

Définitions

f une fonction définie au voisinage de a ; ($]a - r; a + r[\subset Df$)

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0): (|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon)$$

Soit f une fonction définie au voisinage de $+\infty$ ($]a; +\infty[\subset Df$)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l \Leftrightarrow (\forall A > 0)(\exists B > 0): (x > B \Rightarrow |f(x) - l| < A)$$

Soit f une fonction définie au voisinage de $-\infty$ ($] -\infty; b[\subset Df$)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l \Leftrightarrow (\forall A > 0)(\exists B > 0): (x < -B \Rightarrow |f(x) - l| < A)$$

Soit f une fonction définie au voisinage de $-\infty$ ($] -\infty; b[\subset Df$)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Leftrightarrow (\forall A > 0)(\exists B > 0): (x < -B \Rightarrow f(x) < -A)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow (\forall A > 0)(\exists B > 0): (x < -B \Rightarrow f(x) > A)$$

Exemples

1) Montrons que $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$

Soit $A > 0$ cherchons $B > 0$ tels que $x > B \Rightarrow x^2 > A$

$$x^2 > A \Rightarrow x > \sqrt{A}$$

D'où pour tout $A > 0$ il existe $B = \sqrt{A} > 0$ tels que $x > B \Rightarrow x^2 > A$

2) Montrons que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0$

Soit $A > 0$ cherchons $B > 0$ tels que $x > B \Rightarrow \left| \frac{1}{x^2} - 0 \right| < A$

$$\left| \frac{1}{x^2} - 0 \right| < A \Rightarrow \left| \frac{1}{x^2} \right| < A \Rightarrow \frac{1}{x^2} < A \Rightarrow x^2 > \frac{1}{A} \Rightarrow x > \sqrt{\frac{1}{A}}$$

D'où pour tout A il existe $B = \sqrt{\frac{1}{A}} > 0$ tels que $x > B \Rightarrow \left| \frac{1}{x^2} - 0 \right| < A$

Propriétés: Soit $n \in \mathbb{N}^*$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2n} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2n+1} = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{1}{x} = 0$; $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{1}{x^n} = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

➤ Limite d'une somme

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) =$	L	L	L	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} g(x) =$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) =$	$L + L'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I.*

➤ Limite d'un produit

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) =$	L	L	∞	0
$\lim_{x \rightarrow a} g(x) =$	L'	∞	∞	∞
$\lim_{x \rightarrow a} (fg)(x) =$	$L L'$	∞	∞	F.I.

On applique la règle des signes pour voir si le produit $+\infty$ ou $-\infty$

➤ Limite d'un quotient

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	L	$L \neq 0$	L	∞	∞	0
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$L' \neq 0$	0	∞	L	∞	0
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{L}{L'}$	∞	0	∞	F.I.	F.I.

On applique la règle des signes pour voir si le produit $+\infty$ ou $-\infty$

Les formes indéterminées sont, " $+\infty - \infty$ ", " $0 \times \infty$ ", " $\frac{\infty}{\infty}$ " et " $\frac{0}{0}$ "

Propriétés :

➤ $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} (\text{terme de plus haut degré})$

➤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\text{terme de plus haut degré de } P)}{(\text{terme de plus haut degré de } Q)}$

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ et $l \geq 0$ alors $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{l}$

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = +\infty$

➤ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

➤ Si $g(x) \leq f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$

➤ Si $f(x) \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$

➤ Si $g \leq f \leq h$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = l$ alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

A) Dérivabilité d'une fonction en un point

1) Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$ ou $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a)-f(a)}{h} = l$; ($l \in \mathbb{R}$)

Alors la fonction f est dérivable en a et on a : $f'(a) = l$

Interprétation géométrique:

Si la fonction f est dérivable en a alors la courbe (Cf) admet une droite tangente (T) au point $A(a; f(a))$ d'équation :

$$(T): y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

2) Dérivabilité à gauche et à droite de a et Interprétation géométrique:

Si $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$, alors f est dérivable à droite de a et $l = f'_d(a)$

