

Exo : Résoudre l'équation différentielle

$$y^2 - yy' - 2y'^2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 2(y)\left(\frac{1}{2}y'\right) + \frac{1}{4}y'^2 - \frac{1}{4}y'^2 - 2y'^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(y - \frac{1}{2}y'\right)^2 - \frac{9}{4}y'^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(y - \frac{1}{2}y'\right)^2 - \left(\frac{3}{2}y'\right)^2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \left(y - \frac{1}{2}y' - \frac{3}{2}y'\right)\left(y - \frac{1}{2}y' + \frac{3}{2}y'\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (y - 2y')(y + y') = 0.$$

$$\Leftrightarrow -2\left(y' - \frac{1}{2}y\right)(y' + y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' - \frac{1}{2}y = 0 \\ \text{ou} \\ y' + y = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = ke^{\frac{x}{2}}, k \in \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ y = k'e^{-x}, k' \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$S = \{ ke^{\frac{x}{2}}; k'e^{-x}, k \in \mathbb{R}, k' \in \mathbb{R} \}$$