

Fiche de séquence

Classe : TSE

Durée :

Domaine : SMT

Discipline : Mathématiques

Compétences

- Résoudre une situation problème ;
- Mettre à profit ses connaissances scientifiques et technologiques

Stratégie d'animation : Travail en groupe

Situation d'apprentissage (Méthode, pédagogie active)

Table des matières

Séquence 1 : Dénombrement.....	3
1.1 Principes de base du dénombrement.....	3
1.1.1 Cardinal d'un ensemble.....	3
1.1.2 Partition d'un ensemble.....	5
1.1.3 Produit cartésien d'un ensemble fini.....	6
1.1.4 Ensemble de parties d'un ensemble.....	8
1.2 Dénombrement des p-listes ou P-uplets.....	8
1.3 Dénombrement des Arrangements et des Permutations.....	9
1.4 Dénombrement des Combinaisons.....	11
1.5 Dénombrement-savoir faire.....	12
1.6 Triangle de Pascal.....	13
1.7 Formule du binôme de Newton.....	14
Séquence 2 : Probabilité.....	15
2.1 Définitions et vocabulaires.....	15
2.2 Evènements associés à une expérience aléatoire.....	15
2.3 Notion de probabilité.....	16
2.4 Situation d'équiprobabilité.....	16
2.5 Probabilité conditionnelle.....	18
2.6 Indépendance de deux événements.....	22
2.7 Variable aléatoire.....	25
II. Espérance, variance, écart-type.....	27
Bibliographie.....	31

Séquence 1 : Dénombrement

Dénombrer = Compter = Déterminer le nombre de ...

1.1 Principes de base du dénombrement

1.1.1 Cardinal d'un ensemble

Activité 1.1.1

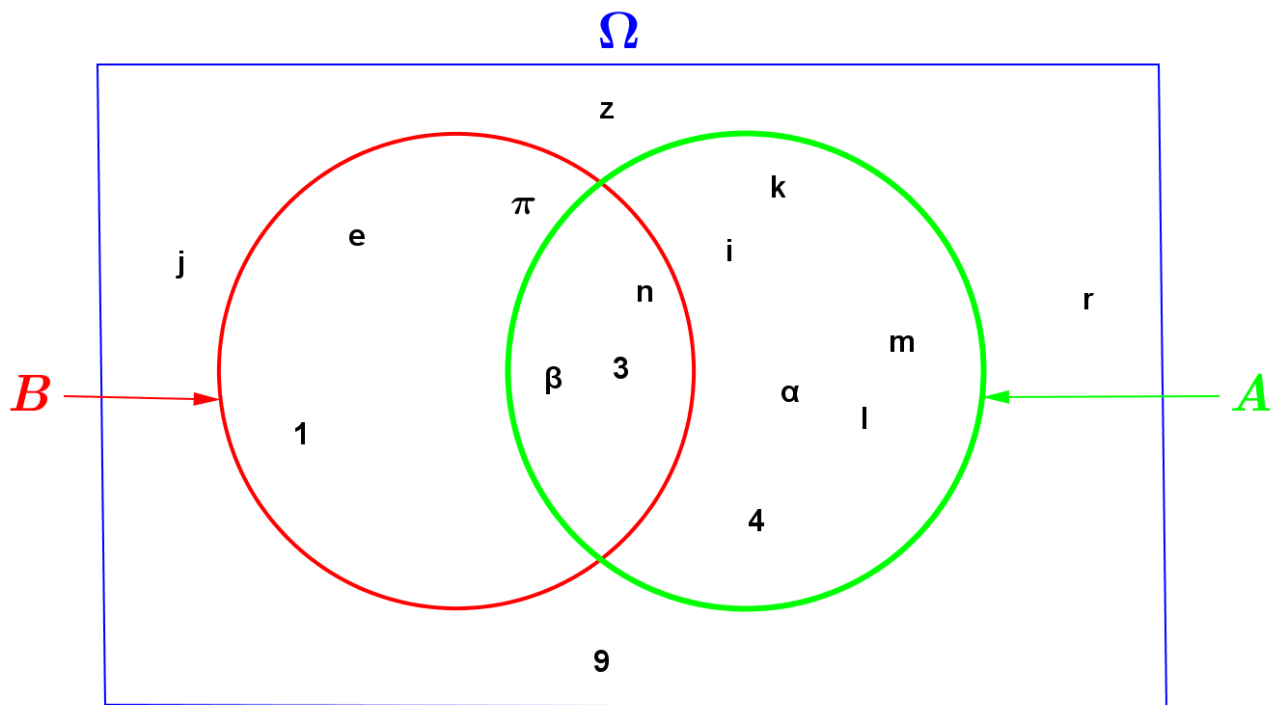


Figure 1: Introduction des ensembles

Utilise la figure 1 pour répondre aux questions suivantes

1. Quel est le nombre d'éléments de A , B et Ω ?
2. Quels sont les éléments qui appartiennent **à la fois** à A et à B ? (Donne le nombre)
3. Quels sont les éléments qui appartiennent à A ou à B ? (Donne le nombre)
4. Existe-t-il un élément de A (ou de B) qui n'est pas élément de Ω ?
5. Quels sont les éléments de Ω qui ne sont pas dans A ?

Synthèse

Définition 1.1.1

D1 On appelle cardinal d'un ensemble fini Ω , le nombre d'éléments de Ω .

Notation : **Cardinal de** Ω est noté **Card** (Ω).

D2 Tout élément de A appartient à Ω , on dit que A est inclus dans Ω ($A \subset \Omega$) ou que Ω **contient** A ($\Omega \supset A$).

D3 On appelle **intersection** de A et B , l'ensemble des éléments de Ω appartenant à la fois à A et à B . On note $A \cap B$ et lit « A inter B ».

D4 On appelle réunion de A et B , l'ensemble des éléments de Ω appartenant à A ou à B . On note $A \cup B$ et lit « A union B ».

D5 On appelle complément de A dans Ω , l'ensemble des éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A . on note C_{Ω}^A ou $\overline{A}$.

D6 On appelle différence de A et B l'ensemble des éléments de A qui ne sont pas dans B . On note $A \setminus B$.

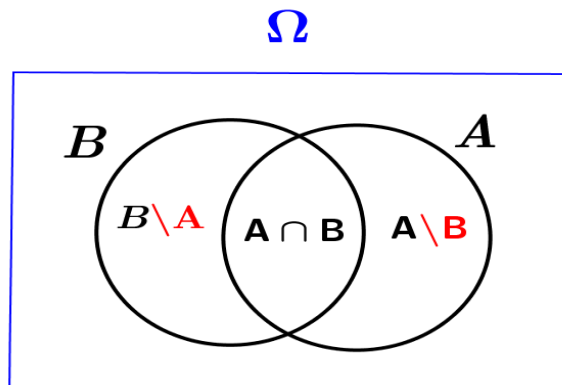


Figure 2: Intersection et différence de deux ensembles

Sur la figure 1 on a :

$$\Omega = \{z, j, 9, r, e, 1, \pi, \beta, 3, n, k, i, \alpha, m, l, 4\}; \quad \text{Card}(\Omega) = 16$$

$$A = \{\beta, 3, n, k, i, \alpha, m, l, 4\}; \quad \text{Card}(A) = 9$$

$$B = \{e, 1, \pi, \beta, 3, n\}; \quad \text{Card}(B) = 6.$$

$$A \cap B = \{\beta, 3, n\}; \quad \text{Card}(A \cap B) = 3$$

$$A \cup B = \{e, 1, \pi, \beta, 3, n, k, i, \alpha, m, l, 4\}; \quad \text{Card}(A \cup B) = 12$$

$$C_{\Omega}^A = \overline{A} = \{z, j, 9, r, e, 1, \pi\}; \quad \text{Card}(\overline{A}) = 7$$

$$A \setminus B = \{k, i, \alpha, m, l, 4\};$$

$$\text{Card}(A \setminus B) = 6$$

Propriétés 1.1.1

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$$

$$\text{Card}(\overline{A}) = \text{Card}(\Omega) - \text{Card}(A)$$

$$\text{Card}(A \setminus B) = \text{Card}(A) - \text{Card}(A \cap B)$$

$$\text{La formule de Morgane} \begin{cases} \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \\ \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \end{cases}$$

