

EXERCICES DENOMBREMENTS- PROBABILITES

Exercice 1 : Dans une classe il y a 30 élèves.

15 étudient l'anglais et 18 le russe.

Sachant que chaque élève étudie au moins l'une des deux langues, déterminer le nombre d'élèves qui étudient :

- a) L'anglais et le russe à la fois ;
- b) L'anglais seulement ;
- c) Le russe seulement ;

Exercice2: Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

a) $C_n^{n-2} = 28$ b) $C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7}$ c) $C_n^2 = 5n$ d) $A_{n+1}^3 = n(n^2 - 1)$ e) $C_n^2 = 45$

f) $C_n^3 = 2n$ g) $A_n^3 = 6n$ h) $A_n^2 = 15 - 3n$ i) $C_n^4 = 4C_n^2$ j) $2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$

k) $C_n^5 = 17C_n^4$ l) $C_n^{n-2} = 28$ m) $C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = -24C_n^4$

Exercice 3 : A l'aide des chiffres 1,2,3,4,5,6 combien peut-on écrire de nombres de :

- a) 3 chiffres ?
- b) 3 chiffres distincts ?
- c) 6 chiffres distincts ?

EXERCICE 4: Une urne contient 7 boules noires , 5 boules rouges et 2 boules blanches indiscernables au toucher . On tire simultanément 3 boules de l'urne .

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ?
- 2) Quel est le nombre de possibilités d'avoir :
 - a) 3 boules de couleurs différentes ?
 - b) 3 boules de même couleur ?
 - c) Au moins une boule blanche ?
 - d) Au plus deux boules rouges ?
 - e) Aucune boule noire ?

EXERCICE 5 Dans une classe de 40 élèves, 28 apprennent l'anglais, 16 l'allemand et 8 les deux langues On choisi au hasard un élève dans cette classe et on considère les évènements : A « l'élève choisi apprend l'anglais » et B « l'élève choisi apprend l'allemand »

Calculer les probabilités des évènements suivants : A ; B $A \cap B$ $A \cup B$ et $\overline{A \cup B}$

EXERCICE 6 : On lance simultanément deux dés non truqués dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note les deux numéros obtenus sur les faces supérieures. Calculer la probabilité de chacun des évènements :

- 1) La somme des numéros obtenus est égale à 6
- 2) La somme des numéros obtenus est impaire
- 3) La somme des numéros obtenus est supérieure à 8
- 4) La somme des numéros obtenus est inférieure à 4

EXERCICE 7 : A la kermesse du lycée, un jeu consiste à tirer 2 enveloppes parmi 5 dont une contient un billet de 1000f, 2 contiennent chacune un billet de 500f et les 2 autres contiennent chacune une feuille sans valeur

Les enveloppes sont identiques et non transparentes

- 1) Quelle est la probabilité de ne rien gagner ?
- 2) Quelle est la probabilité de gagner exactement 500f
- 3) Quelle est la probabilité de gagner exactement 1000f

EXERCICE 8 : Un sac contient un jeton marqué 1, deux jetons marqués 2 et trois jetons marqués 3. On tire du sac simultanément et au hasard 2 jetons. On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux jetons associe la somme des numéros marqués sur les deux jetons.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X
- 2) Déterminer et représenter graphiquement la fonction de répartition de X
- 3) Calculer son espérance mathématique $E(X)$ et sa variance $V(X)$ et l'écart type $\sigma(X)$

EXERCICE 9: Trois Messieurs appelés A, B et C entrent au restaurant et déposent leurs chapeaux notés a, b et c au vestiaire. Lorsqu'ils sortent, chacun des Messieurs reprend l'un des trois chapeaux sans vérifier si c'est le sien

- 1) Combien y a-t-il de répartitions possibles des trois chapeaux entre les trois Messieurs ?

2) On suppose que chacune de ces répartitions a la même probabilité de survenir. Quelle est la probabilité pour que :

- a) Aucun des Messieurs n'ait son propre chapeau
- b) Un seul ait son chapeau
- c) Deux aient leur chapeau
- d) Les trois aient leur chapeau

Additionner les probabilités de a), b), c) et expliquer le résultat trouvé

EXERCICE 10: On compose un jury en tirant au sort trois personnes parmi sept volontaires : quatre hommes et trois femmes

X désigne la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de femmes qu'il présente

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique
- 2) Calculer la probabilité pour qu'il y ait au moins une femme dans le jury

EXERCICE 11: Dans une ville, il y a trois médecins. Quatre habitants de cette ville, malades le même jour, appellent au hasard l'un de ces médecins

- 1) Quelle est la probabilité pour qu'un seul médecin soit appelé ?
- 2) Quelle est la probabilité pour que les trois médecins soient appelés ?

