien normalement si je les range en groupe de 15 ?

EXERCICE 2 : 5 POINTS

Partie A : 2,5 points

On considère l'équation différentielle $(E) : y' - y = \sin x$.

- 1. Détermine deux nombres réels a et b tels que la fonction f_0 définie par : $f_0(x) = a \cos x + b \sin x$ soit une solution de (E) .
- 2. Résous l'équation différentielle $(E_0) : y' - y = 0$.
- 3. Démontre que f est solution de (E) si et seulement si $f - f_0$ est solution de (E_0) .
- 4. En déduis les solutions de (E) .
- 5. Détermine la solution k de (E) vérifiant $k(0) = 0$.
- 6. Étudie la parité et la périodicité de la fonction f_0 .
- 7. Montre que f_0 est continue sur $[0; \pi]$ et détermine l'intégrale $\int_0^\pi f_0(x) dx$.
- 8. Montre que f_0 est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis détermine $f_0'(x)$.

Partie B : 2,5 points (Variable aléatoire)

Une urne contient sept boules : une rouge, deux jaunes et quatre vertes. Un joueur tire au hasard une boule. Si elle est rouge, il gagne 10 €, si elle est jaune, il perd 5 €, si elle est verte, il tire une deuxième boule de l'urne sans avoir remplacé la première boule tirée. Si cette deuxième boule est rouge, il gagne 8 €, sinon il perd 4 €.

- 1) Construire un arbre pondéré représentant l'ensemble des éventualités de ce jeu.
- 2) Soit X la variable aléatoire associant à chaque tirage le gain algébrique du joueur (une perte est comptée négativement).
 - a) Établir la loi de probabilité de la variable X .
 - b) Calculer l'espérance de X .
- 3) Les conditions de jeu restent identiques. Indiquer le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer à un joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge, pour que l'espérance de X soit nulle.

PROBLÈME : 9 POINTS

Commun à tous les candidats

L'objet de ce problème est d'étudier une fonction à l'aide d'une fonction auxiliaire et de calculer l'aire d'un domaine plan.

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $] -1; +\infty[$ par :

$$f(x) = x / (x + 1) - 2 \ln(x + 1)$$

- 1. Calculer $f'(x)$, étudier son signe et en déduire le tableau de variations de la fonction f .
- 2. Calculer $f(0)$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une, que l'on désigne par α , appartient à $[-0,72; -0,71]$.
- 3. Donner le signe de $f(x)$, pour x appartenant à $] -1; +\infty[$.

Partie B

Soit g la fonction définie sur l'ensemble $] -1; 0[\cup]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(x + 1) / x^2$$

- 1. **Étude de g aux bornes de son ensemble de définition**
 - a. Calculer les limites de $g(x)$ quand x tend vers 0 par valeurs inférieures et quand x tend vers 0 par valeurs supérieures.
 - b. Calculer $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- 2. **Sens de variation de g**
 - a. Calculer $g'(x)$ et déduire, à l'aide de la partie A, son signe.
 - b. Montrer que :

$$g(\alpha) = 1 / [2\alpha(\alpha + 1)]$$

En déduire une valeur approchée de $g(\alpha)$ en prenant $\alpha = -0,715$.

- 3. **Tableau de variations et représentation graphique de g**
 - a. Dresser le tableau de variations de la fonction g .
 - b. Représenter graphiquement la fonction g dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 2 cm).
- 4. **Calcul d'aire**
Soit a un réel strictement supérieur à 0. On pose :

$$I(a) = \int_1^a g(x) dx$$

- a. Donner, suivant les valeurs de a , une interprétation géométrique du réel $I(a)$.
- b. En remarquant que, pour x appartenant à $]0; +\infty[$:

$$1 / [x(1 + x)] = 1/x - 1/(x + 1)$$

calculer $I(a)$ à l'aide d'une intégration par parties.

- c. Calculer $\lim_{a \rightarrow +\infty} I(a)$ et $\lim_{a \rightarrow 0} I(a)$.

لا تقلد، هذا من أجل مستقبلك

Ne copie pas, c'est pour ton avenir