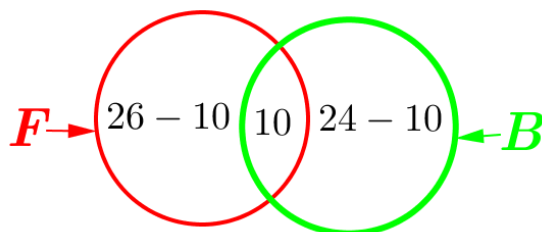
79426073 aba

Application 1.1.1

1. Dans une classe, tous les élèves pratiquent au moins l'un des deux sports proposés : le foot ball ou le basket ball. 24 élèves pratiquent le basket ball, 26 pratiquent le football et 10 pratiquent les deux sports. Détermine :
 - a. L'effectif de la classe.
 - b. Le nombre d'élèves pratiquant un seul sport.

Solution 1

$$\text{Card}(F) = 26, \quad \text{Card}(B) = 24 \quad \text{et} \quad \text{Card}(F \cap B) = 10$$



- a. Soit $\text{Card}(E)$ l'effectif de la classe

$$\text{On a : } \text{Card}(E) = \text{Card}(F \cup B) + \text{card}(\overline{F \cup B})$$

$\text{card}(\overline{F \cup B}) = 0$ « Tous les élèves pratiquent au moins l'un des deux sports proposés »

Donc :

$$\begin{aligned} \text{Card}(E) &= \text{Card}(F \cup B) \\ &= \text{Card}(F) + \text{Card}(B) - \text{Card}(F \cap B) \\ &= 26 + 24 - 10 = 40 \end{aligned}$$

En conclusion, il y a **40 élèves** dans cette classe.

b. Nous recherchons $F \setminus B$ et $B \setminus F$.

$$\text{Card}(F \setminus B) = \text{Card}(F) - \text{Card}(F \cap B) = 16$$

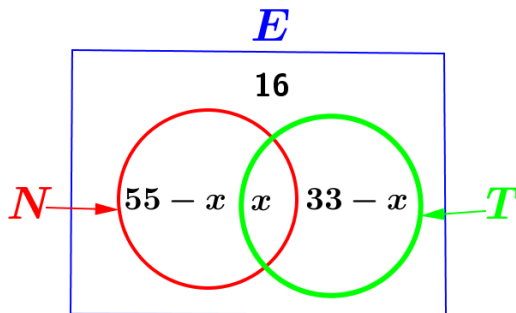
$$\text{Card}(B \setminus F) = \text{Card}(B) - \text{Card}(F \cap B) = 14$$

En conclusion, il y a **16 élèves** qui pratiquent uniquement le football et **14 élèves** le basketball.

2. Dans une classe de terminale, tous les élèves étudient au moins l'anglais ou l'allemand. 30 élèves étudient l'anglais, 20 élèves étudient l'allemand et 15 élèves étudient l'anglais et l'allemand. Quel est le nombre d'élèves de cette classe ?
3. Dans un camp de vacances hébergeant 80 personnes, 55 personnes pratiquent la natation, 33 le tennis et 16 ne pratiquent aucun de ces deux sports. Combien de personnes pratiquent à la fois le tennis et la natation ?

Solution 2

D'après les données :



$$\text{Card}(E) = 80, \text{Card}(N) = 33, \text{Card}(T) = 55 \text{ et } \text{Card}(E \setminus (T \cup N)) = 16$$

Nous recherchons $\text{Card}(T \cap N) = x$.

$$\text{Or : } \text{Card}(E \setminus (T \cap N)) = \text{Card}(E) - \text{Card}(T \cap N)$$

$$= \text{Card}(E) - \text{Card}(T) - \text{Card}(N) + \text{Card}(T \cap N) = 16$$

$$\text{D'où : } \text{Card}(T \cap N) = 16 - \text{Card}(E) + \text{Card}(T) + \text{Card}(N)$$

$$= 16 - 80 + 33 + 55 = 24$$

En conclusion, **24 personnes** pratiquent à la fois le tennis et la natation.

4. Dans un centre sportif il y a n étudiants dont :

☞ 200 pratiquent du football ;

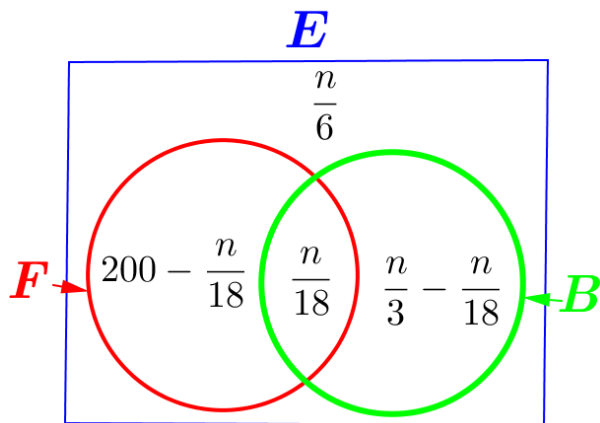
- un tiers pratiquent du basket-ball ;
- un dix-huitième pratiquent les deux sports ;
- un sixième ne pratique ni l'un ni l'autre.

Détermine la valeur de l'entier naturel n .

Solution 4

$$\text{Card}(E)=n, \text{Card}(F)=200, \text{Card}(B)=\frac{n}{3}, \text{Card}(F \cap B)=\frac{n}{18} \text{ et } \text{card}(\overline{F \cup B})=\frac{n}{6}$$

Nous recherchons $\text{Card}(E)=n$



On a:

$$\begin{aligned} \text{Card}(E) &= \text{Card}(F \cup B) + \text{card}(\overline{F \cup B}) \\ &= \text{Card}(F) + \text{Card}(B) - \text{Card}(F \cap B) + \text{card}(\overline{F \cup B}) \end{aligned}$$

D'après la figure ci-dessus on a :

$$n = 200 - \frac{n}{18} + \frac{n}{3} - \frac{n}{18} - \frac{n}{18} + \frac{n}{6}$$

$$3n = 600 + n$$

$$n = 300$$

En conclusion, il y a **300 étudiants** dans ce centre.

