

Primitives

théorèmes:

- continuité sur $I \Rightarrow$ admet au moins une primitive sur I
- f et G deux primitives $\Rightarrow f - G = cte$

f	G
$u' u^m$	$\frac{1}{m+1} u^{m+1}$
$\frac{u'}{u^n}$	$\frac{1}{-n+1} u^{-n+1}$
$u'v + u v'$	$u \cdot v$
$\frac{u'v - v'u}{v^2}$	$\frac{u}{v}$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$
$u' \sqrt{u}$	$\frac{2}{3} u \sqrt{u}$
$u' (v'u)$	$(v \circ u)$
~~cos~~ $\cos x$	$\sin x$
~~sin~~ $\sin x$	$-\cos x$
$1 - \tan^2$ ou $\frac{1}{\cos 2x}$	$\tan x$

Rq :
Si $f'(x) = g(x)$
 $\Rightarrow f(x) = g(x) dx$

Intégrales

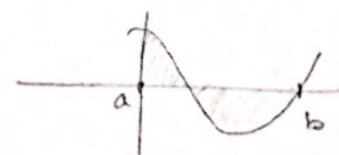
théorèmes

- f continue, $a \in I$ et $b \in I$: intégrale $= \int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a) = [F]_a^b$

propriétés:

$$\int_a^a f(t) dt = 0 \quad \left| \quad \int_a^b f(t) dt = - \int_b^a f(t) dt \quad \int_a^b |f(x)| dx$$

$$\int_a^c f(t) dt + \int_c^b f(t) dt = \int_a^b f(t) dt$$



théorème linéarité de l'intégrale :

$$f \text{ continue sur } [a, b] ; \int_a^b [\alpha f(t) + \beta g(t)] dt = \alpha \int_a^b f(t) dt + \beta \int_a^b g(t) dt.$$

théorème positivité de l'intégrale :

$$f \text{ continue sur } [a, b] \text{ et } f \text{ est positive sur } [a, b] \text{ alors } \int_a^b f(t) dt \geq 0.$$

théorème :

$$g(x) \leq f(x) \leq h(x) \text{ et } f, g \text{ et } h \text{ continues sur } [a, b]$$

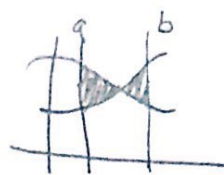
$$\int_a^b g(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b h(x) dx.$$

col :

$$f \text{ continue sur } [a, b] : \left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$$

théorème calcul d'aire

$$A = \int_a^b |f(t) - g(t)| dt$$



Intégration par partie

$$\int_a^b f'(t) g(t) dt = [g(t) \cdot f(t)]_a^b - \int_a^b g'(t) f(t) dt.$$

théorème fonction définie par l'intégrale :

f continue sur I et $a \in I$ et f s'annule en a

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt = [G(t)]_a^x = G(x) - G(a) = F(x)$$

Donc $F(x)$ est dérivable sur I et $F'(x) = f(x)$.

les Aires :

triangle : $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

parallélogramme : base $\times$ hauteur

losange : base $\times$ hauteur.

rectangle : longueur $\times$ largeur

cône : longueur $\times$ largeur

Trapeze : $\frac{(\text{Base} + \text{base}) \times \text{hauteur}}{2}$

disque : πr^2 .

Parité

Soit f une fonction continue sur un intervalle I centré en 0 (pt $x \in I, -x \in I$)

• Si f est impaire sur I alors pt $a \in I$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

• Si f est paire sur I alors pt $a \in I$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

Fonction périodique.

Si f est continue sur $\mathbb{R}$ et périodique de période T alors pt réel a $\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx$