

Académie d'Enseignement de Bamako Rive Droite
Lycée Privé Yaya Coulibaly
LPYC

Composition de la Première Période 2019-2020		
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
SÉRIE: T.S.E	Durée: 3 heures	Coef: 5

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation de la copie. Toute trace de recherche même incomplète ou non fructueuse développée sera prise en compte

EXERCICE1 : (7 POINTS)

- En utilisant l'algorithme d'Euclide déterminer : $354 \wedge 25$, et trouver deux entiers relatifs x et y tels que : $354x + 25y = 1$.
En déduire dans $(\mathbb{Z})^2$ les solutions de l'équation $354x + 25y = 7$.
- Résoudre dans $(\mathbb{N}^*)^2$: $(x \vee y) - 9(x \wedge y) = 13$.
- Le promoteur d'un Lycée privé dispose 15 cahiers et 25 stylos. À l'aide de ces fournitures, il veut faire des lots identiques pour récompenser les plus méritants de ses élèves.
 - Quel est le nombre maximum de lots qu'il peut former ?
 - On suppose qu'il peut former 5 lots et qu'il a en tout 40 objets (stylos et cahiers). Le nombre de cahiers étant inférieur au nombre de stylos, déterminer le nombre de cahiers et de stylos.
- Dans le système de numération décimale, on considère l'entier naturel $\overline{651x}$. Déterminer x pour que $(506390)^{128} + \overline{651x}$ soit divisible par 7.
- Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $x^2 \equiv -2[11]$.

EXERCICE2 : (5 POINTS)

Soit le complexe $z = (-\sqrt{6} - \sqrt{2}) + i(-\sqrt{6} + \sqrt{2})$.

- Calculer z^2
- Déterminer le module et un argument de z^2
- En déduire le module et un argument de z
- Déterminer les valeurs exactes de $\cos \frac{13\pi}{12}$ et $\sin \frac{13\pi}{12}$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(-\sqrt{6} - \sqrt{2}) \cos x + (-\sqrt{6} + \sqrt{2}) \sin x = 2$

PROBLÈME : (8 POINTS)

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère dans l'équation (E): $z^2 - (1 + 2i)e^{i\theta}z - (1 - i)e^{2i\theta} = 0$ avec $\theta \in [0; \pi]$

- Montrer que $z_1 = ie^{i\theta}$ est une solution de (E). Déterminer alors l'autre solution z_2 de (E).
 - Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
 - Pour $\theta = \frac{\pi}{3}$, écrire z_2 sous forme exponentielle et sous forme cartésienne. En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.
- Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points $A; B; C$ et D d'affixes respectives $z_A = 2$, $z_B = 2 + e^{i\theta}$, $z_C = ie^{i\theta}$ et $z_D = (1 + i)e^{i\theta}$.
Montrer que $ABDC$ est un parallélogramme.

Partie B

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On note $A(i)$ et $B(-2i)$.

On appelle f l'application du plan P privé A dans P , qui, à tout point M d'affixe z tel que $z \neq i$, associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{2z-i}{iz+1}$.

1. Soit $z \neq i$, on note $|z - i| = r$, $\arg(z - i) = \theta[2\pi]$.
 - a. Interpréter géométriquement r et θ à l'aide des points A et M .
 - b. Montrer que $(z' + 2i)(z - i) = 1$.
 - c. On note $r' = |z' + 2i|$, $\theta' = \arg(z' + 2i)$. Exprimer r' et θ' en fonction de r et θ .
Interpréter géométriquement r' et θ' à l'aide des points B et M' .
2. Soit (C) le cercle de centre A et de rayon 1.
Montrer que si M appartient à (C) , son image M' appartient à un cercle (C') de centre B dont on donnera le rayon.
3. Soit T le point d'affixe $\frac{\sqrt{2}}{2} + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)i$.
 - a. Calculer l'affixe de $\overrightarrow{AT}$ et en déduire que T appartient à (C) .
 - b. Déterminer une mesure en radian de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{AT})$.
 - c. Tracer le cercle (C) et placer le point T .

Bon travail !!!