1.1.2 Partition d'un ensemble



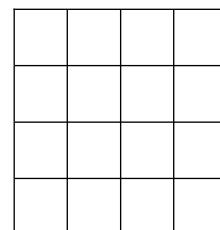
Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble Ω . On dit que A et B forment une **partition** de Ω (ou que A et B sont disjoint) si et seulement :

👉 $A \neq \emptyset$ **et** $B \neq \emptyset$;

👉 $A \cap B = \emptyset$

👉 $A \cup B = \Omega$.

Principe de la somme



Si des ensembles $A_1, A_2, \dots, A_p$ constituent une partition d'un ensemble fini Ω , alors :

$$\text{Card}(A_1) + \text{Card}(A_2) + \dots + \text{Card}(A_p) = \text{Card}(\Omega)$$

Exemple :

Combien y a-t-il de carrés dont les côtés sont matérialisés sur la figure ci-contre ?

Soit Ω l'ensemble de tous les carrés. Notons A_1, A_2, A_3 et A_4 l'ensemble de ces carrés ayant pour côtés respectifs 1, 2, 3 et 4 carreaux. Les sous-ensembles A_1, A_2, A_3 et A_4 constituent une partition de Ω (puisque'ils n'ont aucun élément en commun et que leur réunion est Ω).

D'après le principe de la somme :

$$\text{Card}(\Omega) = \text{Card}(A_1) + \text{Card}(A_2) + \text{Card}(A_3) + \text{Card}(A_4) = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$$

Il y a donc, au total 30 carrés dont les côtés sont matérialisés sur la figure ci-contre.

1.1.3 Produit cartésien d'un ensemble fini

Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble fini Ω . On appelle **produit cartésien de A et B**, noté

$A \times B$, l'ensemble des couples $(a; b)$ tels que $a \in A$; $b \in B$.

$A \times B = \{(a; b); a \in A ; b \in B\}$.

Principe du produit (ou principe multiplicatif)

📖 Si $A_1, A_2, \dots, A_p$ sont p ensembles de cardinal fini, alors :

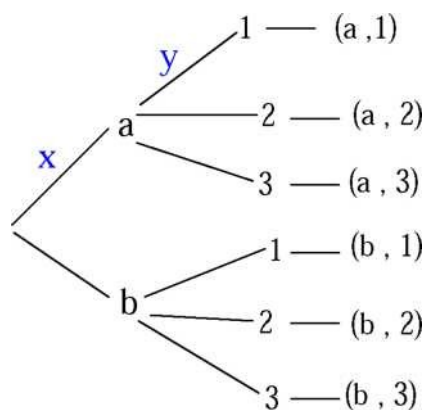
$$\text{Card}(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_p) = \text{Card}(A_1) \times \text{Card}(A_2) \times \dots \times \text{Card}(A_p)$$

📖 Si une situation comporte p étapes offrant respectivement $n_1, n_2, \dots, n_p$ possibilités alors le nombre total d'issues est : $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_p$

C'est la règle utilisée lorsque nous dressons un arbre (simple).

Application 1.1.3

1. Soient les ensembles $E = \{a; b\}$; $F = \{1; 2; 3\}$ trouver $E \times F$, $F \times E$.



x \ y	1	2	3
	1	2	3
a	(a,1)	(a,2)	(a,3)
b	(b,1)	(b,2)	(b,3)

$$E \times F = \{(a, 1); (a, 2); (a, 3); (b, 1); (b, 2); (b, 3)\}$$

$$F \times E = \{(1, a); (1, b); (2, a); (2, b); (3, a); (3, b)\}.$$

Il y'a deux choix possibles pour x ; x étant fixé il y'a trois choix possibles pour y. Il en résulte qu'il y'a 6 couples (x ; y).

2. Un code comporte deux lettres distinctes suivies d'un chiffre non nul. Combien peut-on former de codes distincts ?

Les trois étapes : choix de la première lettre, de la deuxième, puis du chiffre offrent respectivement 26, 25 et 9 possibilités. Le nombre cherché est donc $26 \times 25 \times 9 = 5850$ codes distincts.

1.1.4 Ensemble de parties d'un ensemble

Soit $\Omega = \{a, b, c\}$

L'ensemble des parties de E est noté $P(\Omega)$.

$$P(\Omega) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\} \quad \text{et} \quad \text{card}(P(\Omega)) = 8 = 2^3.$$

Soit Ω un ensemble contenant n éléments on a : $\text{card}(P(\Omega)) = 2^n$. Où $n = \text{card}(\Omega)$.

1.2 Dénombrement des p-listes ou P-uplets

Définition 1: Dénombrement des p-listes ou P-uplet

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et Ω un ensemble de cardinal n . Soit $p \in \mathbb{N}$

Le nombre d'applications d'un ensemble à P-élément vers un ensemble à n-élément est : n^p

(Pour chacun des p éléments de l'ensemble de départ, il y a n choix d'image dans l'ensemble d'arrivée)

Exemples

- $E = \{1; 2; 3\}$. Une 2-liste de E est par exemple (1, 1).

Elles sont au nombre de 3^2 où $3 = \text{card}(E)$

- $F = \{0 ; 1 ; 2 ; \dots ; 12\}$. Une 4-liste de F est par exemple (9, 2, 2, 8). Elles sont au nombre de 13^4 où $13 = \text{card}(F)$
- $E = \{a ; b ; c ; \dots ; z\}$. Le 6-uplet (a, n, a, n, a, s) est une 6-liste de E . En pratique, et lorsque la situation le permet, une p -liste est tout simplement notée ainsi : $a n a n a s$

Applications

1. Le nombre de numéros de téléphone à 8 chiffres est 10^8 .
En effet, il faut choisir 8 chiffres parmi les 10 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).
2. Le nombre de numéros de téléphone commençant par 7 est 10^7 .
3. Le nombre de codes possibles pour un coffre-fort à 4 chiffres est $10^4 = 10000$.

Il y en a autant que des 4-listes de $\{0 ; 1 ; \dots ; 9\}$

4. il y a 10^4 numéros de voitures immatriculées à Bamako dans une série donnée.

Remarques 1.2

- ☞ On précise parfois p -liste "**avec répétition**" pour les distinguer des arrangements qui seront évoqués au paragraphe suivant.
- ☞ On suppose que la **0-liste** existe, c'est la liste qui ne comporte aucun élément.

$n!$

produit

$1 \times 2 \times 3 \times \dots$

, **ce**

produit

1

1.3 Dénombrement des Arrangements et des Permutations

Définition 2: Dénombrement des Arrangements et des Permutations

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et Ω un ensemble de cardinal n . Soit $p \in \mathbb{N}$ tel que $p \leq n$.

- 👉 On appelle un p -arrangement (ou arrangement de p -éléments) de Ω , une p -liste d'éléments distincts de Ω .
- 👉 Une permutation de Ω est un arrangement des n éléments de Ω . (**ici** $n=p$)

Un arrangement est donc une p -liste dans laquelle il n'y a pas de répétitions.

Exemple :

1. $E = \{a ; b ; c ; \dots ; z\}$. Les listes suivantes : *b e a u , m a t i n , h i v e r* sont des arrangements de 4 et 5 éléments de E . Par contre, *a r r a n g e m e n t* n'est pas un arrangement de 11 éléments de E car ses éléments ne sont pas distincts.
2. Soit $E = \{s ; u ; c ; r ; e\}$. Les anagrammes du mot *s u c r e* sont des permutations de E

Théorème 1.3

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et Ω un ensemble de cardinal n . Soit $p \in \mathbb{N}$ tel que $p \leq n$.

- 👉 Le nombre d'arrangement de p éléments de Ω est :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\dots(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

- 👉 Le nombre de permutations de Ω est :

$$P_n = n! = n(n-1) \times \dots \times 2 \times 1$$

Remarque 1.3

- ☞ A_n^p est le nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal p dans un ensemble de cardinal n . (n choix d'image pour le premier élément, $n - 1$ choix pour le second, etc..., $n - p + 1$ choix pour le dernier).
- ☞ $A_n^n = n!$ est le nombre le nombre de bijections d'un ensemble de cardinal n sur lui même.

Application :

- Combien de manières peut-on garer 4 voitures dans un parking de 10 places ?

Soient V_1, V_2, V_3 et V_4 ces quatre voitures

V_1 a 10 possibilités

V_2 a 9 possibilités

V_3 a 8 possibilités

V_4 a 7 possibilités

Il y a donc $A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ de manières de garer 4 voitures dans un parking de 10 places

- De combien de façons peut-on repartir 7 personnes sur 7 chaises ?

Désignons par $p_1, p_2, \dots, p_7$ les 7 personnes et posons $E = \{p_1 ; p_2 ; \dots ; p_7\}$. Une répartition peut se voir comme un arrangement des 7 éléments de E c'est-à-dire une permutation de E , il y en a $7!$
= 5040.

- combien de mots (ayant un sens ou non) de 5 lettres distinctes de l'alphabet français peut-on former ? A_{26}^5
- Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10. On en tire successivement trois sans remise. Combien il y'a-t-il de tirages possibles ? A_{10}^3

1.4 Dénombrement des Combinaisons

Définition 3: Dénombrement des Combinaisons

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et Ω un ensemble de cardinal n . Soit $p \in \mathbb{N}$ tel que $p \leq n$.

☞ On appelle un p -combinaison (ou combinaison de p -éléments) de Ω , est une partie de Ω ayant

p éléments.

Exemple :

Soit $E = \{a, b, c\}$. les parties de E ayant deux éléments sont : $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$.

Théorème 1.4

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et Ω un ensemble de cardinal n . Soit $p \in \mathbb{N}$ tel que $p \leq n$.

👉 Le nombre de combinaison de p éléments de Ω est :

$$\binom{p}{n} = C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Remarque 1.4

Il est essentiel de noter que :

👉 Dans une partie, les éléments sont deux à deux distincts.

👉 Deux parties qui contiennent les mêmes éléments sont égales .

Ainsi $\{a ; b\} = \{b ; a\}$. (L'ordre dans lequel on écrit les éléments n'a pas d'importance)

Exemple

1. Le loto : On tire au hasard 6 boules parmi 49. Combien y'a t-il de tirages possibles ?

C'est le nombre de façons de choisir 6 objets parmi 49 : C_{49}^6

2. combien de comités de 3 personnes peut-on élire dans une assemblée de 20 personnes ? C_{20}^3

Propriétés 1.4

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et Ω un ensemble de cardinal n . Soit $p \in \mathbb{N}$ tel que $p \leq n$.

👉 $C_n^0 = 1$

$$C_n^n = 1$$

👉 $C_n^1 = n$

$$C_n^{n-1} = n$$

👉 Pour $0 \leq p \leq n$

$$C_n^{n-p} = C_n^p$$

👉 Pour $0 < p < n$

$$C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$$

📖 si $n \geq 3$

$$C_n^2 = C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 \quad \vee \quad C_{n-1}^1 = n-1 \quad \text{donc} \quad C_n^2 - C_{n-1}^2 = n-1$$

1.5 Dénombrement-savoir faire

Tirage successif de p élément parmi n avec remise	Tirage successif de p élément parmi n sans remise	Tirage Simultané de p élément parmi n
n^p	C_n^p	A_n^p

📖 Lorsque les cas sont séparés par un « ou » on utilise l'addition « + »

📖 Lorsque les cas sont séparés par un « et » on utilise la multiplication « × »

Application 1.5

1. Le Poker : Dans un jeu de 32 cartes, on choisit 5 cartes au hasard (ces 5 cartes s'appellent une "main").

Détermine :

- Le nombre de mains total.
- Le nombre de mains qui contiennent exactement 3 as.
- Le nombre de mains qui contiennent au moins 3 as.
- Le nombre de mains qui contiennent au plus 1 as.

Oups ! Avant tout, quelle est la nature de chacune de ces 32 cartes ?

- Il n'y a aucune restriction donc : $C_{32}^5 = 201376$.

b) En tout il y a 4 as. On choisit les **3 as et** ensuite on choisit les **2 autres (5-3)** parmi le reste **28 (32-4)** des cartes. Donc on a : $C_4^3 \times C_{28}^2 = 1512$.

c) Au moins 3 as veut dire : **3 as ou 4 as**. On a donc 2 cas séparés par un « **ou** ».

1^{er} cas : on choisit 3 as et 2 autres : $C_4^3 \times C_{28}^2 = 1512$

2^{er} cas : on choisit 4 as et 1 autre : $C_4^4 \times C_{28}^1 = 28$

On fait alors la somme (+) des 2 cas puisqu'ils sont séparés par un « **ou** »

En conclusion, il y a donc $1512 + 28 = 1540$ cartes contenant au moins 3 as.

d) Au plus 1 as veut dire : **0 as ou 1 as**

1^{er} cas : on choisit 0 as et 5 autres : $C_4^0 \times C_{28}^5 = 98200$

2^{er} cas : on choisit 1 as et 4 autres : $C_4^1 \times C_{28}^4 = 81900$

On fait alors la somme (+) des 2 cas puisqu'ils sont séparés par un « **ou** »

En conclusion, il y a donc $98200 + 81900 = 180100$ cartes contenant au plus 1 as.

2. Une urne contient 12 boules : 3 rouges, 4 bleues et 5 jaunes. On tire simultanément 3 boules. Détermine le nombre de tirages possible dans les cas suivants :

- a. A « les trois boules sont quelconques » ;
- b. B « les trois boules sont rouges » ;
- c. C « on a tiré une boule de chaque couleur » ;
- d. D « aucune des trois boules n'est rouge » ;
- e. E « au moins une des trois boules est rouge » ;
- f. F « au moins une des trois boules est bleue » ;
- g. G « au plus une des trois boules est bleue ».

Oups ! La correction ? Je peux utiliser les connaissances acquises lors de la correction de l'exercice 1 ! Humm, ça marche !

3. **Le tiercé** : une course de chevaux comporte 20 partants. Combien peut-il y avoir de résultats possibles de tiercés dans l'ordre ?

Soit E l'ensemble des numéros des chevaux. On a $\text{Card}(E) = 20$. Un tiercé correspond à un arrangement (**évidement** : il faut un ordre d'arrivée et un cheval ne peut arriver qu'une seule fois) de 3 éléments de E, il y en a $A_{20}^3 = 6840$.

