

CONIQUES

I. Définition

Soit $(\mathcal{D})$ une droite, F un point tel que $F \notin (\mathcal{D})$, et $e \in \mathbb{R}_+^*$.

On appelle **conique** de foyer F , de directrice $(\mathcal{D})$ et d'excentricité e l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que

$$\frac{MF}{MH} = e$$

où H est le projeté orthogonal du point M sur $(\mathcal{D})$.

- Si $e = 1$, (Γ) est une **parabole**.
- Si $0 < e < 1$, (Γ) est une **ellipse**.
- Si $e > 1$, (Γ) est une **hyperbole**.

II. Parabole

Éléments caractéristiques :

Équation	$y^2 = 2ax$	$x^2 = 2ay$
Paramètre	$ a $	
Sommet	O	
Axe focal	(Ox)	(Oy)
Foyer	$F\left(\frac{a}{2}; 0\right)$	$F\left(0; \frac{a}{2}\right)$
Directrice	$(\mathcal{D}) : x = -\frac{a}{2}$	$(\mathcal{D}) : y = -\frac{a}{2}$
Équation de la tangente en un point I	$y y_I = a(x + x_I)$	$x x_I = a(y + y_I)$

III. Ellipse

Éléments caractéristiques :

	1 ^{er} cas : $a > b$	2 ^{ème} cas : $a < b$
Équation	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	
Demi-distance focale	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	$c = \sqrt{b^2 - a^2}$
Excentricité	$e = \frac{c}{a}$	$e = \frac{c}{b}$
Sommets	$A(a; 0) \quad A'(-a; 0)$	$B(0; b) \quad B'(0; -b)$
Axe focal	$[AA']$	$[BB']$
Foyers	$F(c; 0) \quad F'(-c; 0)$	$F(0; c) \quad F'(0; -c)$
Directrices	$(\mathcal{D}) : x = \frac{a^2}{c} ; (\mathcal{D}') : x = -\frac{a^2}{c}$	$(\mathcal{D}) : y = \frac{b^2}{c} ; (\mathcal{D}') : y = -\frac{b^2}{c}$
Équation de la tangente en I	$\frac{x x_I}{a^2} + \frac{y y_I}{b^2} = 1$	

IV. Hyperbole

Éléments caractéristiques :

Équations	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Demi-distance focale	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	
Excentricité	$e = \frac{c}{a}$	$e = \frac{c}{b}$
Sommets	$A(a; 0) \quad A'(-a; 0)$	$B(0; b) \quad B'(0; -b)$
Axe focal	$[AA']$	$[BB']$
Foyers	$F(c; 0) \quad F'(-c; 0)$	$F(0; c) \quad F'(0; -c)$
Directrices	$x = \frac{a^2}{c} ; x = -\frac{a^2}{c}$	$y = \frac{b^2}{c} ; y = -\frac{b^2}{c}$
Asymptotes	$(\mathcal{D}) : y = \frac{b}{a}x \quad ; \quad (\mathcal{D}') : y = -\frac{b}{a}x$	
Équation de la tangente	$\frac{x x_I}{a^2} - \frac{y y_I}{b^2} = 1$	$-\frac{x x_I}{a^2} + \frac{y y_I}{b^2} = 1$

Exercice

Déterminer les éléments caractéristiques puis tracer les paraboles d'équations :

- a) $2y^2 + 3x = 0$
- b) $2y^2 - 4y = x - 3$
- c) $x^2 - 2x = -3y - 1$
- d) Ellipse d'équation : $4x^2 + y^2 - 16x - 2y + 8 = 0$
- e) Hyperbole d'équation : $4x^2 - 9y^2 - 8x - 36y - 68 = 0$