

# **STATISTIQUES A DEUX VARIABLES**

## ◆ *Série statistique double :*

- *Définition*

Une série statistique double  $(x ; y)$  est constituée de  $n$  couples de nombres

$$(x_1 ; y_1), (x_2 ; y_2), \dots, (x_n ; y_n)$$

|                          |       |       |     |       |
|--------------------------|-------|-------|-----|-------|
| Valeurs du caractère $X$ | $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_n$ |
| Valeurs du caractère $Y$ | $y_1$ | $y_2$ | ... | $y_n$ |

- *Exemple*

On mesure en fonction de la masse suspendue l'allongement d'un ressort

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

|                             |    |     |    |     |     |    |    |    |
|-----------------------------|----|-----|----|-----|-----|----|----|----|
| Masse suspendue $x_i$ en Kg | 2  | 2,5 | 4  | 4,5 | 6,5 | 7  | 8  | 10 |
| Allongement $y_i$ en cm     | 19 | 20  | 21 | 22  | 26  | 32 | 36 | 40 |

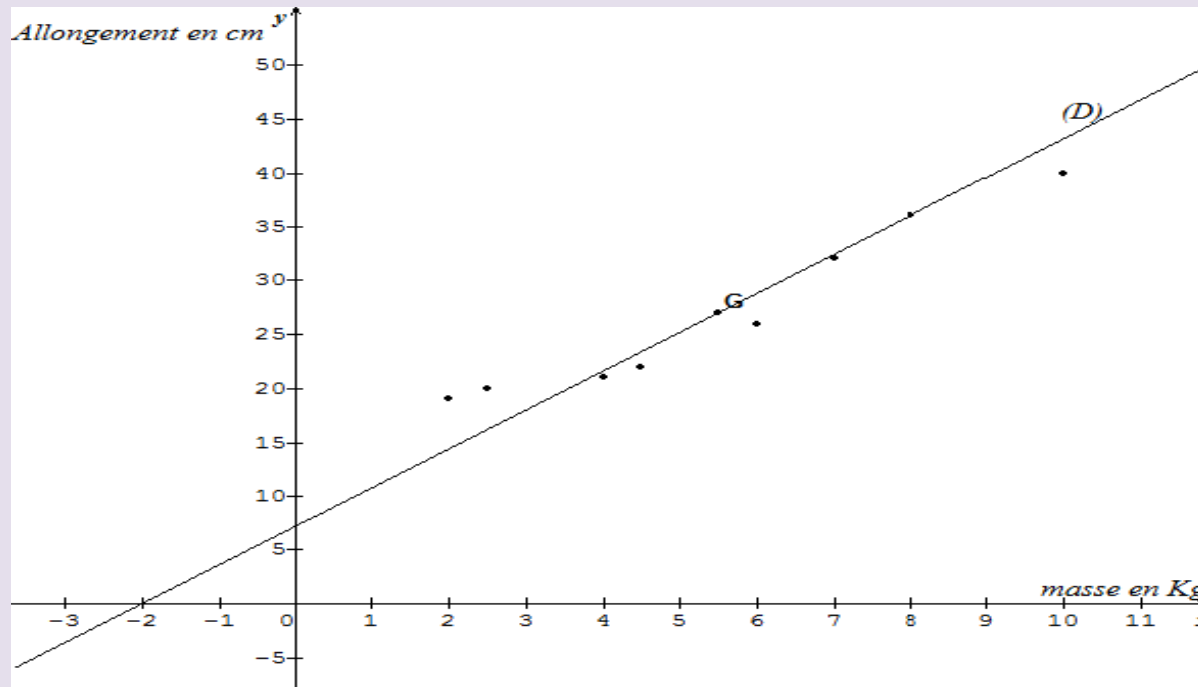
## ◆ Nuage de points et point moyen :

- **Définitions**

- ✓ Le nuage de points associé est l'ensemble des  $n$  points de coordonnées  $(x_i ; y_i)$
- ✓ Le point moyen  $G$  associé est le point de coordonnées

$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \text{et} \quad y_G = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$$

- **Exemple**



$$x_G = \frac{44}{8} = 5,5 \quad \text{et} \quad y_G = \frac{216}{8} = 27 \Leftrightarrow G(5,5 ; 27)$$

## ◆ Ajustement affine par la méthode graphique :

- **Définition**

On trace une droite  $(D)$  passant par  $G$  et « assez proche des points du nuage » puis on détermine son équation sous la forme  $y = mx + p$ .

En effet :  $(D)$  passe par  $A(x_A ; y_A)$  et  $B(x_B ; y_B) \Leftrightarrow \begin{cases} y_A = mx_A + p \\ y_B = mx_B + p \end{cases}$

- **Exemple**

|                             |    |     |    |     |     |    |    |    |
|-----------------------------|----|-----|----|-----|-----|----|----|----|
| Masse suspendue $x_i$ en Kg | 2  | 2,5 | 4  | 4,5 | 6,5 | 7  | 8  | 10 |
| Allongement $y_i$ en cm     | 19 | 20  | 21 | 22  | 26  | 32 | 36 | 40 |

Déterminons l'équation de la droite  $(D)$  passant par  $G(5,5 ; 27)$  et le septième point du nuage de points

$$\begin{cases} 27 = 5,5m + p \\ 36 = 8m + p \end{cases} \Leftrightarrow m = 3,6 \text{ et } p = 7,2 \Leftrightarrow (D): y = 3,6x + 7,2$$

## ♦ *Ajustement affine par la méthode de MAYER :*

- *Définition*

On fractionne le nuage de points en deux sous-nuages de même effectif de points moyens respectifs  $G_1$  et  $G_2$  (ou différent à une unité près si l'effectif est impair) alors puis on détermine l'équation de la droite  $(G_1 G_2)$  appelée droite de MAYER.

- *Exemple*

Déterminons la droite de Mayer du nuage de points

✓ Soit  $G_1$  le point moyen des quatre premiers points

$$G_1 \left( \frac{13}{4} ; \frac{82}{4} \right) \Leftrightarrow G_1(3,25 ; 20,5)$$

✓ Soit  $G_2$  le point moyen des quatre derniers points

$$G_2 \left( \frac{31,5}{4} ; \frac{134}{4} \right) \Leftrightarrow G_2(7,875 ; 33,5)$$

✓ Equation de la droite  $(G_1 G_2)$

$$(G_1 G_2): y = mx + p \Leftrightarrow \begin{cases} 20,5 = 3,25m + p \\ 33,5 = 7,875m + p \end{cases} \Leftrightarrow m = 2,8 \text{ et } p = 11,4$$

Donc  $(G_1 G_2) : y = 2,8x + 11,4$

## ◆ *Extrapolation et interpolation :*

- **Définition**

C'est faire des prévisions ou retrouver des résultats manquants sur la série statistique double à partir de l'équation  $y = mx + p$

- **Exemple**

En utilisant la droite (D):  $y = 3,6x + 7,2$

✓ Déterminons l'allongement prévisible pour une masse suspendue de 18 kg

$$x = 18 \Leftrightarrow y = 3,6 \times 18 + 7,2 = 72$$

**Pour une masse suspendue de 18 Kg, l'allongement à prévoir est de 72 cm**

✓ Estimons la masse suspendue ayant produit un allongement du ressort de 27 cm.

$$y = 27 \Leftrightarrow 27 = 3,6x + 7,2 \Leftrightarrow x = 5,5$$

**La masse de l'objet suspendu au ressort ayant produit un allongement du ressort de 27 cm est 5,5 Kg**