1.6 Triangle de Pascal¹

La relation de Pascal permet de calculer les coefficients binomiaux de la façon suivante : pour trouver un certain coefficient, on additionne dans le tableau suivant les coefficients situés "juste au-dessus" et "juste au-dessus à gauche" entre eux :

P n	0	1	2	3	4	...	p-1	p	...	n-1	n
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
...	1										
p-1	1										
P	1										
...	1										
n-1	1										
n	1										

1.7 Formule du binôme de Newton

Soient a et b deux nombres réels et n un entier naturel. Alors :

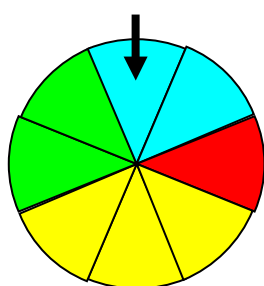
¹ Le tableau est appelé triangle de Pascal en hommage à ce dernier qui écrivit en 1654 son "traité du triangle arithmétique" dans lequel il expose d'innombrables applications du triangle déjà connu de Tartaglia (1556), Stiefel (1543) et des Chinois (1303)

Séquence 2 : Probabilité

2.1 Définitions et vocabulaires

D.1 Expérience aléatoire : C'est un phénomène dont on ne peut pas prévoir de façon certaine le résultat (ou l'issue). Autrement dit, Il s'agit d'une expérience dont le résultat ne dépend que du hasard.

Exemples :



- 🎲 On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure.
- 🎲 On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
- 🎲 On fait tourner une roue marquée sur ses secteurs de couleurs différentes et on regarde le secteur marqué par la flèche.
- 🎲 On tire une carte et regarde le type de carte, etc...



D.2 Univers : C'est l'ensemble des issues (résultats) possibles. On le note souvent Ω .

D.3 Eventualité : c'est une issue possible.

D.4 Evènement : c'est une partie de l'univers.

Lors de la réalisation d'une expérience aléatoire, on est amené à choisir successivement :

Un univers, des évènements et une loi de probabilité

2.2 Evènements associés à une expérience aléatoire

On lance deux dés (non pipés) et on considère la somme S obtenue.

L'ensemble des issues possibles (univers) $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

Le tableau ci-dessous définit le vocabulaire :

Vocabulaire	Signification	Illustration ou exemple
Evènement élémentaire noté ω	Une issue ou un résultat possible	$\omega = \{7\}$
Evènement	Ensemble de plusieurs	- Avoir un nombre pair :

	issues	$A = \{2,4,6,8,10,12\}$ - Avoir un multiple de 3 $B = \{3,6,9,12\}$ - Avoir une somme supérieure à 10 : $C = \{10,11,12\}$ - Avoir une somme inférieure à 6 : $D = \{2,3,4,5,6\}$ -
Evènement « A et B » noté $A \cap B = \emptyset$	Evènement constitué des issues communes aux deux évènements	$A \cap B = \{6,12\}$
Evènement « A ou B » noté $A \cup B$	Evènement constitué de toutes les issues des deux évènements	$A \cup B = \{2,4,6,8,10,12,3,9\}$

2.3 Notion de probabilité

Définition 2.3

Soient Ω un univers et $P(\Omega)$ l'ensemble des parties de Ω .

On appelle probabilité toute application P de $P(\Omega)$ dans $[0, 1]$.

Propriétés 2.3

Soient Ω un univers, $P(\Omega)$ l'ensemble des parties de Ω et A et $B \in P(\Omega)$.

- $P(\Omega) = 1$ (Ω est un évènement certain)
- $P(\emptyset) = 0$ ($\emptyset$ est un évènement impossible)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Si $A \cap B = \emptyset$ (A et B sont disjoints) alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Si $A \subset B$ alors $P(A) \leq P(B)$;
- $A \cup \bar{A} = \Omega$ et $A \cap \bar{A} = \emptyset$, on a $P(A \cup \bar{A}) = P(\Omega) = 1$ donc $P(\bar{A}) + P(A) = 1$.

Exemple

On lance un dé en l'air numéroté de 1 à 6. On note P_i la probabilité d'obtenir le numéro i .

2.4 Situation d'équiprobabilité

Lors d'une expérience aléatoire si tous les événements élémentaires ont la même probabilité, on dit qu'il y a équiprobabilité ou que P est une probabilité **équipartie**. On a alors :

pour tout événement élémentaire ω de Ω : $P(\omega) = \frac{1}{\text{card}(\Omega)}$

pour tout événement E de $P(\Omega)$: $P(E) = \frac{\text{Nombre d'issues favorable à } E}{\text{Nombre total d'issues possible}} = \frac{\text{Card}(E)}{\text{Card}(\Omega)}$

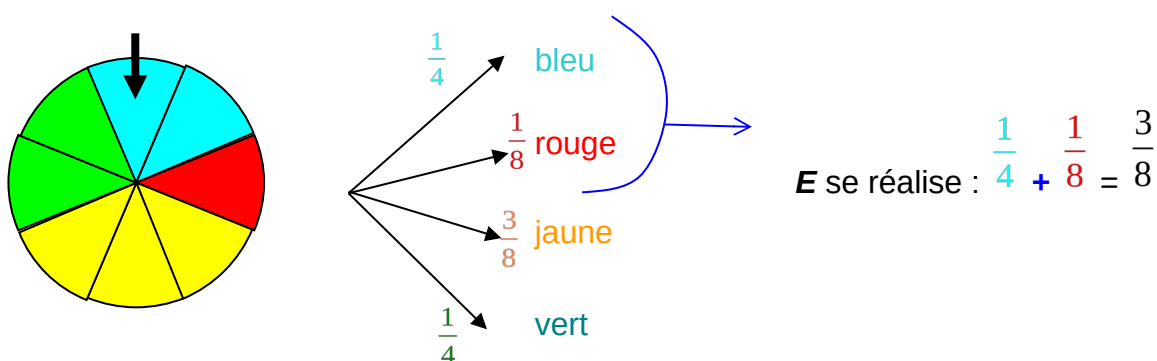
Exemple 2.4

1. Lorsque l'on jette un dé non pipé (non truqué) la probabilité d'apparition de chaque numéro (événement élémentaire) est égale à $\frac{1}{6}$ où $6 = \text{Card}(\Omega)$. **(Situation d'équiprobabilité)**

Attention : Lorsque le dé est pipé, par exemple le numéro 3 est présent 2 fois alors $P(\{3\}) = \frac{2}{6}$.

2. Soit l'événement E « La roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge ».

On pourrait se demander qu'elle est la probabilité que cet événement se réalise ?



On dit que la probabilité que l'événement E se réalise est égale à $\frac{3}{8}$ et on note :

$$P(E) = \frac{3}{8}.$$

Application 2.4

1. Un informaticien désordonné dispose de 22 CD enregistrables. Il a enregistré des documents sonores sur 4 CD d'entre eux, des fichiers textes sur 5 CD et des images sur 6 CD. Les autres CD sont vierges. Il choisit simultanément 3 CD.
 - a. Combien de tirages distincts peut-il effectuer ?
 - b. Quelle est la probabilité de tirer 3 CD contenant des images ?
 - c. Quelle est la probabilité de tirer 1 CD contenant des fichiers textes et 2 CD contenant des documents sonores ?
 - d. Quelle est la probabilité de tirer au moins 2 CD vierges ?
 - e. Quelle est la probabilité de tirer au plus 1 CD vierge ?
2. Une télé fabriquée en très grande série peut être défectueuse à cause de deux défauts différents désignés par A et B, 10% des appareils ont le défaut A, 8% ont le défaut B et 4% ont les deux défauts simultanément. Un client achète l'un des appareils produits.
 - a. Résume cette situation à l'aide d'un diagramme.
 - b. Quelle est la probabilité que l'appareil présente le défaut A ou le défaut B ?
 - c. Quelle est la probabilité que l'appareil soit sans défaut ?
 - d. Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut A ?
 - e. Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut B ?

