

COMPOSITION DE LA 1^{ère} PERIODEAnnée Scolaire :
2024 - 2025

Classe :

TSE

Epreuve de :

MATHEMATIQUES

Durée : 4 Heures

Coef : 04

Exercice 1(06 pts)

1. Soit $n = 21210^4$
 - a) Ecrire, sans passer par le système décimal, n dans le système binaire
 - b) Ecrire n dans le système décimal
2. a) Décompose 612 en produit de facteurs premiers puis détermine le nombre de diviseurs positifs de 612.
 - b) Détermine l'ensemble des diviseurs positifs de 612
 - c) Détermine les entiers naturels x et y tels que : $x^2 - y^2 = 612$
 - d) Après avoir trouvé des entiers naturels dont le carré est un diviseur de 612, détermine les couples $(a; b)$ d'entiers naturels tels que $m^2 - 127d^2 = 612$ où $m = \text{PPCM}(a; b)$ et $d = \text{PGCD}(a; b)$
3. Pour quelles valeurs de l'entier relatif n , le nombre $\frac{n^2+3n+1}{n+1}$ est-il entier relatif ?
4. On veut entourer avec un nombre minimum d'arbres un champ rectangulaire de dimensions 396 m et 156 m. Les arbres seront régulièrement espacés, de plus il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle.
Calcule :
 - a) La distance comprise entre deux arbres
 - b) Le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ

Exercice 2 (04 pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-i$, $-2i$ et $1-i$. A tout point M d'affixes $z = x + iy$, distinct de A, on associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ défini par : $z' = \frac{z^2}{z+i}$

1. a) Détermine les affixes des points B' et C' associés respectivement aux points B et C
- b) Montre que les points A, B' et C' sont alignés
- c) Détermine la nature du triangle ACC'
2. a) Exprime x' et y' en fonction de x et y
- b) Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que z' soit un imaginaire pur.

Problème (10 pts)

A) On considère l'équation d'inconnue z , (E) : $z^3 + (-1 - i)z^2 + 2(1 + 3i)z + 8 = 0$

1. Montre que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera
2. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

B) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 2i$; $z_B = 2 - 2i$ et $z_C = -1 + i$

1. a) place les points A, B et C
b) Détermine l'affixe z_D du point D pour que ADBC soit un parallélogramme. Place le point D

2. On pose $z = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$

- a) Ecrire z sous forme algébrique. En déduis la nature du triangle ABC.
- b) Détermine l'affixe z_E du point E milieu de $[AB]$. Place le point E.

C) On considère l'équation (E) : $17x - 29y = 6$ avec $(x; y) \in \mathbb{Z}^2$

1. a) En utilisant l'algorithme d'Euclide, détermine un couple $(u; v) \in \mathbb{Z}^2$ solution de l'équation : $17u - 29v = 1$. En déduire une solution particulière de l'équation (E)

b) Détermine toutes les solutions de l'équation (E)

c) En déduire la solution dans $\mathbb{Z}$ du système : $\begin{cases} a \equiv 2[17] \\ a \equiv 8[29] \end{cases}$ puis détermine un entier naturel

$r \in]200; 300[$ tel que $a \equiv r[493]$

2. Un général décide de compter ses soldats. Il leur ordonne de se ranger en rang de 29 : il reste 2 soldats. Il leur ordonne de se ranger en rang de 17 : il reste 8 soldats. Sachant que la troupe est constituée de moins de 300 soldats. Combien y a-t-il de soldats ?

NB : Les parties A), B) et C) sont indépendantes

Vive les Mathématiques !!!!