

Académie d'Enseignement de Bamako Rive Droite ***** ***** LYCEE PRIVE VOUS ET NOUS DE SENOU ***** ***** LPVNS *****		République du Mali Un Peuple-Un But-Une Foi	
Tant que le grand Dieu dédaignera de dévoiler le futur à l'homme, l'humanité se résumerait à deux mots : Attendre & Espérer.			
Evaluation Trimestrielle : 1^{er} Période 2024-2025			<i>izi maths</i>
EPREUVE DE : <i>Mathématiques</i>	CLASSE : T.S.E	COEFF : 05	ANNEE SCOLAIRE : 2024-2025
DUREE : 03 Heures		DATE : 13-12-2024	
<i>Aucun brouillon ne sera corrigé. La clarté et la précision seront prises en compte dans la correction. Présentation : 00pt</i>			

Situation d'évaluation 1

5 points

A. Soient n un entier naturel et la suite de nombres complexes (z_n) définie par :

$$z_n = (1 + i\sqrt{3})^n + (\sqrt{3} + i)^n.$$

- Ecris z_0 et z_1 sous forme exponentielle. (On pourra poser $n = 0$ et $n = 1$)
- Montre que pour tout n , $z_n = 2^{2n+1} e^{i(\frac{n\pi}{4})} \cos \frac{n\pi}{12}$.
- Montre que z_n est réel si n est un multiple de 4 et que z_n est un imaginaire pur si $n \equiv 2[4]$.

B. Soit n un entier naturel tel que $\begin{cases} n \equiv 3[5] \\ n \equiv 1[7] \end{cases}$.

- Montre qu'il existe deux entiers α et β tels que le système précédent soit sous la forme $7\alpha - 5\beta = 2$
- Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $7\alpha - 5\beta = 2$.
- Montre que l'entier naturel $n \equiv 8[35]$. En déduire le reste de la division de n par 35.
- Démontre que $3^{3n+2} + 2^{n+4}$ est divisible par 5.
- Trouve les couples $(a; b)$ d'entiers naturels donc $a \wedge b$ et $a \vee b$ sont solutions de l'équation $x^2 - 91x + 588 = 0$.

Situation d'évaluation 2

4 points

- En prélude d'une visite de ses deux enfants, une maman désire de faire un festin veut faire un retrait sur son compte **Orangemoney**. Elle réalise qu'elle a oublié son code. Mais elle a en sa possession une note écrite par son fils **Samba** dans laquelle on peut lire : " **Le mot de passe $1xy2^{10}$ est un multiple de 3 et de 11 tels que x et y soient les plus grands possibles**". Aidez-la à résoudre son problème.
- Soit le polynôme P défini dans $\mathbb{C}$ par $P(z) = z^4 - 4z^3 + 8z + 20$
 - Montre que si z_0 est solution de P alors $\bar{z}_0$ est aussi solution de P .
 - Montre que $3 + i$ est une racine de P . En déduire une racine de P .
 - Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

Problème

11 points

Partie A :

Soit la fonction g définie sur $]1; +\infty[$ par $g(x) = -x + \sqrt{x^2 - 1}$.

- Montre que pour tout $x \in]1; +\infty[$; $x - \sqrt{x^2 - 1} > 0$.
- Dresse le tableau de variation de g .
- Donne le signe de g .

12^{ème} Sciences Exactes\LPVNS

Prof. Samba Touré

S.V.P tournez

- 4) On donne $h(x) = x^4 + 13x^2 - 14$. Montre que $h(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 14)$ puis étudier son signe sur $]-\infty; 0]$.

Partie B :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+7|x|}{x^2+2} & \text{si }]-\infty; 1[\\ x + \frac{5}{3} - \sqrt{x^2 - 1} & \text{si } x \in [1; +\infty[\end{cases}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) a. Calcule les limites aux bornes de D_f .
b. Etudier la dérivabilité de f en 0 et 1. Interpréter graphiquement ces résultats.
- 2) a. Montre que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote oblique à la courbe (C_f) de f au voisinage de $-\infty$.
- 3) a. Vérifie que $\forall x \in]1; +\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{x^2-1}}$
b. Donne le sens de variation de f sur $]1; +\infty[$
- 4) Etudie le sens de variation de f sur $]-\infty; 1[$.
- 5) Dresse le tableau de variation de f .
- 6) Soit k la restriction de f à l'intervalle $]-\infty; 1]$.
a. Justifie que k est bijective de $]-\infty; 1]$ vers J à déterminer.
b. Montre que l'équation $k(x) = 0$ admet une unique solution $a \in [-3; -2]$.
c. On note k^{-1} sa bijection réciproque et (C^{-1}) la courbe de k^{-1} .
Calcule $k(-4)$ et $k^{-1}(-2)$.
- 7) Etudie les positions relatives de (C_f) et (D) sur $]-\infty; 1[$.
- 8) Esquisse la courbe (C) et (C^{-1}) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Courage !!!