Inter géo : (Cf) admet une demi-tangente au point $A(a; f(a))$ d'équation : $y = f'_d(a)(x - a) + f(a)$ tel que $x > a$

Si $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$ alors f est dérivable à gauche de a et $l = f'_g(a)$

Inter géo : (Cf) admet une demi-tangente au point $A(a; f(a))$ d'équation : $y = f'_g(a)(x - a) + f(a)$ tel que $x < a$

Propriété : Si $f'_d(a) = f'_g(a)$ alors la fonction f est dérivable en a

3) Tangente parallèle à l'axe des ordonnées (verticale)

Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \infty$ alors f est non dérivable en a et on :

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = +\infty$ alors la courbe (Cf) de f admet au point $A(a; f(a))$ une demi-tangente verticale dirigée vers le haut

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$ alors la courbe (Cf) de f admet au point $A(a; f(a))$ une demi-tangente verticale dirigée vers le bas

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = +\infty$ alors la courbe (Cf) de f admet au point $A(a; f(a))$ une demi-tangente verticale dirigée vers le haut

B) u et v des fonctions dérivables sur l'intervalle I et k un cts ; n entier

la fonction f	$D_{f'}$; Condition	Dérivée f'
1) $f(x) = k$	$D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
2) $f(x) = kx$	$D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = k$
3) $f(x) = x^n$	$D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$
4) $f(x) = \frac{1}{x}$; $D_f = \mathbb{R}^*$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
5) $f(x) = \sqrt{x}$; $D_f = \mathbb{R}^+$	$D_{f'} =]0, +\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6) $f = u + v$	$D_{f'} = I$	$f' = u' + v'$
7) $f = k u$	$D_{f'} = I$	$f' = k u'$
8) $f = u \cdot v$	$D_{f'} = I$	$f' = u' \cdot v + u \cdot v'$
9) $f(x) = \frac{u}{v}$	$v \neq 0$	$\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
10) $f(x) = \frac{1}{v}$	$v \neq 0$	$f'(x) = \frac{-v'}{v^2}$
11) $f(x) = \sqrt{u}$	$u > 0$	$f'(x) = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
12) $f(x) = u^n$	$D_{f'} = I$	$f' = n u' u^{n-1}$
13) $f(x) = \sin x$	$D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = \cos x$
14) $f(x) = \cos x$	$D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = -\sin x$
15) $f(x) = \tan x$	$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi$	$f'(x) = 1 + \tan^2 x$
16) $f(x) = \sin(ax + b)$	$D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = a \cos(ax + b)$
17) $f(x) = \cos(ax + b)$	$D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = -a \sin(ax + b)$

Propriété : f une fonction dérivable sur un intervalle I

- $(\forall x \in I); f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow$ la fonction f est croissante sur I
- $(\forall x \in I); f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow$ la fonction f est décroissante sur I
- $(\forall x \in I); f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ la fonction f est constante sur I

Convexité de (Cf) et les Points d'inflexions

Si $f'' \geq 0$ sur I alors (Cf) est **convexe** sur I $\cup$

Si $f'' \leq 0$ sur I alors (Cf) est **concave** sur I $\cap$

Si f'' s'annule et change le signe en a alors le point $A(x_0; f(x_0))$ est point d'inflexion de (Cf)
(Cf) *traverse la tangente* en $A(x_0; f(x_0))$

Position relative de (Cf) et une droite (Δ)

la **position relative** de (Cf) et (Δ): $y = ax + b$

dépend de **signe de $f(x) - (ax + b)$**

x	x_0		
$f(x) - (ax + b)$	--	0	+
Position relative de (Cf) et (Δ)	(Cf) est au dessous de (Δ)	point d'inter $A(x_0; f(x_0))$	(Cf) est au dessus de (Δ)

Points d'intersections de (Cf) avec (Ox)

Les points d'intersection de (Cf) avec l'axe des abscisses (Ox) sont les points dont les abscisses sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Éléments de symétrie

