

COMPOSITION DE LA : PREMIÈRE PÉRIODE

SÉRIE : TSE

ANNÉE SCOLAIRE : 2025-2026

ÉPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 4H

COEFFICIENT : 4

Situation1 : (5pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(A; \vec{u}; \vec{v})$, unité graphique $1cm$.

On considère les points B, D et C définis par $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$ et $\overrightarrow{AD} = 2\vec{v}$ tel que $ABCD$ soit un rectangle.

- 1- Fais une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
- 2- Soit E l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$. Détermine l'abscisse de Z_E de E puis construis le point E .
- 3- Détermine les nombres réels a et b tels que le point F d'abscisse $z_F = 6 - 4i$ est défini par la relation vectorielle $a\overrightarrow{FA} + b\overrightarrow{FB} + c\overrightarrow{FC} = \vec{0}$.
- 4- On considère la similitude directe T qui transforme A en E et B en F .
 - a) Exprime Z' en fonction de Z ou Z' est l'abscisse du point du M' image de M par T .
 - b) Détermine les images de C et D par T .
 - c) Détermine puis construis l'image par T du rectangle $ABCD$.
 - d) Calcule l'aire de la figure image.

Situation2 : (5pts)

I- On considère le nombre $N = 18360$.

- 1- Trouve tous les entiers naturels dont le cube divise N .
- 2- Déduis- en dans $\mathbb{N}$, la résolution de l'équation d'inconnue $x : x^3[x^2 + (x+1)^2] = 18360$
- 3- Existe-t-il un entier naturel x tel que le nombre qui s'écrit 36723 dans le système décimal s'écrit 442003 dans le système de numération à base x ?

II- On veut planter des arbres sur le périmètre d'un terrain triangulaire de cotés $132m$; $156m$ et $204m$, de tel sorte qu'il y ait un arbre à chaque sommet du triangle et que les arbres que les arbres soient espacés.

Détermine le nombre minimum d'arbres que l'on pourra planter si l'on veut que la distance entre deux arbres soit exprimée en un nombre entier de mètres.

Situation3 : (10pts)

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x - 1 + 2\sqrt{x-1}, & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 3}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1- Détermine D_f puis calcule la limite à ses bornes.
- 2- a) Étudie la continuité de f en $x_0 = 1$.

b) Étudie la dérivabilité de f en $x_0 = 1$ puis interprète graphiquement le résultat.

3- Étudie les branches infinies de (C_f) .

4- a) Montre que
$$\begin{cases} f(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x}(\sqrt{1-x}+1)}, \forall x \in]-\infty; 1[\\ f(x) = \frac{12x^2}{(x^3+3)^2}, \forall x \in]1; +\infty[\end{cases}$$

b) Étudie le signe de $f'(x)$.

c) Dresse le tableau de variation de f .

5- a) Détermine une équation cartésienne de la demi-tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $A(1; 0)$.

b) Construis (C_f) et (T) .

6- Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I =]1; +\infty[$

a) Montre que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à préciser.

b) Détermine $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

c) Calcule $(g^{-1})'(x)$ de deux manières.

d) Construis $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.