

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

SERIE : TSE

Année : 2021 - 2022

Durée : 1H30mn

Coef: 05

Exercice 1 : 7 points

1) Détermine le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = -2(\sin x + i \cos x) ; z_2 = -3e^{\frac{-i2\pi}{3}} ; z_3 = \frac{-\cos 2x + i \sin 2x}{2 \cos 3x - 2i \sin 3x}$$

2) Déterminer le nombre complexe z dans les cas suivants :

a) $|z - 1 + i| = 4$ et $\arg(z - 1 + i) = \frac{2\pi}{3}$; b) $|z| = 8\sqrt{2}$ et $\arg\left(\frac{z}{2-2i\sqrt{3}}\right) = -\frac{2\pi}{3}$

3) Linéarise $A = \cos a \cdot \cos b \cdot \cos c$

Exercice 2 : 7 points

1) a) Soit $\theta \in [-\pi; \pi]$.

Détermine le module et un argument de $e^{i\theta} + 1$ et $e^{i\theta} - 1$.

b) En déduis le module et un argument, pour $\theta \in]-\pi; \pi[$ de : $\frac{\cos \theta + i \sin \theta + 1}{\cos \theta + i \sin \theta - 1}$.

2) Trouve les entiers $n \in \mathbb{N}$ tels que $(\sqrt{3} + i)^n$ soit :

a) Réel ;

b) Imaginaire.

3) On considère pour $\theta \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$, le complexe $z = [1 - \sin \theta + i \cos \theta]^n$.
Détermine les réels θ tels que $\operatorname{Re}(z) = 0$.

Exercice 3 : 6 points

Soient les nombres complexes $z_1 = 3i - \sqrt{3}$; $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ et $Z = \frac{z_1}{z_2}$

1) Détermine le module et un argument de z_1 ; z_2 puis Z

2) Exprime Z sous forme algébrique. En déduis les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$

3) Résous dans $]-\pi; \pi]$ l'équation :

$$(E) : -(\sqrt{6} + 3\sqrt{2}) \cos 2x + (3\sqrt{2} - \sqrt{6}) \sin 2x = 2\sqrt{3}.$$

BONNE CHANCE !!!