

1- Définition :

La fonction exponentielle noté « **exp** x » ou « **e^x** » est la fonction réciproque de la fonction $\ln x$ définie sur $\mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$

2- Ensemble de définition de la fonction exponentielle :

Si $f(x) = e^x$ alors $Df = \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$

NB :

$\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$ (Car la fonction exponentielle est la bijection réciproque de la fonction logarithme Népérien. Elle prend ces valeurs dans $\mathbb{R}_+^*$).

3- Propriétés remarquables :

$$P_1 : e^{a \times b} = (e^a)^b$$

$$P_2 : e^{a+b} = e^a \times e^b$$

$$P_3 : e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$P_4 : e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

$$P_5 : (e^a)^n = e^{na}$$

$$P_6 : e^{ln a} = lne^a = a$$

$$P_7 : e^0 = 1 \text{ et } e^1 = e$$

$$P_8 : lne = e^{ln 1} = 1$$

$$P_9 : e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$$

$$P_{10} : e^a \geq e^b \Leftrightarrow a \geq b \text{ et } e^a \leq e^b \Leftrightarrow a \leq b$$

$$P_{11} : e^a = b \Leftrightarrow a = \ln b$$

4- Limites remarquables :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \text{ et}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0 \quad \text{et}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x = +\infty \quad \text{et}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^x = +\infty$$

$$x \rightarrow +\infty$$

$$x \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

$$x \rightarrow +\infty \quad \text{et} \quad x \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \text{et pour } a > 0, \text{ on a : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{\ln x} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^x}{x^p} = +\infty$$

$$x \rightarrow 0 \quad \quad \quad x \rightarrow +\infty \quad \quad \quad x \rightarrow +\infty$$

5- Dérivées remarquables :

- Si $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
- Si $f(x) = e^{(ax+b)} \Rightarrow f'(x) = ae^{(ax+b)}$
- Si $f(x) = e^{[u(x)]} \Rightarrow f'(x) = u'(x)e^{[u(x)]}$

6- Primitives remarquables :

- Si $f(x) = e^x \Rightarrow F(x) = e^x + K$
- Si $f(x) = e^{(ax+b)} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{a}e^{(ax+b)} + K$
- Si $f(x) = u'(x) e^{[u(x)]} \Rightarrow F(x) = e^{[u(x)]} + K$

7- Fonctions puissances :

a) Définition :

On appelle fonction puissance toute fonction f_a définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f_a(x) = a^x = e^{x \ln a}, \text{ où } a \text{ est un nombre réel positif et différent de } 1.$$

b) Etude des fonctions puissances :

- **Dérivée :** $f'_a(x) = (e^{x \ln a})' = \ln a e^{x \ln a}$, d'où : $f'_a(x) = a^x \ln a$
- **Tableaux de variation :**

Les tableaux de variations suivants résument l'étude de f_a suivant les valeurs de a .

1^{er} cas : Si $0 < a < 1$ alors on a : le tableau suivant

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'_a(x)$	-	
$f_a(x)$	$+\infty \rightarrow 0$	

2^{ème} cas : Si $a > 1$ alors on a : le tableau suivant

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'_a(x)$	+	
$f_a(x)$	$0 \rightarrow +\infty$	

- Représentations graphiques:

