

AEBRD**LYCEE BAMINATA COULIBALY (LBAC)****2024-2025**

Comité Pédagogique de Mathématiques

COMPOSITION DU PREMIER TRIMESTRE**Epreuve de Mathématiques****DUREE : 4H****TERMINALE SCIENCES EXACTES (TSE)****COEF : 4****EXERCICE 1 :** (4 points)1- Ecris chacun des complexes ci-dessous sous la forme $re^{i\theta}$, $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad A = -\cos \frac{x}{2} - i \sin \frac{x}{2} \quad B = -i\sqrt{2} e^{-i3x} \quad \text{et} \quad C = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{\sin x - i \cos x} \quad \underline{2pt}$$

2- On considère les complexes : $z_1 = a - ia$ et $z_2 = 3b + ib\sqrt{3}$ où $a < 0$ et $b > 0$ a- Détermine le module et un argument des complexes z_1 et z_2 . 1ptsb- On pose $Z = z_1 \times z_2$ c- Ecris Z sous forme algébrique. 0.5ptd- Trouve le module et un argument de Z puis écrivez-le sous forme trigonométrique 1pte- Dédurre des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$ indépendamment de a et b . 0.5pt**EXERCICE 2 :** (4 points)1- Soit $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$, on considère l'équation $(E) : 4x - y = 2$ a- Démontre que si le couple (x_0, y_0) est solution de (E) alors y_0 est pair. 0.5ptb- Détermine les valeurs possibles du $PGCD(x_0, y_0)$ 0.5pt2- a-/ Vérifie que le couple $(1, 2)$ est solution de (E) . 0.5ptb-/ Résous l'équation (E) . 1pt3- Détermine l'ensemble des couples (x, y) solutions de (E) tels que $x \wedge y = 1$ 0.5pt4- $\overline{ac2}^3$ et $\overline{baa}^4$ sont deux écritures du même entier P respectivement en base 3 et en base 4a- Justifie que $3c + 2$ est multiple de 4. 0.5ptb- Dédurre-en que $c = 2$ 0.5ptc- En déduire de la question 2-/ b-/ les Valeurs de a et b 0.5ptd- Ecris P dans le système décimal. 0.5pt

PROBLEME :

(10 points)

A- Etude d'une fonction auxiliaire : Soit le polynôme g défini par $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

- 1- Etudie les variations de g et dresse le tableau de variation **1,25pt**
- 2- Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution α telle que $-1 < \alpha < 0$ **0,5pt**
- 3- Donne un encadrement à 10^{-1} près. **0,5pt**
- 4- Déduis-en le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . **0,5pt**

B- Etude de la fonction principale : Soit la fonction f définie $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{(x-1)^2}$ et $(\mathcal{C}f)$ sa courbe

représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- a-/ Détermine l'ensemble de définition Df **0.5pt**

b-/ Calcule les limites de f aux bornes de Df puis donne l'équation de l'asymptote **1pt**

2- Détermine les réels a, b et c que pour tout $x \in Df$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$ **0.5pt**

a-/ Démontre que la droite $(D) : y = ax + b$ est asymptote oblique pour la courbe $(\mathcal{C}f)$ **0.5pt**

b-/ Etudie la position relative de $(\mathcal{C}f)$ par rapport à (D) . **0.5pt**

1- Calcule et montre que pour tout $x \in Df$, $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$ **0.5pt**

2- En déduire les variations de f puis dresse le tableau de variation de f **0.5pt**

3- a-/ Montre que $f(\alpha) = 3 - \frac{6}{(\alpha-1)^2}$ **0.5pt**

b-/ En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ à partir de l'encadrement de α à 10^{-1} près. **0.5pt**

4- a-/ Détermine les points de contact entre la courbe $(\mathcal{C}f)$ et les axes de coordonnées. **0.5pt**

b-/ Trace la courbe $(\mathcal{C}f)$ et toutes les droites remarquables. **0.75pt**

C- Etude graphique : Soit l'équation paramétrique $(E_m) : x^3 + mx^2 - (2m + 3)x + m = 0$; $m \in \mathbb{R}$

1- Montre que les équations (E_m) et $f(x) = m$ sont équivalentes. **0.5pt**

2- En déduire graphiquement suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de (E_m) **0.5pt**