

COMPOSITION DE LA 1^{ère} PERIODE

EPREUVE DE : Mathématiques

Série : T.SE Durée : 04heures Coefficient : 05

Exercice1 : _____ 07pts**I°)** On donne le complexe $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ 1°) Détermine la forme algébrique de $3iz - \bar{z}$ 2°) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $3iz - \bar{z} = 8i$ 3°) Détermine l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $3iz - \bar{z}$ soit imaginaire pur.4°) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $\frac{4z-2}{z-1} = -3 + i$ **II°)** Soit g l'application définie de $\mathbb{C} - \{1 - i\}$ vers $\mathbb{C} - \{1 - i\}$ par :

$$(\forall z \in \mathbb{C} - \{1 - i\}), g(Z) = \frac{(1-i)Z}{Z-1+i}.$$

1°) a°) Détermine les deux racines carrées du nombre $3 - 4i$ b°) Résous dans $\mathbb{C} - \{1 - i\}$ l'équation $g(Z) = Z + 2 + i$ 2°) a°) Montre que $(\forall z \in \mathbb{C} - \{1 - i\}),$ l'équation $(\overline{g(Z)} = g(Z)) \Leftrightarrow (|Z + i| = 1)$ b°) Déduis-en l'ensemble des points M(Z) tel que $g(Z)$ est réel3°) Soit Z un nombre définie de $\mathbb{C} - \{1 - i\}$ et on pose $Z - 1 + i = e^{i\theta}$ avec $\theta \in [0, \pi]$.a°) Détermine en fonction de θ $\arg(g(Z) - 1 + i)$ et $|g(Z) - 1 + i|$ b°) Sachant que $g(Z) - 1 + i = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$.Détermine l'écriture exponentielle du nombre $Z - 1 + i$ puis déduis Z .**Exercice 2 :** _____ 4pts

1°) On veut entourer avec un minimum d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimensions 525m et 285. Les arbres seront régulièrement espacés, de plus, il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle.

Calcule :

a°) La distance comprise entre deux arbres

b°) Le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ

2°) On considère l'équation (E) : $11x - 26y = 1$, où x et y désignent deux nombres entiers relatifsa°) Vérifie que le couple $(-7; -3)$ est une solution de l'équation (E)

b°) Résous alors l'équation (E)

c°) Déduis-en le couple d'entiers relatifs $(p; q)$ solution (E) tel que $0 \leq p \leq 25$

Partie A : Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé, on considère le polynôme complexe

$$f(z) = z^3 - (5 + i)z^2 + 2(5 + 3i)z - 4(2 + 4i)$$

1°) Calcule $f(2i)$. Que peut-on conclure ?

2°) Trouve les complexes a ; b ; c tels que $f(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$.

3°) a°) Calcule $(1 + 2i)^2$

b°) Déduis-en la résolution de l'équation $f(z) = 0$

4°) Soient A ; B ; C les points d'affixes respectives $2i$; $3 + i$; $2 - 2i$

a°) Place les points A ; B ; C

b°) On pose $Z = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$. Donne la forme algébrique de Z .

Déduis-en le module et un argument de Z .

c°) Interprète le module et un argument de Z .

5°) Soit D le point d'affixe Z_D tel que $Z_D - Z_C = Z_A - Z_B$.

Détermine les coordonnées de D puis le place sur la figure précédente.

6°) Déduis-en la nature du quadrilatère $ABCD$

Partie B :

Soit u le nombre complexe défini par $u = \cos\theta + i\sin\theta$ où $\theta \in]-\pi ; \pi]$

1°) Calcule le module et un argument de $\frac{1-u}{1+u}$ (On discutera suivant les valeurs de θ)

2°) Déduis-en le module et un argument de z tel que : $u = \frac{2+iz}{2-iz}$

3- Résous $(2 + iz)^6 = (2 - iz)^6$

En Suivant le Chemin qui s'appelle Plus Tard, on Arrive sur la Place qui

S'appelle Trop Tard !!!