

BAC BLANC SESSION 2025

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Classe : TLE C, Durée : 4H, Coef : 7

PARTIE 1 EVALUATION DES RESSOURCES [15pts]

Exercice 1 [5pts]

Les questions A, B et C sont indépendantes.

A - Pour tout entier naturel n , on considère $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{nx}{2}} \sin x$ et $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{nx}{2}} \cos x$

- En utilisant une inégalité par parties, montrer que $2I_n + nJ_n = 2$ et $nI_n - 2J_n = -2e^{-\frac{n\pi}{4}}$. 1pt
- Déduire les expressions de I_n et J_n en fonction de n , pour tout entier naturel n . 0,5pt
- Les suites (I_n) et (J_n) sont-elles convergentes ? 0,5pt

B - L'espace (ξ) est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(-3; 0; 1)$, $B(-2; 5; 1)$ et $C(1; -1; 2)$. Soit G l'isobarycentre des points A, B et C . On note (P) le plan médiateur du segment $[OG]$.

- Montrer qu'une équation cartésienne de (P) est $-x + y + z - 8 = 0$. 0,75pt
- Déterminer l'expression analytique de la réflexion $S_{(P)}$ de plan (P) . 0,75pt
- Soit $S_{(OG)}$ le demi-tour d'axe (OG) . Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $S_{(P)} \circ S_{(OG)}$. 0,5pt

Exercice 2 [3pts]

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . On considère l'équation différentielle

$$(E): y'' + 6y' + 25y = 0.$$

- Déterminer la solution générale de (E) . 0,5pt
 - Déterminer la solution dont la courbe passe par le point de coordonnées $(0; 1)$ et admettes en ce point une tangente perpendiculaire à la droite d'équation $y = -x + 1$. 0,5pt
- Soit h la fonction de la variable réelle x définie sur $[-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}]$ telle que : $h(x) = e^{-3x} \cos 4x$ et (C_h) sa courbe représentative.
 - Ecrire une équation cartésienne de la tangente à la courbe (C_h) au point d'abscisse 0. 0,5pt
 - Donner le signe de h sur son ensemble de définition. 0,5pt
- Soit (Δ) le domaine du plan limité par la courbe (C_h) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = -\frac{\pi}{8}$. Calculer l'aire de (Δ) . 1pt

Exercice 3 [3pts]

A- On considère trois urnes U, V et W contenant chacune des boules portant le numéro 1 ou le numéro 2. La probabilité de tirer une boule numérotée 1 de U est $p_1 = 0.4$; celle de tirer 1 de V est $p_2 = 0.5$ et enfin celle de tirer 1 de W est $p_3 = 0.7$.

On tire une boule de U , une boule de V et une autre de W . Soient a, b et c les numéros respectifs de ces boules. Soit (Q) le plan d'équation $ax + by + cz + 6 = 0$, et soit (E) la conique d'équation :

$$\frac{x^2}{a^2} - (-1)^c \frac{y^2}{b^2} = 1. \text{ Calculer la probabilité pour que :}$$

- (Q) soit parallèle au plan (P) d'équation $x + 2y + z - 4 = 0$; 0,5pt
 - (Q) contienne le point $(0, -2, -1)$; 0,5pt
 - (E) soit une ellipse; 0,5pt
 - (E) soit une hyperbole équilatère; 0,5pt
- B- Un jeu consiste à tirer une boule de chaque urne
- Dans U , une boule n°1 tirée fait gagner 40 F tandis que la n°2 fait perdre 60F ;
- Dans V , une boule n°1 tirée fait gagner 50 F tandis que la n°2 fait perdre 50F ;
- Dans W , une boule n°1 tirée fait gagner 70 F tandis que la n°2 fait perdre 30F ;

On appelle X la variable aléatoire réelle donnant la somme eu par un joueur après les tirages. Déterminer la loi de probabilité de X , puis calculer son espérance mathématique.