EXERCICE 12: Une caisse contient pêle-mêle 10 cubes rouges, 20 cubes jaunes et 5 cubes verts, tous de la même taille

- 1) Quelle est la probabilité de pouvoir faire un drapeau République de Guinée :
- a) En prenant simultanément 3 cubes ?

b) En prenant simultanément 4 cubes ?

2) Quelle est la probabilité en prenant 3 cubes successivement, l'un après l'autre, sans remise, d'obtenir dans l'ordre le drapeau de la République du MALI.

EXERCICE 13: Cinq personnes se donnent rendez-vous dans un des cafés du village qui en compte cinq. Chaque personne choisit au hasard l'un des cinq cafés

1) Calculer la probabilité pour que chacune des cinq personnes ait choisi un café différent

2) Calculer probabilité pour que ces cinq personnes se retrouvent dans le même café

Calculer la probabilité pour qu'au moins deux se retrouvent dans le même café.

EXERCICE 14: Deux chasseurs Moussa et Mamadou aperssoivent ensemble un lièvre et tire simultanément

1) Sachant que Moussa atteint et tue d'habitude 5 lièvres sur 6 et Mamadou 4 sur 5 Quelle est la probabilité pour que le lièvre soit tué ?

2) En fait ; Mamadou a tiré le premier.

a) Quelle est la probabilité pour que Moussa tue le lièvre sachant que si Mamadou tire et manque, les chances normales pour Moussa d'atteindre le lièvre se trouvent diminuées de moitié ?

Dans ces conditions : Mamadou tire le premier, puis Moussa ; quelle est la probabilité pour le lièvre d'en échapper saint et sauf ?

EXERCICE 15: Un élève sérieux de terminale a 80% de chance d'avoir son bac au mois de juin.

Pendant les vacances qui suivent, il passe un concours pour intégrer une grande école. Le concours est ouvert à tous (bachelier ou non), mais notre candidat a 60% de chance d'être admis dans cette école s'il est bachelier et 30% si non.

Quelle est la probabilité que l'élève réussisse son bac et soit admis à son école ? (on pourra utiliser un arbre pondéré).

EXERCICE 16: Une maladie atteint 3% d'une population.

Un test de dépistage donne les résultats suivants :

Chez les individus malades, 95% de tests sont positifs et 5% négatifs.

Chez les individus non malades, 1% de tests sont positifs et 99% négatifs.

On note : M l'évènement « être malade » et T l'évènement « le test est positif ».

Construire un arbre pondéré correspondant à cette expérience aléatoire.

Donner l'interprétation puis donner la probabilité de l'évènement « $M \cap T$ » et de « $\overline{M} \cap \overline{T}$ ».

Déterminer $P(T)$ et $P(\overline{T})$.

Calculer la probabilité de ne pas être malade, sachant que le test est positif.

Calculer la probabilité de ne d'être malade, sachant que le test est négatif.

EXERCICE 17: Les résultats d'une étude présentée par l'Institut National de la Statistique révèlent : 45% de la population active sont des hommes ; 25% des femmes et 20% des hommes de cette population active sont au chômage.

On interroge au hasard une personne :

Déterminer les probabilités des événements suivants :

H : « être un homme ».

F : « être une femme ».

« être au chômage sachant qu'on est un homme ».

« être au chômage sachant qu'on est une femme ».

Calculer la probabilité pour qu'un individu de cette population active interrogé au hasard soit au chômage.

Quelle est la probabilité que l'individu interrogé soit une femme sachant qu'il est au chômage ?

EXERCICE 18: Cet exercice a pour but de déterminer lesquels des avions à 2 moteurs sont les plus sûrs.

Un avion ne s'écrase pas tant que la moitié au moins de ses moteurs fonctionnent. Les moteurs d'un avion tombent en panne de manière indépendante.

On désigne par P la probabilité pour qu'un moteur tombe en panne

*A-) Dans cette partie $p = 0,1$

1) Calculer la probabilité pour qu'un avion à deux moteurs s'écrase

2) Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait ses 4 moteurs en panne

3) Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait exactement 3 moteurs en panne

4) En déduire la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase

B-) On revient au cas général

1) On désigne par $f(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 2 moteurs s'écrase. Démontrer que $f(p) = p^2$

2) On désigne par $g(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.

Démontrer que $g(p) = p^2(-3p^2 + 4p)$

3) On pose $h(p) = f(p) - g(p)$

a) Etudier le signe de $h(p)$ en fonction de p

b) En déduire, suivant les valeurs de p , dans quels avions il vaut mieux monter