

Lycée Privé Atomic Fatoumata Timbo : LPATOM

COMPOSITION DE LA 1^{ère} PERIODE 2023-2024

Série: TSE	Epreuve de: Mathématiques	Coéf: 5	Durée: 4H
-------------------	--------------------------------------	----------------	------------------

Exercice 1 :(6 pts)

DV n° 2

- Montrer que $17^{400} \equiv 1[5]$
- Determiner le reste de la division euclidienne de $22^{33} + 33^{22}$ par 5
- Etablir que $\forall n \in \mathbb{N}, 3^{4n+2} + 2^{6n+3} \equiv 0[17]$
- Soit (E) : $980u + 264v = 2$
 - En utilisant l'algorithme Euclidienne déterminer le $\text{pgcd}(980; 264)$
 - En utilisant l'algorithme Euclidienne, déterminer u et v tels que $980u + 264v = 1$
 - En déduire l'ensemble solution (E)
- Résoudre dans $\mathbb{Z}/_{31}\mathbb{Z}$ l'équation: $x^2 + 33x = 0$ *$x^2 + 33x - 3 = 0$*
- Résoudre dans $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ le système $\begin{cases} a \wedge b = 9 \\ a \vee b = 90 \end{cases}$

7. Exercice(6 pts)

2 :

On considère le plan complexe $\mathcal{P}$ muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$.

1. Soit le polynôme P tel que pour tout z de $\mathbb{C}$: $P(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$

- Déterminer les réels u et v tels que $P(z) = (z-2)(z^2 + uz + v)$
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

2. On note α la solution de l'équation ci-dessus dont la partie imaginaire est strictement positive et β le conjugué de α . Soient A, B et C les points d'affixes respectives $\alpha; \beta$ et 2,

Soit I le milieu de $[AB]$ et r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Déterminer l'affixe du point $r(B)$ et en déduire la nature du quadrilatère $OACB$.

3. Soit f l'application de $\mathcal{P}$ privé du point C dans $\mathcal{P}$ qui au point M d'affixe z ($z \neq 2$) associe le point M' d'affixe z' défini par: $z' = \frac{z-(1+i)}{z-2}$

- Déterminer $f(A)$ et $f(B)$.
- Déterminer le point E tel que $f(E) = C$.
- Quelles distances représentent les reels $|z - (1+i)|$ et $|z - 2|$?
- En déduire que si M appartient à la médiatrice de $[AC]$, M' appartient à un cercle dont on donnera le centre et le rayon