1,5pt

Exercice 4 [4 pts]

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Soit $(D) : x = 6$. Les points M et F du plan ont pour affixes respectives Z et 8 . θ est un réel tel que $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

1. Montrer que la distance de M à la droite (D) est $\frac{1}{2}|\bar{Z} + Z - 12|$ 0,5pt
2. On suppose que $\bar{Z} + Z - 12 \neq 0$. (Γ_θ) est l'ensemble des points M d'affixe Z tel que $2 \cos \theta |Z - 8| - |\bar{Z} + Z - 12| = 0$
 - a) Déterminer suivant les valeurs de θ la nature de (Γ_θ) . 0,75pt
 - b) Pour $\theta = 0$, déterminer et construire (Γ_0) . 0,75pt
3. Pour $\theta = \frac{\pi}{3}$, montrer que $(\Gamma_{\frac{\pi}{3}})$ a pour équation $3x^2 - y^2 - 32x + 80 = 0$ et construire $(\Gamma_{\frac{\pi}{3}})$ 0,5pt
4. $(\Gamma'_{\frac{\pi}{3}})$ désigne l'image de $(\Gamma_{\frac{\pi}{3}})$ par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$;
 - a) Déterminer l'écriture complexe puis l'expression analytique de r . 0,5pt
 - b) Ecrire une équation cartésienne de $(\Gamma'_{\frac{\pi}{3}})$, préciser sa nature et construire $(\Gamma'_{\frac{\pi}{3}})$. 1pt

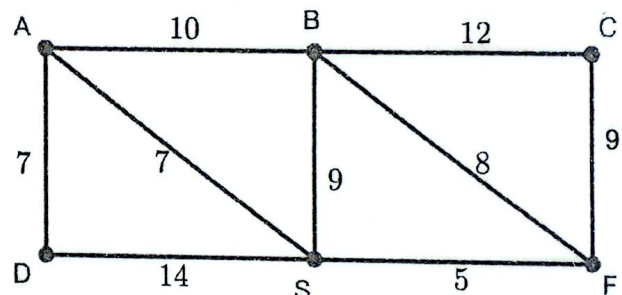
PARTIE 2 EVALUATION DES COMPETENCES [5pts]

SITUATION :

M. NJOYA est Comptable dans une société de micro finance. Il a un chantier qui n'est malheureusement pas desservi par une voie d'accès que peut emprunter un engin à moteur. Il achète le sable et le verse chez son voisin situé à une centaine de mètres du chantier. Ce sable livré par une société et acheté à raison de 9 000 FCFA le mètre cube est contenu dans un bac plein de forme parallélépipédique de dimensions $4m \times 0,01am \times 0,3bm$ où a et b sont des entiers

naturels qui vérifient en mètres (m) le système :
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4625 \\ PPCM(a; b) = 440 \\ a < b \end{cases}$$

Ce sable devra être transporté en 200 tours dans des seaux identiques et pleins par un groupe de garçons et de filles du quartier. Les garçons vont effectuer 9 tours et les filles 7 tours. Pour les motiver, il leur propose un taux forfaitaire de 1 500 FCFA par enfant et souhaite qu'il y ait plus de garçons que de filles pour accélérer le transport du sable.



Pour le transport de ce sable M. NJOYA

emploi Ali et Salim, ils se servent de la carte

ci- contre pondérée par le temps entre deux sommets représentant les carrefours. Ali souhaite quitter du point D au point C en un minimum de temps tandis que Salim souhaite parcourir tous les sommets de sorte que sa trajectoire forme un arbre couvrant de temps minimum. Ali aimerait connaître le plus court chemin.

Tâches :

- 1) Aide Ali à déterminer son parcours et Salim à réaliser sa trajectoire. 1,5pt
- 2) Détermine le montant nécessaire à prévoir par M. NJOYA pour l'achat du sable. 1,5pt
- 3) Détermine le montant nécessaire à prévoir par M. NJOYA pour satisfaire tous les transporteurs de son sable. 1,5pt

Présentation 0,5pt