

$$P_6) \ln a \leq \ln b \Leftrightarrow a \leq b$$

$$P_7) \ln \sqrt{a} = \ln a^{1/2} = \frac{1}{2} \ln a.$$

Primitives:

$$\frac{u'}{u} \text{ a pour primitive } \ln|u| + C, C \in \mathbb{R}$$

Evaluation 1:

Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes: a) $f(x) = \ln(1-x^2)$; b) $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x+2}\right)$; c) $f(x) = \ln(x^2+1)$; d) $f(x) = \ln|1-2x|$; e) $f(x) = \ln(x^2-4x+3)$

Evaluation 2:

Détermine les primitives des fonctions suivantes:

$$1) f(x) = \frac{1-2x}{-x^2+x-4}; \quad 2) f(x) = \frac{1}{x+1}; \quad 3) f(x) = \frac{x+3}{x^2+6x-1}$$

Evaluation 3:

Détermine la dérivée de chacune des fonctions

Suivantes: a) $f(x) = \ln(3x^2-2x+6)$; b) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{2x+4}\right)$; c) $f(x) = \ln(-x)$; d) $f(x) = \ln(x-4x^2)$; e) $f(x) = \ln \sqrt{3x+7}$

Fonction logarithme Népérien

(ln ou Log)

Définition : la fonction logarithme népérien notée ln ou Log est la primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui s'annule pour 1. $(\ln 1) = 0$.

Domaine de définition

• soit $f(x) = \ln x$ (logarithme népérien)

$$D_f = \{x / x \in \mathbb{R}; x > 0\}$$

$$D_f =]0; +\infty[$$

• soit $f(x) = \ln u(x)$

$$D_f = \{x / x \in \mathbb{R}; u(x) > 0\}$$

• soit $f(x) = \ln |u(x)|$

$$D_f = \{x / x \in \mathbb{R}; u(x) \neq 0\}$$

Dérivée :

$$f(x) = \ln u(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} \quad \left| \left(\ln \frac{u}{v} \right)' = \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} \right.$$

Propriétés : $a > 0$ et $b > 0$

$$P_1) \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$P_2) \ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$P_3) \ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$$

$$P_4) \ln a^n = n \ln a$$

$$P_5) \ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$$

Fonctions	Primitives
$f(x) = a, a \in \mathbb{R}$	$F(x) = ax + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}^*$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x} + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{ax+b}$	$F(x) = \frac{2}{3a}(ax+b)\sqrt{ax+b} + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = \cos(ax+b)$	$F(x) = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
$f(x) = \sin(ax+b)$	$F(x) = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
$f(x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$F(x) = \tan x + C, C \in \mathbb{R}$
$f(x) = 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$	$F(x) = -\cot x + C$
$f(x) = \frac{a}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2a\sqrt{x} + C, C \in \mathbb{R}$

$$\frac{a}{x^n} = \frac{-a}{(n-1)x^{n-1}}$$

$$\sin^n x = -\cos x \sin^{n-1} x + C$$

$$\cos^n x = \sin x \cos^{n-1} x + C$$

Duplication:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2 \cos x \sin x$$

$$\frac{1}{2} \sin 2x = \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Opérations sur les primitives:

Fonctions	Primitives
$u' + v'$	$u + v + C, C \in \mathbb{R}$
$u'v + v'u$	$uv + C, C \in \mathbb{R}$
au'	$au + C, C \in \mathbb{R}$
$u' \times u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$
$\frac{u'}{u^n}$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}} + C, C \in \mathbb{R}$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + C, C \in \mathbb{R}$
$\sin u$	$-\frac{1}{u'} \cos u + C, C \in \mathbb{R}$
$\cos u$	$\frac{1}{u'} \sin u + C, C \in \mathbb{R}$
$\frac{u'}{\cos^2 u} = u'(1 + \tan^2 u)$	$\tan u + C, C \in \mathbb{R}$
$\frac{u'}{\sin^2 u} = u'(1 + \cot^2 u)$	$-\cot u + C, C \in \mathbb{R}$

Primitives

Activité 1:

On donne les fonctions suivantes : $F(x) = x^3 + 5x^2 + 10x - 4$;
 $G(x) = x^3 + 5x^2 + 10x + 16$ et $f(x) = 3x^2 + 10x + 10$

Consigne:

a) Calculer $F'(x)$ et $G'(x)$

b) Comparer $F'(x)$ et $f(x)$

Synthèse partielle 1:

Activité 2: Soient f et g deux fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \quad ; \quad g(x) = 6x(x^2-1)^2$$

a) Donne une fonction dérivée qui correspond à $f(x)$.

b) Même question pour $g(x)$.

Synthèse partielle 2:

Synthèse générale: Primitives

I) Définition de la primitive:

Soit f une fonction continue sur un intervalle I . On appelle primitive de la fonction f sur l'intervalle I , toute fonction F dérivable sur I telle que ; $F'(x) = f(x)$.

II) Propriétés sur les primitives:

P₁) Toute fonction continue sur un intervalle I admet une infinité de primitives sur cet intervalle.

P₂) L'ensemble des primitives d'une fonction f sur un intervalle est l'ensemble des fonctions définies sur cet intervalle par $x \mapsto F(x) + C$ où $C \in \mathbb{R}$.

III) Tableau des primitives:

1) Primitives des fonctions usuelles: