



Aucun brouillon ne sera corrigé. La clarté et la précision seront prises en compte dans la correction

## Situation

1

## d'évaluation

05 points

I-1) On donne le système  $(\Sigma)$ :  $\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ y \equiv x^2 [5] \end{cases}$  où  $x$  et  $y$  sont des entiers relatifs

- a) Résous dans  $\mathbb{Z}^2$ , l'équation  $3x - 5y = 6$  à l'aide de la congruence modulo.  
b) En déduis les solutions du système.

2) On donne les nombres  $K = \overline{1a2a}^8$  et  $D = \overline{abc1}^7$  où  $a$ ;  $b$  et  $c$  sont des chiffres.

- a) Détermine  $a$ ;  $b$  et  $c$  sachant que  $K$  est divisible par 9 et le couple  $(b; c)$  est solution de l'équation  $3x - 5y = 6$  et le nombre  $D$  est le plus petit possible.  
b) Ecris  $K$  dans le système de numération de base 10.  
c) Détermine les entiers naturels  $n$  pour lesquels  $K^n \equiv 4 [11]$ .

3) Détermine les couples d'entiers naturels  $(\alpha; \beta)$  tels que  $\begin{cases} \alpha + \beta = 3117 \\ \frac{\alpha\beta}{\alpha \wedge \beta} = 224298 \end{cases}$

## II- Situation complexe :

Deux frères Hama et Yoro rendent visite à leur maman MomKadi de façon périodique. Les visites de Hama se font tous les 15 jours et celles de Yoro tous les 123 jours. Le 12 Janvier 2025, Yoro rend visite à leur maman. Elle lui fait savoir que son grand-frère Hama a passé il y a 9 jours de cela. Le jour où les deux frères se croisent chez leur maman, ce jour se fait appeler « **Weltarè** ». Leur maman MomKadi veut leur faire une surprise pour le prochain **Weltarè**. A partir de tes connaissances en math, aide MomKadi à trouver sa date exacte

## Situation

2

## d'évaluation

05 points

I- Soit le polynôme  $P_\theta$  défini par :

$$P_\theta(z) = z^3 - (4 + 2i \sin \theta)z^2 + (4 + 6i \sin \theta)z - 4i \sin \theta \text{ où } \theta \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[.$$

- 1) Montre que  $P_\theta$  admet une racine réelle  $z_0$  à préciser.  
2) Résous dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $P_\theta(z) = 0$  puis écris les solutions sous forme exponentielle.

II- Dans le plan complexe  $\mathcal{P}$  muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ , on donne  $A(2)$  et l'application  $f$  définie par :  $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$

$$M(z) \mapsto f(M) = M'(z') \text{ tel que } z' = z^2 - 2z$$

- 1) Détermine l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $f(M) = M$ .

- 2) **a.** Montre que pour tout point  $M$ , on a :  $OM' = AM \times OM$ .  
**b.** En déduis que si  $M$  appartient à la médiatrice  $(\Delta)$  du segment  $[OA]$  alors  $OM' = OM^2$ .
- 3) Détermine et construis l'ensemble  $(\mathcal{E})$  des points  $M(z)$  du plan tels que  $M'$  appartienne à l'axe des abscisses.
- 4) Détermine et construis l'ensemble  $(\mathcal{F})$  des points  $M(z)$  du plan tels que :  
 $\arg(\bar{z}) = -\arg(iz - 2i) + k\pi$

Situation

3

d'évaluation

10 points

*Les parties A et B du problème sont dépendantes.*

### PARTIE A

Soit la fonction  $g$  définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $g(x) = 4x^3 - 3x - 4$ .

- 1) Dresse le tableau de variation de  $g$
- 2) Montre que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ .  
Donne un encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-1}$  près.
- 3) Donne le signe de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

### PARTIE B

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$  par :  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3+1}{4x^2-1} & \text{si } x \in \left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[ \cup \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[ \\ \sqrt{-2x-1} & \text{si } x \in \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right] \end{cases}$  et  $(C_f)$

dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  d'unité graphique 1cm.

- 1) **a)** Détermine les limites aux bornes de  $D_f$ . (*La détermination de  $D_f$  n'est pas demandé*)  
**b)** Montre que  $(D): y = \frac{1}{2}x$  est asymptote oblique à  $(C_f)$  au voisinage de  $+\infty$ .  
**c)** Précise les autres asymptotes ou branches infinies.
- 2) **a)** Montre que pour tout  $x \in \left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[ \cup \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$ ,  $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(4x^2-1)^2}$ .  
**b)** En déduis les variations de  $f$  sur  $\left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[ \cup \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$ .
- 3) Etudie la dérivabilité de  $f$  en  $-\frac{1}{2}$  puis étudie son sens de variation sur  $\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right]$ .
- 4) Etudie la position relative  $C_f$  et  $(D)$  sur  $\left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[ \cup \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$
- 5) Dresse le tableau de variation de  $f$  puis montre que  $f(\alpha) = \frac{3\alpha^2+6\alpha}{4\alpha+8}$
- 6) **a)** Montre que la restriction  $h$  de  $f$  à  $\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[$  est bijective.  
**b)** Soit  $h^{-1}$  la bijection réciproque de  $h$  et  $(\Gamma)$  sa courbe. Calcule  $(h^{-1})'(1)$
- 7) Trace  $(D)$ ;  $(C_f)$  et  $(\Gamma)$  dans un même repère. (*On prendra  $f(\alpha) = 0,9$* )

*Fin.*