

Composition de la 1 ^{ère} période 2025-2026		
Série: 12 ^{ème} Sciences Exactes.		
Épreuve de: Mathématiques.	Durée: 4h.	Coeff: 5.

QCM ; Vrai-Faux(2,5points)

QCM

Choisir la réponse exacte :

- Si A,B et C sont trois points d'affixes respectives $z_A; z_B$ et z_C tels que $z_B - z_A = 4(z_C - z_A)$, alors :
a°) ABC est isocèle ; b°) (AB) et (AC) sont perpendiculaires ; c°) A,B et C sont alignés.
- Si A,B et C sont trois points d'affixes respectives $z_A; z_B$ et z_C tels que $z_B - z_A = 4i(z_C - z_A)$, alors :
a°) ABC est isocèle ; b°) (AB) et (AC) sont perpendiculaires ; c°) (AB) et (AC) sont parallèles.
- L'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$ a pour solutions :
a°) $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = 1 + i$; b°) $z_1 = 2i$ et $z_2 = -i$; c°) $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = 2 + i$.

Vrai-Faux

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

- Soit z et z' deux nombres complexes non nuls. Si $|z| = |z'|$ alors nécessairement $z = z'$ ou $z = -z'$.
- L'équation $z^2 = -3$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{C}$.
- Soit z un nombre complexe. Si $z^3 = i$ alors nécessairement z est imaginaire.

Exercice 1 : (4,5 points)

Dans le plan P muni de son repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$, on considère l'équation à variable complexe notée et déterminée par : (E) $z^3 - (2 + 2i)z^2 + (2 + 4i)z - 4i = 0$

- Prouve que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on notera z_0 .
- Achève la résolution de l'équation (E). On notera z_1 et z_2 les autres solutions trouvées telles que $\text{im}(z_1) < \text{im}(z_2)$.
- Donne les écritures exponentielles de z_1 et de z_2 .
- On considère E, G et F, les points du plan d'affixes respectives de z_0, z_1 et z_2 .
Donne l'expression algébrique du complexe $Z = \frac{z_1 - z_2}{z_0 - z_2}$.
- Détermine z_3 d'affixe de D pour que EDGF soit un parallélogramme.

Exercice 2 : (6 points)

I-// a) Détermine les éléments caractéristiques de la similitude indirecte S qui, à tout point M d'affixe Z, associe le point M' d'affixe Z' tels que : $Z' = (1 - i)\bar{Z} + 1 + i$.

b) Soient les points A(2 ; -2) ; B(-1 ; 1) et C(0 ; -1). Détermine l'expression complexe de la similitude indirecte S telle que S(A) = C ; S(B) = A.

c) Soient les points P(1 ; -1) et Q(-2 ; 1). Détermine l'expression complexe de la similitude directe s de centre $\Omega(-1; -1)$ telle que S(Q) = P.

d) Déterminer l'expression complexe de la similitude directe s de centre $\Omega(-1; -1)$ et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et de rapport $\frac{1}{2}$.

II-// Dans une classe de terminale, la taille moyenne des élèves est de 167 cm. La taille moyenne des filles est de 160 cm et la taille moyenne des garçons est de 173,5 cm.

Quelle est l'effectif de la classe sachant qu'il est compris entre 50 et 60.

Exercice 3 : (7 points)

A l'instar des grandes villes du monde, la municipalité de GAMBA organise chaque année un marathon international. Lors d'une conférence de presse, organisée par le comité d'organisation de la prochaine édition du marathon, le président dudit comité a donné des informations relatives au marathon qui peuvent se traduire par :

- La date retenue pour cette compétition est le « $a/(b+1)/c$ » où a, b et c sont des entiers naturels non nuls tels que : $c = \overline{642}^a = \overline{1202}^{2b}$ et $a - b = \overline{20}^b$;

- Le nombre de pays attendus à cette manifestation est le plus grand entier naturel N_1 tel que $N_1 = x + y$, avec x et y des entiers naturels vérifiant $4x^2 = y^2 + 15$;

- Le nombre de participants attendus à cette course, est le nombre N_2 tel que $N_2 = 3\alpha + 5\beta$, où α et β sont des entiers tels que $71 < \alpha < 78$, $59 < \beta < 66$ et dans l'ensemble $D = \left(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}\right)^2$ on a :

$$\begin{cases} \overset{\cdot}{\alpha} \overset{\cdot}{\beta} = \overset{\cdot}{3} \\ \overset{\cdot}{\alpha} - \overset{\cdot}{\beta} = \overset{\cdot}{5} \end{cases} ;$$

- Le nombre d'officiels attendus est le nombre m tel que : $24 < m < 30$ et $3^{m+3} - 4^{m+4} \equiv 0[11]$.

Tâche : Tu es invité(e) à décoder ces informations en répondant aux questions suivantes.

1) a) Résous dans $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ le système d'inconnue $(a; b)$ suivant : $\begin{cases} \overline{642}^a = \overline{1202}^{2b} \\ a - b = \overline{20}^b \end{cases}$.

b) Détermine la date de l'édition prochaine du marathon .

2) a) Résous dans $\mathbb{N}^2$ l'équation d'inconnue $(x; y)$ suivantes : $4x^2 = y^2 + 15$.

b) Déduis-en le nombre de pays de provenance des athlètes.

3) a) Résous dans D le système : $\begin{cases} \overset{\cdot}{xy} = \overset{\cdot}{3} \\ \overset{\cdot}{x} - \overset{\cdot}{y} = \overset{\cdot}{5} \end{cases}$

b) Détermine le nombre d'athlètes attendus à cette course.

4) a) Détermine suivant les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division euclidienne de 3^n par 11.

b) Détermine suivant les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division euclidienne de 4^n par 11

c) Déduis-en le nombre d'officiels attendus à cette manifestation sportive.