



**Exercice 1 (4 points)**

I. Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$  par  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x}{1 - x}$

1. Déterminer  $a, b, c$  et  $d$  quatre réels tels que l'on ait pour tout  $x \neq 1$ ,

$$f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{1-x}$$

2. Calculer  $I = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$ .

II. A l'aide d'une intégration par parties calculer :  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2x+1) \cos^2 x \sin x dx$

**Exercice 2 (5 points)**

Soit le polynôme  $P(x) = 12x^3 + x^2 - 9x + 2$

1. Déterminer les réels  $a, b$ , et  $c$  pour  $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $P(x) = 0$

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

a)  $12(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 9(\ln x) + 2 = 0$

b)  $12e^{3x} + e^{2x} - 9e^x + 2 < 0$

**Problème : (11 points)**

I. 1) On considère l'équation différentielle (E) :  $Y'' - Y = 4e^x - x$

Déterminer les réels  $a$  et  $b$  pour que la fonction  $g$  définie par  $g(x) = (ax^2 + bx)e^x$  soit la solution de (E).

2) Vérifier qu'une fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  est solution de (E) ssi  $f - g$  est solution de l'équation (E') :  $Y'' - Y = 0$

3) Résoudre (E) puis en déduire la solution générale de (E)

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x^2 + x + 1)e^x$  de courbe ( $\mathcal{C}$ ) dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  unité 1 cm

1) déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$  puis interpréter graphiquement ce résultat.

Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$

2) Calculer la fonction dérivée de  $f$  puis dresser son tableau de variation.

3) Déterminer une équation de la tangente (T) à ( $\mathcal{C}$ ) au point d'abscisse 1.

4) Tracer (T) et ( $\mathcal{C}$ ) dans le repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

Bonne chance