

Série : TSE

Epreuve de : Mathématiques Durée : 4 heures Coef : 5

Exercice 1

5pts

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives : $2 - 4i$ et $-i$. On considère la transformation f qui, à tout point M du plan d'affixe z , distinct de B , associe le point M' d'affixe z' avec $z' = \frac{-iz - 2 + 4i}{z + i}$.

1) Exprime les coordonnées du point $M'(x', y')$ en fonction de celles du point $M(x, y)$.

2) Détermine et construis l'ensemble des points M tels que :

a) z' soit réel

b) z' soit imaginaire pur.

3) On pose $Z = z + i$ et $Z' = z' + i$

Vérifie que $ZZ' = -3 + 4i$ puis calcule $|ZZ'|$.

4) a) Détermine l'ensemble des points M' lorsque M décrit un cercle de centre B et de rayon $r > 0$.

b) Détermine le réel r pour que M et M' soient sur le même cercle de centre B .

Exercice 2

5pts

1) Deux commerçantes, Awa et Fanta se rendent au marché pour acheter des mangues. Chaque mangue coûte 5 francs l'unité, Awa dit à Fanta, je dispose d'un montant égal à m_1 francs et Fanta répond, moi je dispose aussi d'un montant égal à

m_2 francs. L'entier m_1 s'écrit $m_1 = 1x00y2$ dans le système de numération de base

huit et m_2 s'écrit $m_2 = x1y003$ dans le système de numération de base sept.

1) Détermine les chiffres x et y pour que chacune des deux commerçantes puisse avec la totalité de son argent, acheter un nombre maximum de mangues.

2) Détermine le montant dont dispose chacune des commerçantes.

En déduis le nombre de mangues que chacune d'elle peut acheter.

TSE - Math 1/2

II) 1) Détermine un couple d'entiers solution de l'équation (E) : $91x + 10y = 1$

2) En déduis une solution particulière de l'équation (E') : $91x + 10y = 412$
Résoudre alors l'équation (E') .

3) Montre que pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'entier $A_n = 3^{2n} - 1$ est divisible par 8

4) Résous dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation : $A_3x + A_2y = 3296$

Problème

10pts

A) Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $g(x) = x^2(x+2)$.

1) Etudie les variations de g sur $[0; +\infty[$.

2) Démontre que l'équation $g(x) = 4$ admet une unique solution α dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} .

3) En déduis la résolution de l'inéquation $g(x) > 4$.

B) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2}}{x} + x$ et (C_f) sa

courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Etudie la parité de f .

2) Détermine $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis en déduis $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Donne une interprète graphiquement ces résultats.

3) Demontre que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C_f)

en $+\infty$, en déduis l'équation d'une droite asymptote à (C_f) en $-\infty$.

4) a) Demontre que f est dérivable sur $\mathbb{R} - \{0\}$ et que $f'(x) = \frac{\sqrt{g(x^2)} - 2}{x^2 \sqrt{x^2 + 2}}$.

b) Déduis de la partie A que $f'(x) > 0$ sur $] \alpha ; +\infty[$.

c) En déduis les variations de f sur $]0; +\infty[$ puis sur $\mathbb{R} - \{0\}$.

Dresse le tableau de variation de f sur $\mathbb{R} - \{0\}$.

5) Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $\sqrt{2}$.

6) Construire la courbe (C_f) .

TSE - Math - 2/2