2.5 Probabilité conditionnelle

Définition 2.5

Soit A et B deux événements avec $P(A) \neq 0$.

On appelle probabilité conditionnelle de B sachant A, la probabilité que l'événement B se réalise

sachant que l'événement A est réalisé. Elle est notée $P_A(B)$ et est définie par :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Exemples :

- 1) On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Soit A l'événement "Le résultat est un pique".

Soit B l'événement "Le résultat est un roi".

Donc $A \cap B$ est l'événement "Le résultat est le roi de pique".

Alors : $P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{32}$.

Donc la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique est :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{32} : \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

On peut retrouver intuitivement ce résultat. En effet, sachant que le résultat est un pique, on a une chance sur 8 d'obtenir le roi.

2) Un sac contient 50 boules, dont 20 boules rouges et 30 boules noires, où il est marqué soit "Gagné" ou soit "Perdu"

Sur 15 boules rouges, il est marqué Gagné.

Sur 9 boules noires, il est marqué Gagné.

On tire au hasard une boule dans le sac.

Soit R l'événement "On tire une boule rouge".

Soit G l'événement "On tire une boule marquée Gagné"

Donc $R \cap G$ est l'événement "On tire une boule rouge marquée Gagné".

Alors : $P(R) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} = 0,4$ et $P(R \cap G) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 0,3$.

Donc la probabilité qu'on tire une boule marquée Gagné sachant qu'elle est rouge est :

$$P_R(G) = \frac{P(R \cap G)}{P(R)} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

On peut retrouver intuitivement ce résultat. En effet, sachant que le résultat est une boule rouge, on a 15 chances sur 20 qu'il soit marqué Gagné.

Remarque :

La probabilité conditionnelle suit les règles et lois de probabilités vues dans les classes antérieures.

On a en particulier :

Propriétés 2.5

Soit A et B deux événements avec $P(A) \neq 0$.

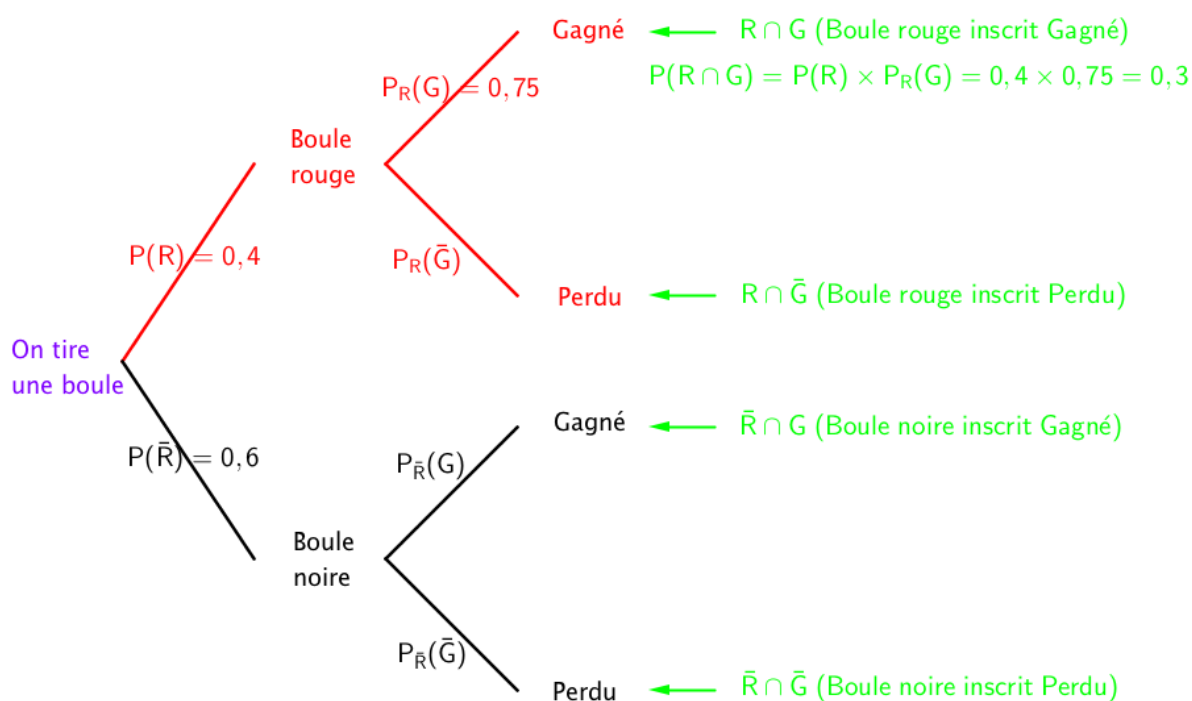
- $0 \leq P_A(B) \leq 1$
- $P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B)$
- $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$

Arbre pondéré 2.5

1) Exemple

On reprend le 2^e exemple étudié au paragraphe I.

L'expérience aléatoire peut être schématisée par un arbre pondéré (ou arbre de probabilité) :



2) Règles

Règle 1 : La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.

Exemples :

- A partir du nœud "On tire une boule", on a : $P(R) + P(\bar{R}) = 0,4 + 0,6 = 1$
- A partir du nœud "Boule rouge", on a : $P_R(\bar{G}) = 1 - P_R(G) = 1 - 0,75 = 0,25$.

Ces exemples font apparaître une formule donnée au paragraphe I.

Règle 2 : La probabilité d'une "feuille" (extrémité d'un chemin) est égale au produit des probabilités du chemin aboutissant à cette feuille.

Exemple :

On considère la feuille $R \cap G$.

On a : $P(R \cap G) = P(R) \times P_R(G) = 0,4 \times 0,75 = 0,3$

Règle 3 (Formule des probabilités totales) : La probabilité d'un événement associé à plusieurs "feuilles" est égale à la somme des probabilités de chacune des ces "feuilles".

Exemple :

L'événement "On tire une boule marquée Gagné" est associé aux feuilles $R \cap G$ et $\bar{R} \cap G$. On a :

$P(R \cap G) = 0,3$ et

$P(\bar{R} \cap G) = \frac{9}{50} = 0,18$ (Probabilité de tirer une boule noire marquée Gagné)

Donc $P(G) = P(R \cap G) + P(\bar{R} \cap G) = 0,3 + 0,18 = 0,48$.

