

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15 points

EXERCICE 1

4,25 points

- I/** Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on considère le polynôme : $P_n(X) = X^n + X^{n-1} + \dots + X - 1$
1. **a)** Montrer que la fonction $X \mapsto P_n(X)$ est une bijection de $\mathbb{R}^+$ vers $[-1; +\infty[$. **0,25pt**
 - b)** En déduire que P_n possède une seule racine dans $\mathbb{R}^+$, que l'on note u_n . **0,25pt**
 2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire qu'elle converge. **0,5pt**
 3. Démontrer que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $u_n \geq \frac{1}{2}$. **0,5pt**
 4. Soit $t \in]\frac{1}{2}; 1[$, montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n(t) > 0$. **0,5pt**
 5. Montrer que (u_n) converge vers $\frac{1}{2}$. **0,5pt**
- II/** Soit $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $I_n = \int_0^1 \frac{x}{(1+x)^n} dx$.
1. Calculer I_0 et I_1 **0,75pt**
 2. A l'aide d'une intégration par parties, exprimer I_n en fonction de n , pour $n \geq 2$. **0,75pt**
 3. En déduire la limite de la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$. **0,25pt**

EXERCICE 2 :

4 points

- I/** On considère la courbe (C) d'équation $xy - 2x - 3y - 1 = 0$ et la transformation f du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{1-i}{2}z - 2 + 2i$
1. Donner la nature puis les éléments caractéristiques de f . **0,5pt**
 2. Déterminer l'image (C') de la courbe (C) par f . **0,5pt**
 3. En déduire la nature et un élément caractéristique de (C'). **0,5pt**
 4. Déterminer la nature et l'excentricité de (C). **0,5pt**
- II/** ABCDEFGH un cube dans l'espace orienté muni d'un repère orthonormé direct $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Soit I le milieu du segment $[EF]$ et K le centre du carré $ADHE$.
1. **a)** Montrer que $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{IG} \wedge \overrightarrow{IA}$. **0,5pt**
 - b)** En déduire l'aire du triangle IGA . **0,25pt**
 - c)** Donner une équation cartésienne du plan (IGA) . **0,25pt**
 - d)** Calculer le volume du tétraèdre $IGAC$. **0,5pt**
 2. Déterminer l'expression analytique du demi-tour d'axe (BC) notée $S_{(BC)}$. **0,5pt**

EXERCICE 3

3 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère dans $\mathbb{R}$, l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + 2y = 0$ et la fonction f définie par $f(x) = e^x \sin x$.

1. **a)** Résoudre l'équation (E) dans $\mathbb{R}$. **0,5pt**
- b)** Déterminer la solution de (E) dont la courbe passe par le point 0 et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$. **0,5pt**
- c)** En déduire toutes les primitives de f . **0,5pt**

2. Calculer la limite de f en $-\infty$. 0,5pt
3. Etudier les variations de f sur l'intervalle $[0; 2\pi]$, puis construire son tableau de variation. 1pt

EXERCICE 4 3,75 points

Le tableau suivant donne la répartition de la quantité de substances présentes dans le rein (y_i) en fonction du temps (x_i) (en heures) après sa consommation.

x_i	0	1	2	4	6	8
y_i	8,9	7,8	6,4	4,5	2,9	2,2

- Déterminer sans faire de calculs le signe de la covariance de cette série. 0,25pt
- Déterminer une équation de la droite d'ajustement de cette série par la méthode de Mayer. 1pt
- Après combien de temps la substance sera totalement détruite dans les reins ? 0,25pt
- Ces substances sont confectionnées dans 6 flacons dont 3 sont verts, 2 rouges et 1 noir. On tire successivement avec remise 3 flacons et on désigne par X la variable aléatoire qui associe le nombre de flacons rouges obtenus.
 - Déterminer la loi de probabilité de X . 1pt
 - Calculer la variance de X . 0,25pt
- Un graphe simple et complet a exactement 45 arêtes. Déterminer son ordre. 0,5pt
 - Définir le mot suivant : arbre. 0,5pt
 - Déterminer la taille d'un arbre d'ordre 10. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 5 points

Situation :

Ali a un champ de forme rectangulaire dont la longueur est de 8 hm situé à une distance inconnue de sa résidence. Il ignore la largeur de son champ, mais il se rappelle que la longueur de la diagonale et de cette largeur en hm sont des entiers naturels. Pour se rendre à ce champ, il se déplace à bord d'un véhicule dont la distance parcourue en km en fonction du temps (en heures) est modélisée par la fonction f dont la dérivée est :

$f'(t) = 40 + \ln(t + 1)$. Il met exactement une 1h 30 mn pour se déplacer. Pour ses travaux dans ce champ, il a recruté un ouvrier et dans son contrat de travail, à la fin de chaque mois son salaire sera augmenté de 2% par rapport à celui du mois précédent. Cet ouvrier compte arrêter le travail dès lors que la somme cumulée de tout son salaire sera supérieure au centuple du salaire du premier mois.

Tâche 1 : Déterminer l'aire de ce jardin. 1,5pt

Tâche 2 : Déterminer la distance entre sa résidence et le champ. 1,5pt

Tâche 3 : Après combien de mois de travail l'ouvrier compte arrêter le travail ? 1,5pt

Présentation : **0,5pt**