

~ Comité Pédagogique de mathématiques ~

Lycée Kankou Moussa (LKMD)

Devoir de Mathématiques			
Classe : TSE	Octobre 2019	Durée : 3 heures	Coef : 06

Exercice 1 :-----[5 points]

1) Linéarise $A = \sin^4 3x$; $B = 32 \cos^4 x \sin^4 x$; $C = \cos 6x \sin 7x \cos x$

2) Soit l'équation (E): $Z^5 = 1$.

a) Résous l'équation (E) dans $\mathbb{C}$ et représente les points images des solutions sur le cercle trigonométrique.

b) Démontre que la somme des solutions est nulle et déduis-en que :

$$\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}.$$

c) Déduis de la question précédente b) que $\cos \frac{2\pi}{5}$ est solution de l'équation

$$4X^2 + 2X - 1 = 0.$$

d) Résous l'équation $4X^2 + 2X - 1 = 0$ puis déduis la valeur exacte de $\cos \frac{2\pi}{5}$.

Exercice 2 :-----[5 points]

Soit f l'application du plan P dans P qui à tout point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ telle que :

$$f(z) = z' = \frac{z - 2 + i}{z + 1 - i}$$

1) Détermine les nombres complexes pour lesquels f est définie.

2) On pose $z = x + iy$ avec x et y réels.

Ecris z' sous forme algébrique

3) Détermine et construis l'ensemble des points $M(z)$ tels que :

Rapidité et efficacité feront la différence !

- a) (E_1) : z' soit un réel.
- b) (E_2) : z' soit un nombre imaginaire pur.
- c) (E_3) : $|z'|=1$.

Exercice 3 :-----[10 points]

Partie A :

On considère le polynôme $P(z)$ défini par : $P(z)=z^3+2(1-i)z^2+2(1-2i)z-4i$

- 1) Calcule $P(i)$ et $P(\sqrt{2})$.
- 2) Détermine le réel y tel que yi soit solution de l'équation $P(z)=0$.
- 3) Dédus une factorisation de $P(z)$.
- 4) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$.

Partie B :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- 1) Place les points A , B et C d'affixes respectives $z_A=-1+i$; $z_B=-1-i$ et $z_C=2i$.
- 2) Détermine l'affixe du point D définie par $\vec{OD}=-2 \vec{OA}$ puis place D .
- 3) Montre que l'affixe du milieu I de $[CD]$ est $Z_I=1$.
- 4) a) Calcule les nombres $\frac{Z_C-Z_A}{Z_D-Z_A}$ et $\frac{Z_C-Z_B}{Z_D-Z_B}$
 - b) Calcule le module et un argument de ces deux nombres complexes ci-dessus.
 - c) Dédus la nature des triangles ACD et BCD .
 - d) Montre que les points A , B , C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. Construis ce cercle.