Méthode : Calculer la probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 2 % est porteur de la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour toute la population et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

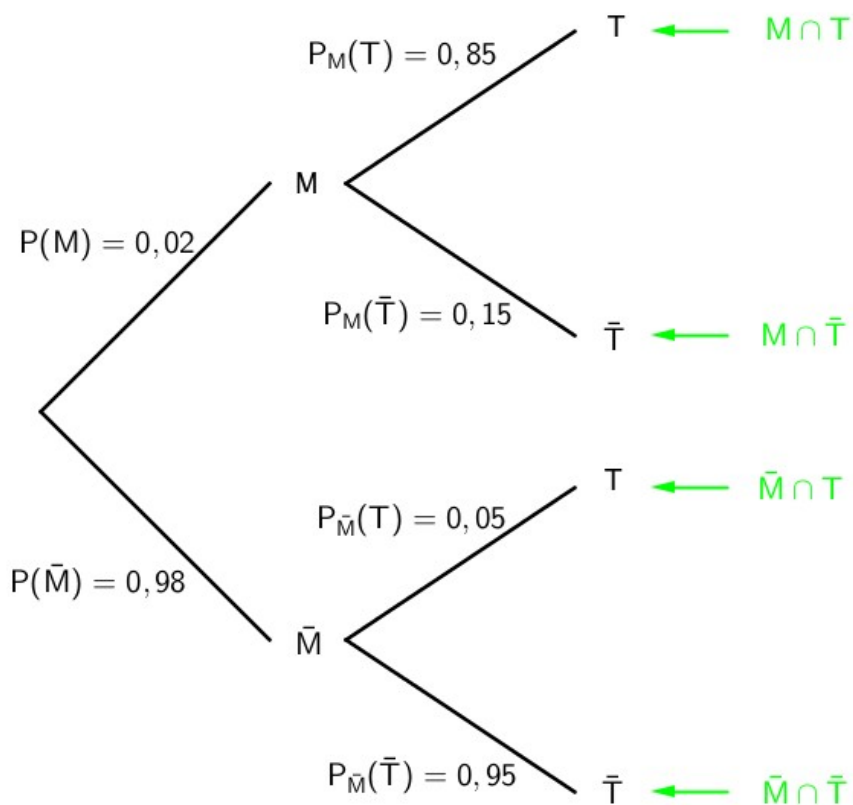
On note respectivement M et T les événements « Être porteur de la maladie » et « Avoir un test positif ».

1) Un animal est choisi au hasard. Quelle est la probabilité que son test soit positif ?

D'après BAC S, Antilles-Guyanne 2010

2) Si le test du bovin est positif, quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

1)



La probabilité que le test soit positif est associée aux deux feuilles $M \cap T$ et $\bar{M} \cap T$.

$P(T) = P(M \cap T) + P(\bar{M} \cap T)$ (formule des probabilités totales)

$$= 0,02 \times 0,85 + 0,98 \times 0,05 = 0,066.$$

La probabilité que le test soit positif est égale à 6,6%.

$$2) \quad P_T(M) = \frac{P(T \cap M)}{P(T)} = \frac{0,02 \times 0,85}{0,066} \approx 0,26.$$

La probabilité que le bovin soit malade sachant que le test est positif est d'environ 26%.

2.6 Indépendance de deux événements

Définition : On dit que deux événements A et B de probabilité non nulle sont indépendants lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Remarque :

On a également :

A et B sont indépendants, si et seulement si, $P_A(B) = P(B)$ ou $P_B(A) = P(A)$.

Exemple :

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Soit R l'événement "On tire un roi".

Soit T l'événement "On tire un trèfle".

Alors $R \cap T$ est l'événement "On tire le roi de trèfle".

On a :

$$P(R) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}, \quad P(T) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad P(R \cap T) = \frac{1}{32}.$$

$$\text{Donc} \quad P(R) \times P(T) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32} = P(R \cap T).$$

Les événements R et T sont donc indépendants.

Ainsi, par exemple, $P_T(R) = P(R)$. Ce qui se traduit par la probabilité de tirer un roi parmi les trèfles et égale à la probabilité de tirer un roi parmi toutes les cartes.

Contre-exemple :

On reprend l'expérience précédente en ajoutant deux jokers au jeu de cartes.

Ainsi :

$$P(R) = \frac{4}{34} = \frac{2}{17}, \quad P(T) = \frac{8}{34} = \frac{4}{17} \quad \text{et} \quad P(R \cap T) = \frac{1}{34}.$$

$$\text{Donc} \quad P(R) \times P(T) = \frac{2}{17} \times \frac{4}{17} = \frac{8}{289} \neq P(R \cap T).$$

Les événements R et T ne sont donc pas indépendants.

Méthode : Utiliser l'indépendance de deux événements

Dans une population, un individu est atteint par la maladie m avec une probabilité égale à 0,005 et par la maladie n avec une probabilité égale à 0,01.

On choisit au hasard un individu de cette population.

Soit M l'événement "L'individu a la maladie m ".

Soit N l'événement "L'individu a la maladie n ".

On suppose que les événements M et N sont indépendants.

Calculer la probabilité de l'événement E "L'individu a au moins une des deux maladies".

$$\begin{aligned} P(E) &= P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N) \\ &= P(M) + P(N) - P(M) \times P(N), \text{ car les événements } M \text{ et } N \text{ sont indépendants.} \\ &= 0,005 + 0,01 - 0,005 \times 0,01 = 0,01495 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu choisi au hasard ait au moins une des deux maladies est égale à 0,01495.

Propriété : Si A et B sont indépendants alors $\bar{A}$ et B sont indépendants.

Démonstration (exigible BAC) :

$$\begin{aligned}
P(\bar{A} \cap B) &= P(B \cap \bar{A}) \\
&= P(B) \times P(\bar{A}) \\
&= P(B) \times (1 - P(A)) \\
&= P(B) \times (1 - P(A)) \quad \text{car } A \text{ et } B \text{ sont indépendants} \\
&= P(B) \times P(\bar{A})
\end{aligned}$$

Donc $\bar{A}$ et B sont indépendants.

Exemple :

Lors d'un week-end prolongé, *Bison futé* annonce qu'il y a 42% de risque de tomber dans un bouchon sur l'autoroute A6 et 63% sur l'autoroute A7.

Soit A l'événement "On tombe dans un bouchon sur l'autoroute A6."

Soit B l'événement "On tombe dans un bouchon sur l'autoroute A7."

On suppose que les événements A et B sont indépendants.

Alors les événements $\bar{A}$ et B sont également indépendants et on a :

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B) = 0,58 \times 0,63 = 0,3654$$

On peut interpréter ce résultat :

La probabilité de tomber dans un bouchon sur l'autoroute A7 mais pas sur l'autoroute A6 est égale à 36,54%.

2.7 Variable aléatoire

Soit l'expérience aléatoire : "On lance un dé à six faces et on regarde le résultat."

L'ensemble de toutes les issues possibles $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

On considère le jeu suivant entre deux garçons :

- Si le résultat est pair, on gagne 2 billes.
- Si le résultat est 1, on gagne 3 billes.
- Si le résultat est 3 ou 5, on perd 4 billes.

On a défini ainsi une variable aléatoire X sur $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ qui peut prendre les valeurs 2, 3 ou -4.

On a donc : $X(1) = 3, X(2) = 2, X(3) = -4, X(4) = 2, X(5) = -4, X(6) = 2$

Définition : Une variable aléatoire X est une fonction définie sur un univers Ω et à valeur dans $\mathbb{R}$

$$X: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\omega \longmapsto X(\omega)$$

2) Loi de probabilité

Exemple : On considère la variable aléatoire X définie dans l'exemple précédent.

Chaque issue du lancer de dé est équiprobable et égale à $\frac{1}{6}$.

La probabilité que la variable aléatoire prenne la valeur 2 est égale à $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.

On note : $P(X = 2) = \frac{2}{3}$.

De même : $P(X = 3) = \frac{1}{6}$ et $P(X = -4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

On peut résumer les résultats dans un tableau :

x_i	-4	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$

Ce tableau résume la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

Définition : Soit une variable aléatoire X définie sur un univers Ω et prenant les valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$.