Le point $I(a; b)$ est centre de symétrie de (Cf) ssi $(\forall x \in D_f)$: $(2a - x) \in D_f$ et $f(2a - x) + f(x) = 2b$	la droite d'équation (D) : $x = a$ est un axe de symétrie de (Cf) ssi $(\forall x \in D_f)$: $(2a - x) \in D_f$ et $f(2a - x) = f(x)$
--	---

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$

On calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

Et si on a :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (ax + b) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a \neq 0$$

On calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax = b$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax = \infty$$

La droite (D) : $y = L$ est **asymptote horizontale** e à (Cf) voisinage de ∞

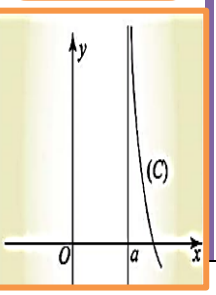
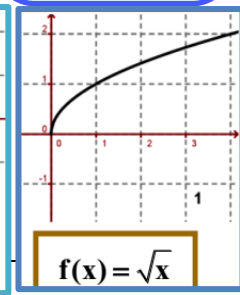
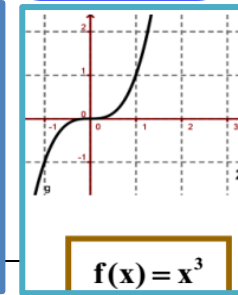
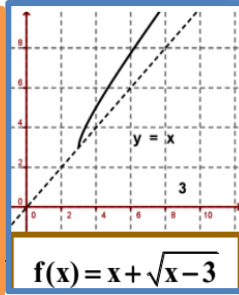
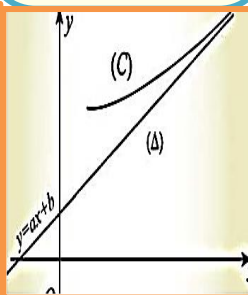
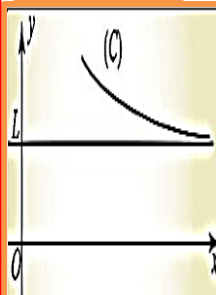
La droite (Δ) : $y = ax + b$ est **asymptote oblique** à (Cf) voisinage de ∞

(Cf) admet **branche.P** de direction la droite d'équation (Δ) : $y = ax$ Au voisinage de ∞

(Cf) admet **branche parabolique** de Direction (O_y) Au voisinage de ∞

(Cf) admet **une branche parabolique** de Direction la droite (O_x) Au voisinage de ∞

La droite (D) d'équation $x = a$ est **asymptote verticale** à (Cf)



**I. Rappels :****1) Formule de base**Soient $\theta \in \mathbb{R}$

➤ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

➤ $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

➤ $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

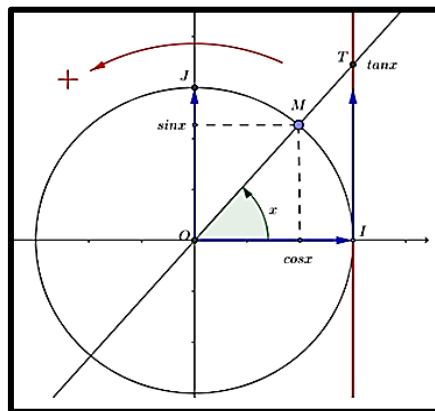
➤ $-1 \leq \cos \theta \leq 1$

➤ $-1 \leq \sin \theta \leq 1$

➤ $\cos(\theta + 2k\pi) = \cos(\theta) ; k \in \mathbb{Z}$

➤ $\sin(\theta + 2k\pi) = \sin(\theta) ; k \in \mathbb{Z}$

➤ $\tan(\theta + k\pi) = \tan(\theta) ; k \in \mathbb{Z}$



A partir de cercle trigonométrique en dessous :

➤ $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$

➤ $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$

➤ $\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$

➤ $\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$

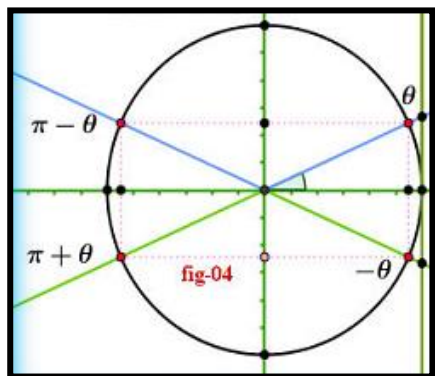
➤ $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$

➤ $\tan(\pi - \theta) = -\tan(\theta)$

➤ $\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$

➤ $\cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta)$

➤ $\tan(\pi + \theta) = \tan(\theta)$



A partir de cercle trigonométrique en dessous

➤ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$

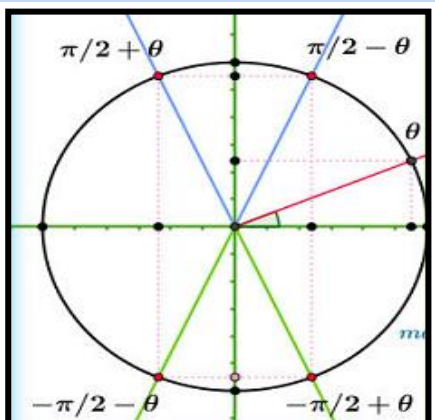
➤ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$

➤ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{\tan \theta}$

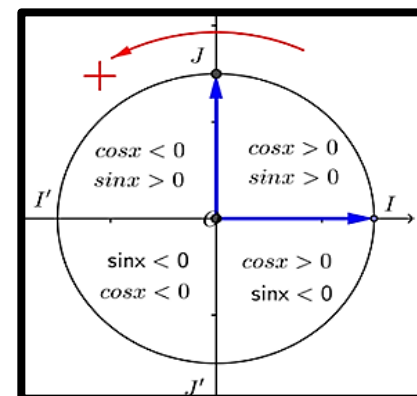
➤ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta$

➤ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta$

➤ $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{-1}{\tan \theta}$

**2) Tableau des valeurs importantes**

x	0	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/2$
Sin(x)	0	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	1
Cos(x)	1	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	0
Tan(x)	0	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	FI

3) Signe de cos et sin**4) Equation-inéquation trigonométrique**➤ Equation de la forme $\cos(x) = a$ avec $a \in [-1; 1]$ On cherche α de $\mathbb{R}$ tel que $a = \cos(\alpha)$ d'où : $\cos(x) = a$ équivaut à: $\cos(x) = \cos(\alpha)$ équivaut à: $x = \alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$ ou $x = -\alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$

$$S_{\mathbb{R}} = \{\alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$$

➤ Equation de la forme $\sin(x) = a$ et $a \in [-1; 1]$ On cherche α de $\mathbb{R}$ tel que $a = \sin(\alpha)$ d'où : $\sin(x) = a$ équivaut à: $\sin(x) = \sin(\alpha)$ équivaut à: $x = \alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$

$$S_{\mathbb{R}} = \{\alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\pi - \alpha + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$$

➤ Equation de la forme $\tan(x) = a$ et $a \in \mathbb{R}$ On cherche α de $\mathbb{R}$ tel que $a = \tan(\alpha)$ d'où : $\tan(x) = a$ équivaut à: $\tan(x) = \tan(\alpha)$ équivaut à: $x = \alpha + k\pi ; k \in \mathbb{Z}$ donc $S_{\mathbb{R}} = \{\alpha + k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$

II) Formules de transformation :

Formules principales :

$$1) \cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$2) \cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$3) \sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$4) \sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$5) \tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \times \tan b}$$

$$6) \tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \times \tan b}$$

Formules de duplication

$$7) \sin(2a) = 2 \cos a \sin a$$

$$8) \cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$9) \tan(2a) = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$$

Formules de linéarisation

$$10) \cos^2 a = \frac{1 + \cos(2a)}{2} \quad \text{et} \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$$

Changement de variable $t = \tan\left(\frac{a}{2}\right)$

On pose $t = \tan\left(\frac{a}{2}\right)$ on trouve que :

$$11) \tan(a) = \frac{2t}{1 - t^2} ; \sin(a) = \frac{2t}{1 + t^2} ; \cos(a) = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

