

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES DU 1^{ER} TRIMESTRE DES [ILLISIBLE]

Coefficient : 4 – Durée : 03 heures

Exercice 1 5 ptsDans le plan rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points[illisible] B et C affixes respectives $z_A = -2$, $z_B = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ et $z_C = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.[illisible] Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. (0,5 pt)[illisible] Mettre z_A , z_B et z_C sous forme exponentielle.[illisible] Déterminer les modules de $z_B - z_A$, $z_C - z_B$ et $z_C - z_A$. (1,5 pt)[illisible] déduire la nature du triangle ABC . (0,25 pt)[illisible] Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^3 = 4\sqrt{2}(-1+i)$. (2 pts)

[illisible] donnera les solutions de (E) sous forme algébrique.

Exercice 2 7x1pts=7 pts[illisible] Soit le polynôme $P(z) = z^3 - (1+2i)z^2 - 3z + 2i - 1$, $z \in \mathbb{C}$.[illisible] Montrer que P admet une racine réelle z_0 que l'on déterminera.[illisible] Déterminer trois complexes a , b et c tels que $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$ [illisible] Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$

[illisible] 1. Calculer les limites suivantes :

$$\text{[illisible]} \lim_{x \rightarrow [\text{illisible}]} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad \text{b.} \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{-x^2 + 2x + 3} - x]$$

2. On considère la fonction $f: x \mapsto \frac{x^2 - 4x - 5}{-x^2 + 5x + 6}$ © CAM – Mathématiques – Décembrea. Déterminer l'ensemble de définition de f .b. Montrer que f est prolongeable par continuité en -1 et définir ce prolongement.**Exercice 3** 16X0,5 pts=8 ptsLe plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ (unité 2 cm).1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.On pose $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - i$. Ecrire a et b sous forme trigonométrique etplacer les points A et B d'affixes respectives a et b .2.a. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Calculer l'affixe a' du point A' image de A par r .Ecrire a' sous forme algébrique et placer A' sur la figure précédente.b. Soit h l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{3}{2}$.Calculer l'affixe b' du point B' image de B par h .

Placer B' sur la figure précédente.

3. Soit Ω le centre du cercle circonscrit au triangle $OA'B'$ et R le rayon de ce cercle.On désigne par ω l'affixe de Ω .

a. Justifier les égalités suivantes :

$$\omega \cdot \bar{\omega} = R^2, (\omega - 2i)(\bar{\omega} + 2i) = R^2, \left(\omega + \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right) \left(\bar{\omega} + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right) = R^2$$

b. En déduire que $\omega - \bar{\omega} = 2i$ et que $\omega + \bar{\omega} = \frac{-4\sqrt{3}}{3}$ c. En déduire l'affixe ω du point Ω et la valeur de R.