La loi de probabilité de X associe à toute valeur x_i la probabilité $P(X = x_i)$.

Remarques :

- $P(X = x_i)$ peut se noter p_i .

$$- p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

Exemple :

$$\text{Dans l'exemple traité plus haut : } p_1 + p_2 + p_3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = 1.$$

Méthode : Déterminer une loi de probabilité

Soit l'expérience aléatoire : "On tire une carte dans un jeu de 32 cartes."

On considère le jeu suivant :

- Si on tire un cœur, on gagne 2€.
- Si on tire un roi, on gagne 5€.
- Si on tire une autre carte, on perd 1€.

On appelle X la variable aléatoire qui à une carte tirée associe un gain ou une perte.

Déterminer la loi de probabilité de X.

La variable aléatoire X peut prendre les valeurs 2, 5, -1 mais aussi 7.

En effet, si on tire le roi de cœur, on gagne 5(roi) + 2(cœur) = 7€.

- Si la carte tirée est un cœur (autre que le roi de cœur), X = 2.

$$P(X = 2) = \frac{7}{32}.$$

- Si la carte tirée est un roi (autre que le roi de cœur), X = 5.

$$P(X = 5) = \frac{3}{32}.$$

- Si la carte tirée est le roi de cœur, X = 7.

$$P(X = 7) = \frac{1}{32}.$$

- Si la carte tirée n'est ni un cœur, ni un roi, X = -1.

$$P(X = -1) = \frac{21}{32}.$$

La loi de probabilité de X est :

x_i	-1	2	5	7
$P(X = x_i)$	$\frac{21}{32}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$

On constate que : $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = \frac{21}{32} + \frac{7}{32} + \frac{3}{32} + \frac{1}{32} = 1$

II. Espérance, variance, écart-type

Définitions : Soit une variable aléatoire X définie sur un univers Ω et prenant les valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$. La loi de probabilité de X associe à toute valeur x_i la probabilité $p_i = P(X = x_i)$.

- L'espérance mathématique de la loi de probabilité de X est :

$$E(x) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

- La variance de la loi de probabilité de X est :

$$V(x) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2 = \sum_{i=1}^n p_i (x_i - E(X))^2$$

- L'écart-type de la loi de probabilité de X est :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Méthode : Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type d'une loi de probabilité

Dans le jeu de la « Méthode » du paragraphe précédent, calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de la loi de probabilité de X et interpréter les résultats pour l'espérance et l'écart-type.

$$E(X) = \frac{21}{32} \times (-1) + \frac{7}{32} \times 2 + \frac{3}{32} \times 5 + \frac{1}{32} \times 7 = \frac{15}{32}.$$

$$V(X) = \frac{21}{32} \times \left(-1 - \frac{15}{32}\right)^2 + \frac{7}{32} \times \left(2 - \frac{15}{32}\right)^2 + \frac{3}{32} \times \left(5 - \frac{15}{32}\right)^2 + \frac{1}{32} \times \left(7 - \frac{15}{32}\right)^2 \approx 5,1865$$

$$\sigma(X) \approx \sqrt{5,1865} \approx 2,28.$$

L'espérance est égale à $\frac{15}{32} \approx 0,5$ signifie qu'en jouant, on peut espérer gagner environ 0,50€.

L'écart-type est environ égal à 2,28 signifie qu'avec une espérance proche de 0,50 le risque de perdre de l'argent est important.

Remarques :

- L'espérance est la moyenne de la série des x_i pondérés par les probabilités p_i .

En effet :

$$E(X) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n}{1} = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

En répétant un grand nombre de fois l'expérience, la loi des grands nombres nous permet d'affirmer que les fréquences se rapprochent des probabilités théoriques.

La moyenne des résultats se rapprochent donc de l'espérance de la loi de probabilité.

L'espérance est donc la moyenne que l'on peut espérer si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois.

- La variance (respectivement l'écart-type) est la variance (respectivement l'écart-type) de la série des x_i pondérés par les probabilités p_i .

L'écart-type est donc une caractéristique de dispersion "espérée" pour la loi de probabilité de la variable aléatoire.

Propriétés : Soit une variable aléatoire X définie sur un univers Ω .

Soit a et b deux nombres réels.

On a : $E(aX + b) = aE(X) + b$ et $V(aX + b) = a^2 V(X)$

Démonstrations :

$$E(aX + b) = \sum_{i=1}^n p_i (ax_i + b)$$

$$= a \sum_{i=1}^n p_i x_i + b \sum_{i=1}^n p_i$$

$$= a \sum_{i=1}^n p_i x_i + b$$

$$= aE(X) + b$$

$$V(aX + b) = \sum_{i=1}^n p_i (ax_i + b - (aE(X) + b))^2$$

$$= \sum_{i=1}^n p_i (ax_i - aE(X))^2$$

$$= a^2 \sum_{i=1}^n p_i (x_i - E(X))^2$$

$$= a^2 V(X)$$

Méthode : Simplifier les calculs d'espérance et de variance à l'aide d'une variable aléatoire de transition

Une entreprise qui fabrique des roulements à bille fait une étude sur une gamme de billes produites.

Le diamètre théorique doit être égal à 1,3 cm mais cette mesure peut être légèrement erronée.

L'expérience consiste à tirer au hasard une bille d'un lot de la production et à mesurer son diamètre.

On considère la variable aléatoire X qui à une bille choisie au hasard associe son diamètre.

La loi de probabilité de X est résumée dans le tableau suivant :

x_i	1,298	1,299	1,3	1,301	1,302
$P(X = x_i)$	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

Calculer l'espérance et l'écart-type de la loi de probabilité de X .

Pour simplifier les calculs, on définit la variable aléatoire $Y = 1000X - 1300$.

La loi de probabilité de Y est alors :

x_i	-2	-1	0	1	2
$P(Y = x_i)$	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

Calculons l'espérance et la variance de la loi de probabilité de Y :

$$E(Y) = -2 \times 0,2 + (-1) \times 0,1 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,1 = 0,1$$

$$V(Y) = 0,2 \times (-2 - 0,1)^2 + 0,1 \times (-1 - 0,1)^2 + 0,2 \times (0 - 0,1)^2 + 0,4 \times (1 - 0,1)^2 + 0,1 \times (2 - 0,1)^2 = 1,69$$

On en déduit l'espérance et la variance de la loi de probabilité de X :

$$E(Y) = E(1000X - 1300) = 1000 E(X) - 1300$$

$$\text{Donc : } E(X) = \frac{E(Y) + 1300}{1000} = \frac{0,1 + 1300}{1000} = 1,3001$$

$$V(Y) = V(1000X - 1300) = 1000^2 V(X)$$

$$\text{Donc : } V(X) = \frac{V(Y)}{1000^2} = \frac{1,69}{1000^2}$$

$$\text{Et donc : } \sigma(X) = \sqrt{\frac{1,69}{1000^2}} = \frac{1,3}{1000} = 0,0013$$

Conclusion : $E(X) = 1,3001$ cm et $\sigma(X) = 0,0013$ cm.

Bibliographie

- [1] Le coin des matheux mangeard.maths.free.fr (Consulté le 23-08-17) ;
- [2] Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr (Consulté le 25-09-15)