

Comité Pédagogique de mathématiques	Lycée Privé Askia Douso (L.P.A.D) Composition du 1^{er} Trimestre	Nous sommes en face du village Can & 1008Lgts
Date :16/12	Année Scolaire 2019-2020	TSE
Epreuve : Mathématiques	Durée : 4heures	Coef : 5

Consigne :

- Aucun document (y compris les téléphones) n'est autorisé.
- L'élève traitera les exercices dans l'ordre qu'il veut.
- Aucun brouillon ne sera corrigé.
- Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice1 :.....(5pts)

On pose : $a = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$; $b = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$; $c = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$.

- 1) Exprime a^6 ; b^6 et c^6 sous forme algébrique.
- 2) En déduis une solution de l'équation (E): $z \in \mathbb{C}$, $z^6 = -8i$.
- 3) Montre que si le complexe α est solution de (E) alors il en est de même pour $(-\alpha)$.
- 4) Soit $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$
 - a) Démontre que jb et j^2b sont aussi des solutions de (E).
 - b) En déduis la résolution de l'équation (E). On en exprimera les sous forme algébrique.
 - c) Détermine tous les entiers naturels n tels que a^n soit un réel et b^n soit un imaginaire pur.
 - d) Détermine la forme algébrique de $z_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \right)^{2013}$.

Exercice2 :(5pts)

- 1) Soit n un entier relatif et la fraction $F = \frac{3n^3-11n}{n+3}$
 - a) Détermine les entiers a , b et c pour qu'on ait $F = an^2 + bn + \frac{c}{n+3}$
 - b) Détermine l'ensemble des entiers relatifs pour lesquels F est un entier relatif.
- 2) Soit n un entier naturel, montre que $3^{2n+1} + 2 \times 4^{3n+1}$ est divisible par 11.
- 3) Le nombre 114512364578095256 est – il divisible par 11?
- 4) Résous dans $\mathbb{Z}$, le système $\begin{cases} x \equiv 0[6] \\ x \equiv 2[4] \end{cases}$
- 5) a) Détermine suivant les valeurs de n le reste de la division euclidienne de 4^n par 7 avec $n \in \mathbb{N}$.
b) Détermine l'entier naturel x pour que $851^{2003} + 133x1 \equiv 0[7]$ ($133x1$ est écrit dans le système décimal).
- 6) Démontre que $2413^{53} \equiv 5417^{29}[4]$.

Problème :.....(10pts)

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 2cm. On placera sur une même figure, au fur et à mesure, les points définis dans le texte.

- 1) On considère l'équation d'inconnue complexe z (E) : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.
 - a) Résous cette équation dans $\mathbb{C}$.
 - b) Ecris les solutions sous forme trigonométrique.

- 2) On considère les nombres complexes $z_1 = -\sqrt{3} + i$ et $z_2 = -\sqrt{3} - i$ et on désigne par M et N les points d'affixes respectives z_1 et z_2 .
 - a) Trace le cercle de centre O et de rayon 2 et place les points M et N sur la figure.
 - b) Montre que le point N est l'image de M par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 - c) En déduis la nature du triangle OMN .
- 3) Soit B le milieu du segment $[OM]$.
 - a) Détermine l'affixe de B et place B sur la figure.
 - b) Précise la nature triangle NBO .
- 4) Soit A le point du plan défini par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{ON}$.
 - a) Détermine l'affixe A et place A sur la figure.
 - b) Vérifie que A est l'image du point B par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.
 - c) Montre que le point A est le barycentre des points N, O, B affectés de coefficients que l'on déterminera.

Partie B

Lorsque Myriam sort de chez elle, il est exactement 12h00. Deux lignes de bus passent à l'arrêt situé en face de sa maison : la ligne A passe toutes les 6 minutes et la ligne B passe toutes les 8 minutes. Myriam, à 12h00, voit les bus passer en même temps.

- 1) Combien de temps, doit – elle attendre avant de pouvoir revoir un bus de la ligne A ?
- 2) Combien de temps, doit – elle attendre avant de pouvoir revoir un bus de la ligne B ?
- 3) Calcule le PPCM (8 ; 6)
- 4) Combien de temps, doit – elle attendre avant de pouvoir revoir à nouveau un bus de la ligne A et un bus de la ligne B en même temps ? Quelle heure sera – t – il précisément ? Combien de bus de la ligne A et de la ligne B seront passés depuis 12h00 ?

Partie C :

On considère une transformation qui au point $M(x ; y)$ fait correspondre le point $M'(x' ; y')$ où $x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3}$ et $y' = -x\sqrt{3} + y$.

Soit $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ où z et z' sont les affixes respectives de M et M' .

- 1) Exprime z' en fonction de z .
- 2) Montre qu'il existe un point M_0 , et un seul d'affixe z_0 qui soit invariant dans la transformation ponctuelle.
- 3) Donne le nom de cette transformation ponctuelle et détermine ses éléments caractéristiques.

Bon travail.