

Exercice 1 :.....(5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) ; unité graphique : 2 cm.

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation P défini par : $P(z) = z^2 - 2iz^2 + (4 + 4i)z + 16 + 16i$.

- 1) a) Démontre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle z_0 et une solution imaginaire pure z_1 .
b) Dédus-en les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $P(z) = 0$.
- 2) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-2, 4i$ et $2 - 2i$.
a) Place dans le repère (O, I, J) les points A, B et C .
b) Justifie que : $\text{mes}(\widehat{AB; AC}) = -\frac{\pi}{2}$. Dédus-en la nature du triangle ABC .
c) Détermine l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un carré.
- 3) Soit S la similitude directe de centre A qui transforme B en D .
a) Détermine l'écriture complexe de S et détermine les éléments caractéristiques de S .
b) Détermine les affixes des points C' et T tel que C' image de C par S et T antécédent de A par S .
c) Construis le point E image par S du point K , milieu du segment $[AD]$.

Exercice 2 :.....(5 points)

M. Yao signe, le 1^{er} janvier 2015, un contrat de travail de 12 ans avec l'une des sociétés **A et B** qui lui font les offres suivantes :

La société A propose un salaire annuel net de 1.200.000 F et une augmentation de 40.000 F par an à compter du 1^{er} janvier de chaque année.

La société B propose également un salaire annuel net de 1.200.000 F mais avec une augmentation 3% de par an à compter du 1^{er} janvier de chaque année.

On désigne par U_n le salaire annuel net proposé par **la société A** pour l'année $(2015 + n)$ et V_n le salaire net proposé par **la société B**. On note que $U_0 = V_0 = 1.200.000$ F.

- 1) Calcule U_1, U_2, V_1 et V_2 .
- 2) Montre que (U_n) est une suite arithmétique et (V_n) une suite géométrique.
- 3) On suppose que M. Yao a signé le contrat avec la société qui la meilleure proposition de salaire durant les 12 années de contrat. Trouve la société avec laquelle M. Yao a signé le contrat.

Problème :.....(10 points)

Partie A :

- 1) Résous l'équation différentielle $(E) : y'' = (x + 2)e^x$.
- 2) Détermine la solution de (E) vérifiant $y(0) = y'(0) = 1$.

Partie B :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + xe^x$.

- 1) a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
b) Calcule $f'(x)$ puis dresse le tableau de variation de f .
c) En déduis le signe de $f(x)$ en fonction de x .
- 2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (1 - x)(1 + e^x)$.
On appelle (C) la représentation graphique de g dans un repère orthonormé. (Unité graphique 1cm).
a) Détermine les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
b) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à (C) en $-\infty$.
Etudie la position relative de (C) par rapport à (Δ) .
c) Montre que $g'(x) = -f(x)$ et dresse le tableau de variation de g .
- 3) Trace (C) et son asymptote (Δ) dans le même repère.
- 4) β étant un nombre réel inférieur à 1.
a) Calcule en fonction de β , l'aire $\mathcal{A}(\beta)$ de la partie du plan comprise entre (C) , (Δ) et les droites d'équations $x = \beta$.
b) Calcule $\lim_{\beta \rightarrow -\infty} \mathcal{A}(\beta)$.