Transformations des produits à des sommes

$$12) \cos a \cos b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$$

$$13) \sin a \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$$

$$14) \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$$

Transformations des sommes à des produits

$$15) \cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$16) \cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$17) \sin(p) + \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$18) \sin(p) - \sin(q) = -2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Transformation de $a \cos x + b \sin x$

$$\begin{aligned} 19) a \cos x + b \sin x &= \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x \right) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \alpha \cos x + \sin \alpha \sin x) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20) a \cos x + b \sin x &= \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x \right) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} (\sin \alpha \cos x + \cos \alpha \sin x) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \beta) \end{aligned}$$

**Raisonnement par récurrence**

Soit $P(n)$ une proposition tel que $n \geq n_0$,
Si

- la propriété $P(n)$ est vraie pour n_0
- Pour n un entier fixé tel que $n \geq n_0$

La proposition : $P(n) \implies p(n+1)$

est vraie

Alors la propriété $P(n)$ est vraie pour tout entier $n \geq n_0$

Exemple :

Démontrer par récurrence que pour tout n entier naturel ; $2^n \geq n$

- Pour $n=0$ on a : $2^0 = 1 \geq 0$.

Donc la propriété est donc vraie pour $n = 0$.

- Soit n un entier naturel

Supposons que $2^n \geq n$. (H.R)

et démontrons que $2^{n+1} \geq n+1$,

$$2^{n+1} = 2 \times 2^n$$

$$= 2 \times 2^n$$

$$= 2^n + 2^n$$

Et on a $2^n \geq n$ d'après (H.R)

ET $2 \geq 1$ donc $2^n \geq 1$

D'où $2^n + 2^n \geq n+1$

- Conclusion :

D'après le principe de récurrence, on a

Pour tous entier naturel ; $2^n \geq n$.

Suite majorée ; minorée ; bornée

➤ $U_n > a \Rightarrow (U_n)$ est minorée par a

➤ $U_n < b \Rightarrow (U_n)$ est majorée par b

➤ (U_n) est bornée ssi (U_n) est majorée et minorée

➤ $a < U_n < b \Rightarrow (U_n)$ est bornée

Suite croissante ; décroissante

➤ $U_{n+1} - U_n > 0 \Rightarrow (U_n)$ est croissante

➤ $U_{n+1} - U_n < 0 \Rightarrow (U_n)$ est décroissante

➤ $U_{n+1} - U_n = 0 \Rightarrow (U_n)$ est constante

Propriété

(U_n) est une suite croissante alors

$$(\forall n \in \mathbb{N}); U_n \geq U_0$$

(U_n) est une suite décroissante alors

$$\forall n \in \mathbb{N}; U_n \leq U_0$$

Suite géométrique - arithmétique

$(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de premier terme U_0 et p un entier tel que $0 \leq p \leq n$

(U_n) est une suite géométrique

Définition :

$$U_{n+1} = q U_n$$

U_n en fonction de n

$$U_n = U_p \times q^{n-p}$$

Cas particulier :

$$U_n = U_0 \times q^n$$

Somme des termes

$$\begin{aligned} S_n &= U_p + \dots + U_n \\ &= U_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \end{aligned}$$

Cas particulier :

$$\begin{aligned} S_n &= U_0 + \dots + U_n \\ &= U_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \end{aligned}$$

a ; b et c trois termes consécutifs

$$a \times c = b^2$$

(U_n) est une suite arithmétique

Définition :

$$U_{n+1} - U_n = r$$

U_n en fonction de n

$$U_n = U_p + (n - p)r$$

Cas particulier :

$$U_n = U_0 + nr$$

Somme des termes

$$\begin{aligned} S_n &= U_p + \dots + U_n \\ &= \frac{(n - p + 1)(U_p + U_n)}{2} \end{aligned}$$

Cas particulier :

$$\begin{aligned} S_n &= U_0 + \dots + U_n \\ &= \frac{(n + 1)(U_0 + U_n)}{2} \end{aligned}$$

a ; b et c trois termes consécutifs

$$a + c = 2b$$