

Lycée Maarif de korofina	COMPOSITION DE LA 1 ^{ère} PERIODE		
SERIE : TSE EPREUVE DE : Mathématiques	2021-2022	DUREE : 4heures	COEF : 05

EXERCICE1 : (6pts)

- A) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$ On considère, dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $Z^2 - 2\cos\theta Z + 2(1 - \sin\theta) = 0$, avec θ un réel de l'intervalle $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
- 1) Justifie que : $\cos^2\theta - 2(1 - \sin\theta) = (i\sin\theta - i)^2$
 - 2) Résous alors l'équation (E)
- B) Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$ unité (2cm). On considère l'équation : (E) : $Z^2 - 2Z\sqrt{3} + 4 = 0$
- 1) Résous l'équation (E) dans $\mathbb{C}$
 - 2) On considère la suite (M_n) des points d'affixes : $Z_n = 2^n e^{i\frac{\pi}{6}(-1)^n}$, définie $\forall n \geq 1$
 - a) Vérifie que Z_1 est une solution de (E)
 - b) Ecris Z_2 et Z_3 sous forme algébrique
 - c) Place M_1, M_2, M_3 et M_4 dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$ et tracer les segments $[M_1M_2], [M_2M_3]$ et $[M_3M_4]$
 - 3) Montre que $\forall n \geq 1 : Z_n = 2^n (\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{(-1)^n i}{2})$ et exprime Z_{n+1} en fonction de n
 - 4) a. Calcule les longueurs : M_1M_2 et M_2M_3
b. Montre que $\forall n \geq 1 : M_nM_{n+1} = 2^n\sqrt{3}$
 - 5) On note $l_n = M_1M_2 + M_2M_3 + \dots + M_nM_{n+1}$
 - a) Montre que $\forall n \geq 1, l_n = 2\sqrt{3}(2^n - 1)$
 - b) Détermine le plus petit entier n tel que $l_n \geq 1000$

EXERCICE2 :(6pts)

- I)
- 1) Vérifier que $2^4 \equiv -1[17]$ et $6^2 \equiv 2[17]$. Quel est le reste de la division par 17 des nombres 1532^{20} et 346^{12}
 - 2) Résoudre dans $\mathbb{Z} : \begin{cases} x + 2 \equiv -1[7] \\ 100 \leq x < 125 \end{cases}$
 - 3) a) Démontrer que $\forall n : 5^{2n} - 14^n$ est divisible par 11
c) Trouver tous les diviseurs de 84, puis résoudre dans $\mathbb{N} : x(x+1)(2x+1) = 84$
 - 4) Résoudre dans $\mathbb{N}^2 : 8m = 105d + 30$ avec $m = a \vee b$ et $d = a \wedge b$
 - 5) Trouver le PGCD de a et b par l'algorithme d'Euclide : a = 2004 et b = 9185

II).

- 1) Résous l'équation $7x - 4y = 4$ dans $\mathbb{N}^2$
- 2) Un entier naturel a s'écrit $\overline{75}^x$ et $\overline{49}^y$; un entier naturel b s'écrit $\overline{310}^x$ et $\overline{125}^y$. En utilisant les solutions de a), détermine x et y puis a et b

III) Le directeur des Ecoles Maarifs de Turquie dispose de 1500 cahiers et de 2500 bics. A l'aide de ces fournitures, il veut faire des lots identiques pour récompenser les plus méritants de ses élèves.

- a) Quel est le nombre maximum de lots qu'il peut former ?
- b) On suppose qu'il peut former 500 lots et qu'ils a en tout 4000 objets (bics et cahiers). Le nombre de cahiers étant inférieur au nombre de bics, détermine le nombre de cahiers et de bics

Problème :(8pts)

Partie A : Soit f la fonction définie par $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 4}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$ et $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0$
- 2) Etudier le sens de variation de f
- 3) a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$
b) Déterminer les équations des asymptotes à (C)
c) Etudier la position relative de la courbe (C) et de son asymptote oblique
- 4) a) Dresser le tableau de variation de f
b) Préciser la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0
c) Construire (C) , (T) et ses asymptotes
- 5) a) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle de $\mathbb{R}$ que l'on précisera
b) Soit f^{-1} la bijection réciproque de f et (C') la courbe de f^{-1} dans le repère précédent.

Déterminer une équation de la tangente (T') à (C') en 2

- a) Construire (C') dans le même repère que (C)

Partie B : soit la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $k(x) = \cos(3x) \cos^3(x)$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal

- 1) Restreindre le domaine d'étude de k et étudier ses variations
- 2) a. Trace la courbe (C) sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$
b. Détermine les abscisses des points de (C) où la tangente à (C) est parallèle à l'axe (ox)