

Une Foi

Académie d'Enseignement de Bamako Rive Droite.

~ Comité Pédagogique de mathématiques ~

Lycée Rosey Abantara (LRAS)

COMPOSITION DE LA PREMIERE PERIODE 2019-2020			
Classe : TSE	Décembre 2019	Durée : 4 heures	Coef : 05
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES			

Lis attentivement :

- ☛ Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages.
- ☛ La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- ☛ L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

Exercice 1 : -----[5 points]

1. Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$;

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

2. Déterminer tous les couples $(a ; b)$ avec $a \geq b$ tel que $\begin{cases} \text{PPCM}(a, b) = 30 \\ a^2 + b^2 = 325 \end{cases}$
3. La division euclidienne de 7937 et de 985 par un entier naturel b donnent comme restes respectivement 56 et 97. Déterminer l'entier b .
4. Déterminer l'ensemble des entiers naturels a tel que $3^{2n+1} + a \times 4^{3n+1}$ soit divisible par 11 ; $\forall n \in \mathbb{N}$.
5. Soit l'équation $(E) : 19x + 17y = 710$. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer une solution particulière de (E) dans $\mathbb{Z}^2$.

Exercice 2 : -----[5 points]

On considère le plan complexe rapporté au repère orthonormal $(o ; \vec{u} ; \vec{v})$.

Soit $P(z) = z^3 + 2(1 - 2\cos 2\alpha)z^2 + 4(1 - 2\cos 2\alpha)z + 8$ avec $\alpha \in]-\pi ; \pi[$

1. Calculer $P(-2)$
2. Déterminer les réels a , b et c tels que : $P(z) = (z+2)(az^2 + bz + c)$
3. Pour $a=1$; $b=-4\cos 2\alpha$ et $c=4$, résoudre $P(z)=0$.
4. Calcule le module et un argument des solutions de $P(z)=0$.
5. Soient A , B et C les points images dans le plan complexe des solutions de

$P(z)=0$. Pour quelle valeur de α le triangle ABC est-il équilatéral ?

Problème : -----[10 points]

Partie A :

Soit le système (γ) suivant
$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 0 \\ xy = -1 \end{cases}$$

1. Les inconnues x et y étant des entiers relatifs non nuls, résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ le système (γ) .
2. Les inconnues x et y étant des nombres complexes non nuls, résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système (γ) .
3. Soient M_1 , M_2 , M_3 et M_4 les points d'affixes respectives :

$$\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- a. Placer ces points dans le plan complexe $(o ; \vec{u} ; \vec{v})$.
- b. Calculer le module et un argument de ces différents complexes.
- c. Montrer que les points M_1 , M_2 , M_3 et M_4 sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

NB : $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

Partie B :

Soit g la fonction numérique à variable réelle x sur $[-3 ; 3]$ définie par $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

1. a. vérifie que g est définie sur $[-3 ; 3]$.
b. Montrer que $\forall x \in [-3 ; 3]; g'(x) = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$.
c. Etudier le signe de $g'(x)$.
2. a. Montrer que $\forall x \in [-3 ; 3]; g$ est paire
b. Calculer $g(3); g(2); g(1)$. En déduire $g(-3); g(-2)$ et $g(-1)$.
c. Par le calcul résoudre dans $[-3 ; 3]$ l'équation $g(x) = 0$.
d. Construire la courbe (C_g) de g dans un repère orthonormé $(o ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Rapidité et efficacité feront la différence !!!