

LYCEE BAMINATA COULIBALY (L.BAC)

Comité Pédagogique de Mathématiques

Année d'étude 2022 – 2023

DEVOIR DE MATHEMATIQUES**SERIE : TSE****DURÉE : 3H****COEFF : 3****EXERCICE 1 : (6 Points)**

Connaissance du cours : Après une démonstration logique et soignée, réponds chacune des propositions suivantes par vrai ou faux. Une affirmation non justifiée ne rapportera aucun point.

Proposition 1 : La fonction g définie par
$$\begin{cases} g(x) = x^2 + 2x - 6 & \text{si } x < 2 \\ g(x) = 2x - 2 & \text{si } x > 2 \\ g(2) = 1 \end{cases}$$
 n'est pas continue en 2 **1pt**

Proposition 2 : La fonction $b(x) = \frac{\sqrt{2x^2+9+x-3}}{2x}$ est prolongeable par continuité en 0 **1pt**

Proposition 3 : $R(x) = \frac{2}{3}(x\sqrt{x} - 1)$ est la primitive de $r(x) = \sqrt{x}$ sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1 **1pt**

Proposition 4 : La fonction $h(x) = x^3 - 3x^2 - 2$

En étudiant les variations de h , on peut montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une seule solution α **1pt**

Proposition 5 : La courbe (C) de la fonction $f(x) = \frac{x^2+8x-5}{x^2+1}$ passe par le point $A(2, 3)$ et admet un extremum en ce point **1pt**

Proposition 6 : $\int_0^1 \frac{3x}{(1+2x^2)^2} dx = \frac{1}{2}$ **1pt**

EXERCICE 2 : (4 Points)

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on considère l'intégrale : $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x} dx$

1. Calculez I_0 **1pt**
2. Calculez I_1 en utilisant la technique d'intégration par parties. **1pt**
3. Montrez par une intégration par parties que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_n = \frac{2n}{2n+3} I_{n-1}$ **1pt**
4. En déduire la valeur de I_2 et I_3 **1pt**

PROBLEME : (10 Points)

A- Soit le polynôme g défini par $g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$

- 1- Calculez $g(2)$ **0.5pt**
- 2- Déterminez les réels a, b et c pour que $g(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$. **0.5pt**
- 3- Etudiez le signe de $g(x)$ dans $\mathbb{R}$. **1pt**

B- Soit la fonction f définie $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$ et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1- **a-** Déterminez l'ensemble de définition Df **0.75pt**
b- Calculez les limites de f aux bornes de Df puis donne l'équation de l'asymptote **2pt**
- 2- Montrez que pour tout $x \in Df$, $f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + \frac{3x-5}{4(2x-3)^2}$ **0.75pt**
- a-** Démontrez que la droite $(D) : y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ est asymptote oblique pour la courbe (Cf) **0.75pt**
b- Etudiez les positions relatives de (Cf) par rapport à (D) . **0.75pt**
- 4- Calculez et montrez que pour tout $x \neq 1$, $f'(x) = \frac{g(x)}{(2x-3)^3}$ **1pt**
- 5- En déduire les variations de f puis dressez le tableau de variation de f **1pt**
- 6- Tracez la courbe (Cf) , ainsi que toutes les droites remarquables. **1pt**

« La rapidité, la vigilance et l'ingéniosité restent vos meilleurs atouts »