

sujet n° 4

Série : TS'Exp Coef : 3 Durée : 3h

sujet n° 4

Exercice 1 :(6 points)

Soit le nombre complexe $a = -1 - i$ et $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite de nombres complexes définie par :

$$\begin{cases} z_0 = 0 ; z_1 = i \\ z_{n+1} = (1-a)z_n + az_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

- 1) Détermine z_2 et z_3 sous forme algébrique.
- 2) Soit (u_n) la suite définie par $u_n = z_{n+1} - z_n, \forall n \in \mathbb{N}$.
 - a) Détermine u_0 et u_1 sous forme algébrique.
 - b) Démontre que (u_n) est géométrique de raison $-a$.
 - c) Exprime u_n en fonction de n et a .
- 3) Soit $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$. Exprime S_n en fonction de z_n . En déduis que $z_n = -1 + (1+i)^n$.
- 4) a) Détermine le module et un argument de a .
b) Donne la forme algébrique de z_{19} .
- 5) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A_0 le point d'affixe z_0 , A_1 le point d'affixe z_1 et A_2 le point d'affixe z_2 .
Détermine les éléments caractéristiques de la similitude directe S qui transforme A_0 en A_1 et A_1 en A_2 .

Exercice 2 :(4 points)

Mamadou a dans sa poche 6 pièces de monnaie : 2 pièces de 100 frs, 3 pièces de 50 frs et une pièce de 25 frs. Pour régler un achat de 225 frs, il tire au hasard et simultanément 3 pièces de sa poche.

- 1) a) Quelle est la probabilité qu'il obtienne exactement 225 frs ?
b) Quelle est la probabilité qu'il obtienne une somme suffisante ?
- 2) On désigne par x la variable aléatoire, associons à chaque tirage la somme obtenue en francs.
 - a) Quelles sont les valeurs prises par x ?
 - b) Détermine la loi de probabilité de x et son espérance mathématique.

Problème :(10 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ unité graphique : 2 cm.

On note E le point de coordonnées $(\ln 2, \ln 2)$.

- 1) Soit a et b deux nombres réels, on désigne par g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 2}$.
 - a) Calcule la dérivée de g .
 - b) Détermine a et b pour que la courbe représentative de g passe par le point E et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- 2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2}$.
 - a) Montre que pour tout nombre réel x , on a : $f(x) = x - 2 + \frac{8}{e^x + 2}$.
 - b) Montre que les droites (D_1) d'équation $y = x + 2$ et (D_2) d'équation $y = x - 2$ sont asymptotes à la courbe représentative (C) de f respectivement en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - c) Précise la position de la courbe par rapport à chacune de ces droites.
 - d) Dresse le tableau de variation de f .
 - e) Construis la courbe (C) , (D_1) et (D_2) .
- 3) a) Détermine une primitive de la fonction h définie tout nombre réel x par : $h(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$.
b) En déduis une primitive de f qui s'annule pour $x = \ln 2$.