

COMPOSITION DU PREMIER TRIMESTRE 2024-2025

Epreuve de MATHEMATIQUES

Classe : TSExp

Durée : 3 heures

Coefficient : 3

EXERCICE 1 :.....(5 points)

A// On considère l'équation d'inconnue z , (E) : $z^3 - (1 + i)z^2 + 2(1 + 3i)z + 8 = 0$.

- 1) Montre que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera.
- 2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

B// Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

Soient A, B et C les points d'affixes respectives : $z_A = 2i$, $z_B = 2 - 2i$ et $z_C = -1 + i$.

- 1) Place les points A, B et C dans le plan Complexe.
- 2) Calcule le rapport $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$, puis déduis-en la nature du triangle ABC .
- 3) Détermine l'affixe du point D pour que $ADBC$ soit un parallélogramme. Place le point D .
- 4) Détermine l'affixe du point E , milieu de $[AB]$. Place le point E .

EXERCICE 2 :.....(5 points)

- 1) Calcule les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - x^2} - 1}{x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$$

- 2) Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x^2 + ax + b; x \leq 1 \\ f(x) = \frac{ax+b}{x+1}; x > 1 \end{cases}$$

- a) Détermine les réels a et b pour que la fonction soit continue et dérivable en 1.
- b) Pour les valeurs de a et b trouvées, calcule $f(0)$, $f(2)$ et $f(-3)$.

PROBLEME :.....(10 points)

Partie A :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

- 1) Calcule les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$.
- 2) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]2,1; 2,2[$.
Détermine un encadrement de α au centième près.
- b) En déduis le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unité graphique : 2cm)

- 1) a) Détermine l'ensemble de définition de f .
b) Etudie les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
Précise les asymptotes éventuelles.
- 2) a) Montre que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$.
b) En déduis le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C) .
b) Etudie la position relative de (D) et (C) .
- 4) Trace (D) et (C) .