



Composition de la deuxième période 2025-2026

Exercice 1 : 4pts

Détermine l'expression analytique de :

1. De la symétrie axiale S d'axe $\Delta: x + 2y - 3 = 0$.
2. De l'homothétie h de centre $I\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$ et de rapport 3.
3. De la translation t de vecteur $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$.
4. De la fonction $f = t \circ h$. Montre que cette fonction est une similitude directe dont on déterminera la nature et les éléments caractéristiques.
5. De la fonction $g = h \circ S$. Montre que cette fonction est une similitude indirecte dont on déterminera la nature et les éléments caractéristiques.

Exercice 2 : 4pts

Soit les points A, B et C d'affixe respective $z_A = 3i$; $z_B = -2 - i$ et $z_C = 4 + i$.

1. Met sous forme algébrique $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. En déduis la nature du triangle ABC.
2. Montre que les points A, B et C appartiennent à un même cercle dont précisera l'équation.
3. Détermine l'ensemble (E) des points M tels que $\frac{MA}{MB} = 1$.
4. Détermine l'ensemble (F) des points M tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -1$.
5. Détermine l'ensemble (H) des points M tels que $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 16$.
6. Détermine l'ensemble (I) des points M tels que $\text{mes}(\widehat{MA, MB}) = 0$.
7. Détermine l'ensemble (J) des points M tels que $\text{mes}(\widehat{MB, MC}) = \frac{\pi}{6}$.

Exercice 3 : 4pts

Une urne contient 4 boules blanches, 3 boules noires et 2 boules rouges. On tire simultanément 3 boules de l'urne. L'obtention d'une boule blanche rapporte 3 points, l'obtention d'une boule noire rapporte 0 point l'obtention d'une boule rouge coute 2 points.

- 1) Déterminer $X(\Omega)$, l'ensemble de tous les points qu'il est possible d'obtenir dans cet exercice.
- 2) Détermine la loi de probabilité de X.

- 3) Détermine la fonction de répartition $F(X)$ puis faire la représentation graphique de $F(X)$.
- 4) Calcule l'espérance mathématique, la variance et l'écart type.

Exercice 4 : 4pts

On considère l'équation différentielle $(E): y' = 2y + \cos x$.

1. Détermine deux nombres réels a et b tels que la fonction f_0 définie par : $f_0(x) = a \cos x + b \sin x$ soit une solution de (E) .
2. Résous l'équation différentielle $(E_0) : y' = 2y$.
3. Démontre que f est solution de (E) si et seulement $f - f_0$ est solution de (E_0) .
4. En déduis les solutions de (E) .
5. Détermine la solution k de (E) vérifiant $k\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
6. Étudie la parité et la périodicité de la fonction f_0 .
7. Montre que f_0 est continue sur $[0; \pi]$ et détermine l'intégrale $\int_0^\pi f_0(x) dx$.
8. Détermine $f_0'(x)$.

Exercice 5 : 4pts

On donne la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $u_n = \int_2^3 (e^{nx} - 1) dx$.

1. Pour tout entier naturel n , montre que u_n existe.
2. Calcule les deux premiers termes de cette suite.
3. Montre que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est croissante.
4. Donne une interprétation graphique du premier terme de cette suite.
5. Montre que pour tout $x \in]2; 3[; e^n - 1 < u_n < e^{2n} - 1$.
6. Étudie la convergence de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.