

Lycée Bouillagui Fadiga (LBF)Serie : *TSE***Composition du 1^{er} trimestre 2022-2023****Epreuve de Mathématiques**Coeff: **5**Durée: **4H****Exercice 1** **5 points** 1) Démontre que pour tout entier naturel n , $3^{6n+2} + 3^{3n+1} + 1$ est divisible par 13.2) Détermine tous les couples (a, b) d'entiers naturels tels que $m + 11d = 203$, m étant le PPCM et d le PGCD de a et b .3) a) Détermine l'entier naturel $N = PGCD(17787; 689; 297)$ b) Résous l'équation $(x, y) \in \mathbb{Z}^2; 13x - 84y = 7$ 4) Prouve que : $ie^{i\frac{\pi}{6}} = \left[e^{i\frac{\pi}{3}} \right]^2$ et $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^3 = \frac{-1-i}{\sqrt{2}}$ 5) Linéarise : $A(x) = \cos^2 x \cdot \sin^3 x$ 6) Résoudre l'équation dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$: $x^2 - x - \bar{2} = \bar{0}$ **Exercice 2** **5 points**

I) 1) Détermine le PGCD de 450 et 320 .

2) Une maison a pour dimensions 4,5 m et 3,2 m. On souhaite carrelé cette pièce avec nombre entier de dalle carrées sans aucune découpage .

Quelle est le plus grand côté (en cm) de la dalle carrée ?

II) On considère dans $\mathbb{C}$ le complexe U tel que $U = -1 - 2i\sqrt{2}$ 1) Calcule les racines carrées de U .2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $2z^2 + 2iz + i\sqrt{2} = 0$ (notera z_1 et z_2 les solutions de cette équation)3) Montre que $\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \sqrt{2}$ III°) Soit θ un nombre réel tel que $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $(1 + \cos 2\theta)z^2 - 2 \sin 2\theta z + 2 = 0$

Détermine le module et un argument de chaque solution

Problème **8 points** A°) On désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A = 2 - i$ et $z_B = 2i$, et pour tout nombre complexe z différent de z_B , On pose $Z = \frac{z - z_A}{z - z_B}$.1. Détermine, dans chaque cas, l'ensemble des points $M(z)$ tel que :a. Z soit un réel ;b. Z soit un imaginaire pur (éventuellement nul) ;

c. Z soit de module 1.

2. Calcule $|Z - 1| \times |z - z_A|$ et en déduis que, lorsque $M(z)$ parcourt le cercle de centre B et de rayon R , les points d'affixes Z sont tous situés sur un même cercle dont on précisera le centre et rayon.

B°) n est un entier naturel .

Dans la division euclidienne de n par 7 , n peut s'écrire :

$$n = 7q + r \quad \text{où } q \text{ et } r \text{ sont des entiers naturels}$$

1. Que représente r ? Quelles sont les valeurs possibles pour r ?
2. On divise n^2 par 7. Quelles sont les valeurs possibles pour r' ?
3. En déduire que si 7 divise n^2 alors 7 divise n .
4. n et m sont deux entiers naturels. On divise $n^2 + m^2$ par 7. Quels sont les restes possibles ?
5. En déduire que si 7 divise $n^2 + m^2$ alors 7 divise n et m .